2024-2025 高三上数学统练 4

一．选择题（共 10 小题）

1．复数 z 满足$z=\frac{2-i}{i}$，则$|z|$=（　　）

A．1　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

2．已知集合 A＝{x|x≤1}，B＝{﹣3，1，2，4}，则 $A\cap B$ 等于（　　）

A．{﹣3，1}　　B．{2，4}　　C．{1，2，4}　　D．{﹣3，1，2}

3．下列函数中，在定义域上为增函数且为奇函数的是（　　）

A．$y=x+2$　　B．$y=x+x^3$　　C．$y=\sin x$　　D．$y=2^x$

4．已知两个向量$\vec{a}=(2，-1，3)$，$\vec{b}=(4，m，n)$，且$\vec{a}\parallel\vec{b}$，则 $m+n$ 的值为（　　）

A．1　　B．2　　C．4　　D．8

5．在下列关于直线 l、m 与平面α、β的命题中，真命题是（　　）

A．若 $l\subset\beta$，且α⊥β，则 $l\perp\alpha$　　B．若 $l\perp\beta$，且α∥β，则 $l\perp\alpha$

C．若α∥β，$l\subset\alpha$，$m\subset\beta$，则 $l\parallel m$　　D．若 $l\perp\beta$，且α⊥β，则 $l\parallel\alpha$

6．已知向量$\vec{a}$与向量$\vec{b}$的夹角为 120°，$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，则$|\vec{a}+2\vec{b}|=$（　　）

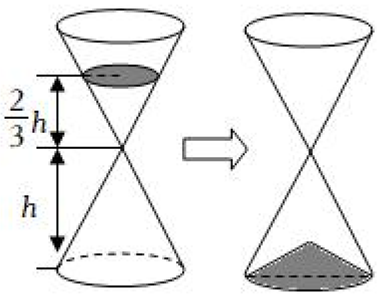
A．3　　B．$\sqrt{3}$　　C．$2-\sqrt{3}$　　D．1

7．在△ABC 中，“$\tan A>\sqrt{3}$”是“$A>\frac{\pi}{3}$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

8．沙漏是古代的一种计时装置，它由两个形状完全相同的容器和一个狭窄的连接管道组成，开始时细沙全部在上部容器中，利用细沙全部流到下部容器所需要的时间进行计时．如图，某沙漏由上、下两个圆锥组成．这两个圆锥的底面直径和高分别相等，细沙全部在上部时，其高度为圆锥高度（h）的$\frac{2}{3}$（细管长度忽略不计）．假设细沙全部漏入下部后，恰好堆成一个盖住沙漏底部的圆锥形沙堆．这个沙堆的高与圆锥的高 h 的比值为（　　）



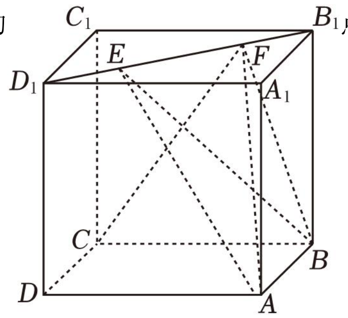
A．$\frac{8}{27}$　　B．$\frac{4}{9}$

C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

9．已知某种垃圾的分解率为 v，与时间 t（月）满足函数关系式 $v=ab^{t}$（其中 a，b 为非零常数）．若经过 12 个月，这种垃圾的分解率为 10%，经过 24 个月，这种垃圾的分解率为 20%，那么这种垃圾完全分解，至少需要经过（　　）（参考数据：$lg2\approx0.3$．）

A．48 个月　　B．52 个月　　C．64 个月　　D．120 个月

10．如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，线段 B_1D_1 上有两个动点 E，F（E 在 F 的左边），且 $EF=\sqrt{2}$．下列说法不正确的是（　　）



A．当 E 运动时，二面角 $E-AB-C$ 的最小值为 45°

B．当 E，F 运动时，三棱锥体积 $B-AEF$ 不变

C．当 E，F 运动时，存在点 E，F 使得 $AE\parallel BF$

D．当 E，F 运动时，二面角 $C-EF-B$ 为定值

二．填空题（共 5 小题）

11．函数 $f(x)=\log_2(1-x)+\sqrt{x}$的定义域是 ____________．

12．在△ABC 中，$a=3$，$b=7$，$\angle B=\frac{2\pi}{3}$，则△ABC 的面积为______________________．

13．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1+a_3=10$，$a_2+a_4=-5$，则公比 $q=$_____________________；若 $a_n>1$，则 n 的最大值为_______．

14．已知等边△ABC 的边长为 4，E，F 分别是 AB，AC 的中点，则$\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{EA}=$_______；若 M，N 是线段 BC 上的动点，且$|MN|=1$，则$\overrightarrow{EM}\cdot\overrightarrow{EN}$的最小值为 _____________________．

15．对于函数 $y=f(x)$，若在其定义域内存在 x_0，使得 $x_0f(x_0)=1$ 成立，则称函数 $f(x)$ 具有性质 P．

（1）下列函数中具有性质 P 的有__________．

①$f(x)=-2x+2\sqrt{2}$；

②$f(x)=\sin x$（$x\in[0,2\pi]$）；

③$f(x)=x+\frac{1}{x}$，（$x\in(0,+\infty)$）；

④$f(x)=ln(x+1)$．

（2）若函数 $f(x)=alnx$ 具有性质 P，则实数 a 的取值范围是_______________．

三．解答题（共 2 小题）

16．在$\triangle ABC$中，$\angle B \neq \frac{\pi}{2}$，$cos2B = \sqrt{3}cosB - 1$.

（1）求$\angle B$；

（2）从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使得$\triangle ABC$存在且唯一确定，求$\triangle ABC$的面积.

条件①：$2b=3a$，$b\sin A=1$；

条件②：$AC = \sqrt{6}$，BC边上的高为 2；

条件③：$sinA = \sqrt{3}sinC$，$b=2$.

注：如果选择的条件不符合要求，第二问得 0 分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，则按第一个解答计分.

17．已知函数$f(x)=ln\frac{1+x}{1-x}$,

（Ⅰ）求曲线$y=f(x)$在点$(0, f(0))$处的切线方程；

（Ⅱ）求证，当$x\in(0,1)$时，$f(x)>2(x+\frac{x^3}{3})$；

（Ⅲ）设实数k使得$f(x)>k(x+\frac{x^3}{3})$对$x\in(0,1)$恒成立，求k的最大值.

2024-2025 高三上数学统练 4

参考答案与试题解析

一．选择题（共 10 小题）

1．复数 z 满足$z=\frac{2-i}{i}$，则$|z|=$（　　）

A．1　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

【分析】先对 z 化简，再结合复数模公式，即可求解．

【解答】解：$z=\frac{2-i}{i}=-1-2i$，

故$|z|=\sqrt{(-1)^2+(-2)^2}=\sqrt{5}$．

故选：D．

【点评】本题主要考查复数模公式，属于基础题．

2．已知集合 $A=\{x|x\leqslant 1\}$，$B=\{-3，1，2，4\}$，则 $A\cap B$ 等于（　　）

A．$\{-3，1\}$　　B．$\{2，4\}$　　C．$\{1，2，4\}$　　D．$\{-3，1，2\}$

【分析】根据已知条件，结合交集的定义，即可求解．

【解答】解：集合 $A=\{x|x\leqslant 1\}$，$B=\{-3，1，2，4\}$，

则 $A\cap B=\{-3，1\}$．

故选：A．

【点评】本题主要考查交集及其运算，属于基础题．

3．下列函数中，在定义域上为增函数且为奇函数的是（　　）

A．$y=x+2$　　B．$y=x+x^3$　　C．$y=\sin x$　　D．$y=2^x$

【分析】分别结合奇偶性及函数的单调性判断各选项即可求解．

【解答】解：A：$y=x+2$ 为非奇非偶函数，不符合题意；

B：$y=x+x^3$ 为奇函数且单调递增，符合题意；

C：$y=\sin x$ 在 $\mathbf{R}$ 上不单调，不符合题意；

D：$y=2^x$ 为非奇非偶函数，不符合题意．

故选：B．

【点评】本题主要考查了基本初等函数的奇偶性的判断，属于基础试题．

4．已知两个向量$\vec{a}=(2，-1，3)$，$\vec{b}=(4，m，n)$，且$\vec{a}\parallel\vec{b}$，则 $m+n$ 的值为（　　）

A．1　　B．2　　C．4　　D．8

【分析】$\vec{a}\parallel\vec{b}$，则存在实数 k 使得$\vec{a}=k\vec{b}$，即可得出．

【解答】解：$\because\vec{a}\parallel\vec{b}$，$\therefore$存在实数 k 使得$\vec{a}=k\vec{b}$，

$\therefore\begin{cases}2=4k\\-1=km\\3=kn\end{cases}$，解得 $k=\frac{1}{2}$，$m=-2$，$n=6$．

则 $m+n=4$．

故选：C．

【点评】本题考查了向量共线定理、方程组的解法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

5．在下列关于直线 l、m 与平面α、β的命题中，真命题是（　　）

A．若 $l\subset\beta$，且$\alpha\perp\beta$，则 $l\perp\alpha$

B．若 $l\perp\beta$，且$\alpha/\!/\beta$，则 $l\perp\alpha$

C．若$\alpha/\!/\beta$，$l\subset\alpha$，$m\subset\beta$，则 $l/\!/m$

D．若 $l\perp\beta$，且$\alpha\perp\beta$，则 $l/\!/\alpha$

【分析】根据线面垂直的定义和定理，注意紧扣面面垂直的性质定理的条件逐项判断，分析可得答案．

【解答】解：A 不正确，由面面垂直的性质定理可推出；C 不正确，可能 l 与 m 异面；

B 正确，由线面垂直的定义和定理，面面平行的性质定理可推出；

D 不正确，由面面垂直的性质定理可知，$\alpha\cap\beta=m$，且 $l\perp m$，$l\perp\beta$，则 $l\subset\alpha$．

故选：B．

【点评】本题考查了空间线面的位置关系，垂直和平行的定理的应用，属基础题．

6．已知向量$\vec{a}$与向量$\vec{b}$的夹角为 120°，$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，则$|\vec{a}+2\vec{b}|=$（　　）

A．3　　　　B．$\sqrt{3}$　　　　C．$2-\sqrt{3}$　　　　D．1

【分析】根据模长公式即可求解．

【解答】解：已知向量$\vec{a}$与向量$\vec{b}$的夹角为 120°，$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，

则$\vec{a}\cdot\vec{b}=1\times1\times(-\frac{1}{2})=-\frac{1}{2}$，

则$|\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{\vec{a}^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2}=\sqrt{1-2+4}=\sqrt{3}$．

故选：B．

【点评】本题考查了平面向量数量积的运算，重点考查了平面向量的模的运算，属基础题．

7．在△ABC 中，“$tanA>\sqrt{3}$” 是 “$A>\frac{\pi}{3}$” 的（　　）

A．充分不必要条件

B．必要不充分条件

C．充分必要条件

D．既不充分也不必要条件

【分析】考虑△ABC 中 A 的取值范围，再判断充分性与必要性是否成立．

【解答】解：△ABC 中，A∈（0，π），所以$tanA>\sqrt{3}$时，$A>\frac{\pi}{3}$，充分性成立；

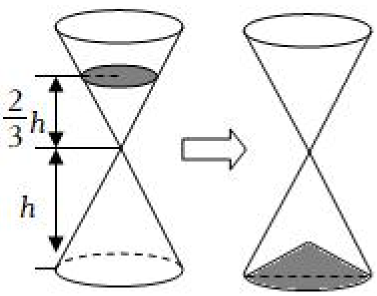
若 $A>\frac{\pi}{3}$，则 $\tan A>\sqrt{3}$或 $\tan A<0$ 或 $\tan A$ 不存在，所以必要性不成立；

是充分不必要条件．

故选：A．

【点评】本题考查了充分与必要条件的判断问题，是基础题．

8．沙漏是古代的一种计时装置，它由两个形状完全相同的容器和一个狭窄的连接管道组成，开始时细沙全部在上部容器中，利用细沙全部流到下部容器所需要的时间进行计时．如图，某沙漏由上、下两个圆锥组成．这两个圆锥的底面直径和高分别相等，细沙全部在上部时，其高度为圆锥高度（h）的$\frac{2}{3}$（细管长度忽略不计）．假设细沙全部漏入下部后，恰好堆成一个盖住沙漏底部的圆锥形沙堆．这个沙堆的高与圆锥的高 h 的比值为（　　）



A．$\frac{8}{27}$　　　B．$\frac{4}{9}$　　　C．$\frac{2}{3}$　　　D．$\frac{1}{3}$

【分析】细沙全部在上部时，沙漏上部分圆锥中的细沙的高为$\frac{2}{3}h$，设圆锥的底面半径为 r，则细沙形成的圆锥的底面半径为$\frac{2}{3}r$，求出细沙的体积，再设细沙漏入下部后，圆锥形沙堆的高为 h'，求出细沙的体积，由体积相等求解 h'，则答案可求．

【解答】解：细沙全部在上部时，沙漏上部分圆锥中的细沙的高为$\frac{2}{3}h$，

设圆锥的底面半径为 r，则细沙形成的圆锥的底面半径为$\frac{2}{3}r$，

∴细沙的体积为 $V=\frac{1}{3}\pi\cdot(\frac{2}{3}r)^2\cdot\frac{2}{3}h=\frac{8}{81}\pi r^2h$.

细沙漏入下部后，圆锥形沙堆的底面半径 r，设高为 h' ，

则 $V=\frac{1}{3}\pi r^2\cdot h'=\frac{8}{81}\pi r^2h$，

得 $h'=\frac{8}{27}h$.

$\therefore\frac{h'}{h}=\frac{8}{27}$.

故选：A.

【点评】本题考查圆锥体积公式的应用，考查计算能力，是中档题.

9．已知某种垃圾的分解率为 v，与时间 t（月）满足函数关系式 $v=ab^t$（其中 a，b 为非零常数）．若经过 12 个月，这种垃圾的分解率为 10%，经过 24 个月，这种垃圾的分解率为 20%，那么这种垃圾完全分解，至少需要经过（　　）（参考数据：$lg2\approx0.3$.）

A．48 个月　　B．52 个月　　C．64 个月　　D．120 个月

【分析】由题意可得，$\begin{cases}v(12)=ab^{12}=0.1\\v(24)=ab^{24}=0.2\end{cases}$，解得 $b=2^{\frac{1}{12}}$，$a=0.05$，故 $v(t)=0.5\times(2^{\frac{1}{12}})^t$，再结合对数函数的公式，即可求解.

【解答】解：由题意可得，$\begin{cases}v(12)=ab^{12}=0.1\\v(24)=ab^{24}=0.2\end{cases}$，解得 $b=2^{\frac{1}{12}}$，$a=0.05$，

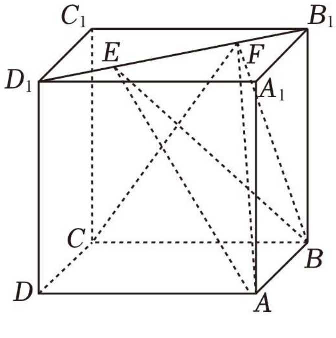
故 $v(t)=0.5\times(2^{\frac{1}{12}})^t$，

令 $v(t)=1$，可得$(2^{\frac{1}{12}})^t=20$，即 $t=log_{2^{\frac{1}{12}}}20=\frac{lg20}{lg2^{\frac{1}{12}}}=\frac{1+lg2}{\frac{1}{12}lg2}\approx\frac{12\times(1+0.3)}{0.3}=52$.

故选：B.

【点评】本题主要考查函数的实际应用，掌握对数函数的公式是解本题的关键，属于基础题.

10.如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，线段 B_1D_1 上有两个动点 E，F（E 在 F 的左边），且 $EF=\sqrt{2}$. 下列说法不正确的是（　　）



A．当 E 运动时，二面角 $E-AB-C$ 的最小值为 45°

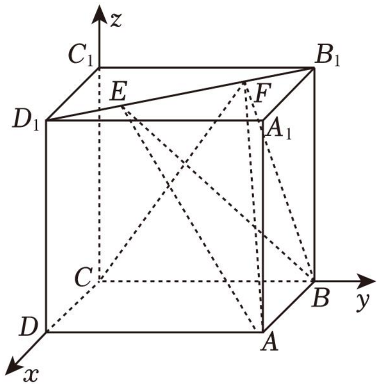
B．当 E，F 运动时，三棱锥体积 $B-AEF$ 不变

C．当 E，F 运动时，存在点 E，F 使得 $AE\parallel BF$

D．当 E，F 运动时，二面角 $C-EF-B$ 为定值

【分析】对 A：建立空间直角坐标系，利用向量法求解二面角夹角的余弦值，根据其范围，即可判断；对 B：利用棱锥体积公式，即可求得三棱锥的体积，即可判断．对 C：由反证法判断；对 D：平面 EFB 即为平面 BDD_1B_1，平面 CEF 即为平面 CB_1D_1，从而得出二面角 $C-EF-B$ 为定值．

【解答】解：对 A：建立如图所示的空间直角坐标系，



则 A（2，2，0），B（0，2，0），C（0，0，0），D（2，0.0），D_1（2，0，2），

因为 E_1F 在 B_1D_1 上，且$B_1D_1=2\sqrt{2}$，$EF=\sqrt{2}$，可设 E（t，$2-t$，2），（$1\leqslant t\leqslant 2$），

则 F（$t-1$，$3-t$，2），$\overrightarrow{AE}=$（$t-2$，$-t$，2），$\overrightarrow{AB}=$（-2，0，0），$\overrightarrow{BF}=$（$t-1$，$1-t$，2），

设平面 ABE 的法向量为 $\overline{m}=$（x，y，z），所以$\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{m}=-2x=0\\ \overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{m}=(t-2)x-ty+2z=0\end{cases}$，

取 $y=2$，则$\overline{m}=(0，2，t)$，平面 ABC 的法向量为$\overrightarrow{n}=$（0，0，1），

所以 $\cos<\overrightarrow{m},\overrightarrow{n}>=\frac{t}{\sqrt{t^2+4}}$，设二面角 $E-AB-C$ 的平面角为θ，则θ为锐角，故 $\cos\theta=\frac{\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{n}}{|\overrightarrow{m}|\cdot|\overrightarrow{n}|}=\frac{t}{\sqrt{t^2+4}}=\frac{1}{\sqrt{1+\frac{4}{t^2}}}$，

因为 $1\leqslant t\leqslant 2$，$y=\sqrt{1+\frac{4}{t^2}}$，在[1，2]上单调递减，

所以$\sqrt{2}\le\sqrt{1+\frac{4}{t^2}}\le\sqrt{5}$，$\frac{\sqrt{5}}{5}\le cos\theta\le\frac{\sqrt{2}}{2}$，当且仅当 $t=2$ 时，$\cos\theta$取得最大值$\frac{\sqrt{2}}{2}$，即θ取最小值 45°，故 A 说法正确．

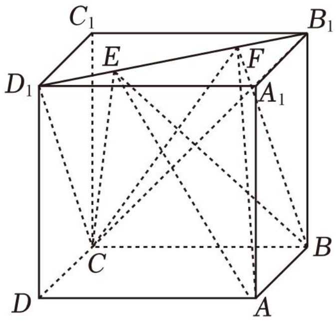
对 B：因为 $S_{\triangle BEF}=\frac{1}{2}\times EF\times BB_1=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times 2=\sqrt{2}$，点 A 到平面 BDD_1B_1 的距离为$\sqrt{2}$，

所以体积为 $V_{B-AEF}=V_{A-BEF}=\frac{1}{3}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=\frac{2}{3}$，即体积为定值，故 B 说法正确．

对 C：若 $AE\parallel BF$，则 A，B．B_1，D_1 四点共面，与 AB 和 B_1D_1 是异面直线矛盾，故 C 说法错误．

对 D：连接 CD_1，CB_1，CE，平面 EFB 即为平面 BDD_1B_1，而平面 CEF 即为平面 CB_1D_1，

故当 E，F 运动 时，二面角 $C-EF-B$ 的大小保持不变，故 D 说法正确．



故选：C．

【点评】本题考查空间几何体的性质，考查运算求解能力，属中档题．

二．填空题（共 5 小题）

11．函数 $f(x)=\log_2(1-x)+\sqrt{x}$的定义域是 __[0，1）__．

【分析】由题意，根据函数的解析式可得 $1-x>0$，且 $x\geqslant0$，由此求得函数的定义域．

【解答】解：由函数 $f(x)=\log_2(1-x)+\sqrt{x}$，可得 $1-x>0$，且 $x\geqslant0$，

求得 $0\leqslant x<1$，可得函数的定义域是[0，1），

故答案为：[0，1）．

【点评】本题主要考查根据函数的解析式求函数的定义域，属于基础题．

12．在△ABC 中，$a=3$，$b=7$，$\angle B=\frac{2\pi}{3}$，则△ABC 的面积为__$\frac{15\sqrt{3}}{4}$__．

【分析】根据余弦定理求出 c，再求出三角形的面积即可．

【解答】解：$\because b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，

$\therefore 49=9+c^2-6c\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$，解得：$c=5$ 或 $c=-8$（舍），

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times3\times5\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{15\sqrt{3}}{4}$，

故答案为：$\frac{15\sqrt{3}}{4}$．

【点评】本题考查了求三角形的面积公式，考查余弦定理的应用，是基础题．

13．在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1+a_3=10$，$a_2+a_4=-5$，则公比 $q=$__$-\frac{1}{2}$__；若 $a_n>1$，则 n 的最大值为__3__．

【分析】根据题意，由等比数列的通项公式可得 $q=\frac{a_2+a_4}{a_1+a_3}$，即可得第一空答案，进而求出 a_1 的值，即可得$\{a_n\}$的通项公式，解 $a_n>1$ 可得第二空答案．

【解答】解：根据题意，等比数列$\{a_n\}$中，$a_1+a_3=10$，$a_2+a_4=-5$，

则 $q=\frac{a_2+a_4}{a_1+a_3}=\frac{-5}{10}=-\frac{1}{2}$.

若 $a_1+a_3=10$，即 $a_1+\frac{1}{4}a_1=10$，解可得 $a_1=8$，

则 $a_n=a_1q^{n-1}=8\times(-\frac{1}{2})^{n-1}=(-1)^{n-1}\times 2^{4-n}$，

若 $a_n>1$，即 $(-1)^{n-1}\times 2^{4-n}>1$，

必有 $n=1$ 或 3，即 n 的最大值为 3，

故答案为：$-\frac{1}{2}$，3．

【点评】本题考查等比数列的性质，涉及等比数列的通项公式，属于基础题．

14．已知等边△ABC 的边长为 4，E，F 分别是 AB，AC 的中点，则$\vec{EF}\cdot\vec{EA}=$__2__；若 M，N 是线段 BC 上的动点，且$|MN|=1$，则$\vec{EM}\cdot\vec{EN}$的最小值为 __$\frac{11}{4}$__．

【分析】建立平面直角坐标系，求出相应点的坐标，从而求得$\vec{EF}$，$\vec{EA}$的坐标，再求数量积即可求得第一空；由条件设 $M(m，0)(-2\leqslant m\leqslant 1)$，则 $N(m+1，0)$，

求出$\vec{EM}$，$\vec{EN}$的坐标，从而得到$\vec{EM}\cdot\vec{EN}=(m+\frac{3}{2})^2+\frac{11}{4}$，再求二次函数的值域即可．

【解答】解：以 BC 所在直线为 x 轴，BC 的中垂线所在直线为 y 轴，建立平面直角坐标系，如图所示，

因为等边△ABC 的边长为 4，E，F 分别是 AB，AC 的中点，

所以 $B(-2，0)$，$C(2，0)$，$A(0，2\sqrt{3})$，$E(-1，\sqrt{3})$，$F(1，\sqrt{3})$，

所以$\vec{EF}=(2，0)$，$\vec{EA}=(1，\sqrt{3})$，

所以$\vec{EF}\cdot\vec{EA}=2\times 1+0\times\sqrt{3}=2$；

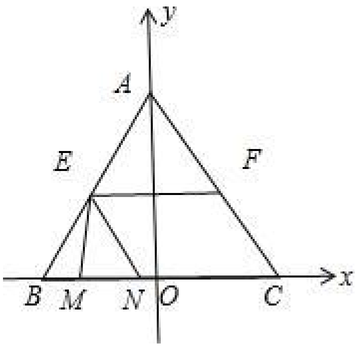
不妨设 M 在 N 的左边，则设 $M(m，0)(-2\leqslant m\leqslant 1)$，则 $N(m+1，0)$，

所以$\vec{EM}=(m+1，-\sqrt{3})$，$\vec{EN}=(m+2，-\sqrt{3})$，

所以$\vec{EM}\cdot\vec{EN}=(m+1)(m+2)+3=m^2+3m+5=(m+\frac{3}{2})^2+\frac{11}{4}$，

所以当$m=-\frac{3}{2}$时，$\vec{EM}\cdot\vec{EN}$有最小值为$\frac{11}{4}$.

故答案为：2；$\frac{11}{4}$.



【点评】本题考查平面向量的数量积，属于中档题．

15．对于函数 $y=f(x)$，若在其定义域内存在 x_0，使得 $x_0f(x_0)=1$ 成立，则称函数 $f(x)$ 具有性质 P．

（1）下列函数中具有性质 P 的有 ①②④ ．

① $f(x)=-2x+2\sqrt{2}$；

② $f(x)=\sin x$（$x\in[0,2\pi]$）；

③ $f(x)=x+\frac{1}{x}$，（$x\in(0,+\infty)$）；

④ $f(x)=ln(x+1)$．

（2）若函数 $f(x)=alnx$ 具有性质 P，则实数 a 的取值范围是 $a>0$ 或 $a\leqslant -e$ ．

【分析】(1) 在 $x\neq0$ 时 $f(x)=\frac{1}{x}$有解即函数具有性质 P，逐一判断三个函数是否满足此条件，可得答案；

(2) $f(x)=alnx$ 具有性质 P，显然 $a\neq0$，方程 $xlnx=\frac{1}{a}$有根，因为 $g(x)=xlnx$ 的值域为$[-\frac{1}{e},+\infty)$，所以$\frac{1}{a}\geq-\frac{1}{e}$，进而得到答案．

【解答】解：(1) 在 $x\neq0$ 时，$f(x)=\frac{1}{x}$有解，即函数具有性质 P，

①令 $-2x+2\sqrt{2}=\frac{1}{x}$，即 $-2x^2+2\sqrt{2}x-1=0$，

∵ $\Delta=8-8=0$，故方程有一个非 0 实根，故 $f(x)=-2x+2\sqrt{2}$具有性质 P；

② $f(x)=\sin x$（$x\in[0,2\pi]$）的图象与 $y=\frac{1}{x}$有交点，

故 $\sin x=\frac{1}{x}$有解，故 $f(x)=\sin x$（$x\in[0,2\pi]$）具有性质 P；

③令 $x+\frac{1}{x}=\frac{1}{x}$，此方程无解，

故 $f(x)=x+\frac{1}{x}$，（$x\in(0,+\infty)$）不具有性质 P；

④ $f(x)=ln(x+1)$ 的图象与 $y=\frac{1}{x}$有交点，

故 ln（x+1）$=\frac{1}{x}$有解，故 f（x）$=ln$（x+1）具有性质 P；

综上所述，具有性质 P 的函数有：①②④，

（2）f（x）$=alnx$ 具有性质 P，显然 $a\neq0$，方程 $xlnx=\frac{1}{a}$有根，

∵g（x）$=xlnx$ 的值域为$[-\frac{1}{e}$，$+\infty$），

∴$\frac{1}{a}\geq-\frac{1}{e}$，

解之可得：$a>0$ 或 $a\leq-e$.

故答案为：①②④；（2）$a>0$ 或 $a\leq-e$

【点评】本题考查的知识点是方程的根，新定义，函数的值域，是方程和函数的综合应用，难度比较大.

三．解答题（共 2 小题）

16．在△ABC 中，$\angle B\neq\frac{\pi}{2}$，$cos2B=\sqrt{3}cosB-1$.

（1）求∠B；

（2）从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使得△ABC 存在且唯一确定，求△ABC 的面积.

条件①：$2b=3a$，$b\sin A=1$；

条件②：$AC=\sqrt{6}$，BC 边上的高为 2；

条件③：$sinA=\sqrt{3}sinC$，$b=2$.

注：如果选择的条件不符合要求，第二问得 0 分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，则按第一个解答计分.

【分析】（1）根据题意，利用倍角公式求得$cosB=\frac{\sqrt{3}}{2}$，即可求解；

（2）根据题意，分别选择①②③，结合正弦定理和余弦定理，求得 a，c 的长，结合题意，即可求解.

【解答】解：（1）解：由△ABC 中，$\angle B\neq\frac{\pi}{2}$，且$cos2B=\sqrt{3}cosB-1$，

可得 $2cos^2B=\sqrt{3}cosB$，所以$cosB=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

因为 $0<B<\pi$，所以$B=\frac{\pi}{6}$.

（2）解：

若选择条件①：$2b=3a$，$b\sin A=1$，

由正弦定理$\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}$且$B=\frac{\pi}{6}$，可得 $a=2$，$b=3$，

又由余弦定理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，可得$c^2-2\sqrt{3}c-5=0$，

解得$c=\sqrt{3}+2\sqrt{2}$，

所以$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times 2\times(\sqrt{3}+2\sqrt{2})\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{2}$，

所以△*ABC* 存在且唯一确定，此时△*ABC* 的面积为$\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{2}$.

若选条件②：$AC=\sqrt{6}$，BC 边上的高为 2，

因为$B=\frac{\pi}{6}$，可得$c=\frac{2}{\sin B}=4$，

由余弦定理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，可得$a^2-4\sqrt{3}a+10=0$，解得$a=2\sqrt{3}\pm 2$，

此时△*ABC* 存在但不唯一确定，不符合题意.

若选条件③：$\sin A=\sqrt{3}\sin C$，$b=2$，

因为$\sin A=\sqrt{3}\sin C$，由正弦定理得$a=\sqrt{3}c$，

又由余弦定理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，可得$a^2+c^2-\sqrt{3}ac=4$，

因为$a=\sqrt{3}c$，代入解得$a=2\sqrt{3}$，$c=2$，所以$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\times\frac{1}{2}=\sqrt{3}$，

所以△*ABC* 存在且唯一确定，此时△*ABC* 的面积为$\sqrt{3}$.

【点评】本题考查解三角形，利用了正弦定理，余弦定理，属于中档题.

17. 已知函数$f(x)=\ln\frac{1+x}{1-x}$，

（Ⅰ）求曲线 $y=f(x)$ 在点（0，$f(0)$）处的切线方程；

（Ⅱ）求证，当 $x\in(0,1)$ 时，$f(x)>2(x+\frac{x^3}{3})$；

（Ⅲ）设实数 k 使得 $f(x)>k(x+\frac{x^3}{3})$对 $x\in(0,1)$ 恒成立，求 k 的最大值.

【分析】（1）利用函数的导数求在曲线上某点处的切线方程.

（2）构造新函数利用函数的单调性证明命题成立.

（3）对 k 进行讨论，利用新函数的单调性求参数 k 的取值范围.

【解答】解答：（1）因为$f(x)=\ln(1+x)-\ln(1-x)$所以

$f'(x)=\frac{1}{1+x}+\frac{1}{1-x}$，$f'(0)=2$

又因为$f(0)=0$，所以曲线 $y=f(x)$ 在点（0，$f(0)$）处的切线方程为 $y=2x$.

（2）证明：令 $g(x)=f(x)-2(x+\frac{x^3}{3})$，则

$g'(x)=f'(x)-2(1+x^2)=\frac{2x^4}{1-x^2}$，

因为 $g'(x)>0$（$0<x<1$），所以 $g(x)$ 在区间（0，1）上单调递增.

所以 $g(x)>g(0)=0$，$x\in(0,1)$，

即当 $x\in(0,1)$ 时，$f(x)>2(x+\frac{x^3}{3})$.

（3）由（2）知，当 $k\leq2$ 时，$f(x)>k(x+\frac{x^3}{3})$ 对 $x\in(0,1)$ 恒成立.

当 $k>2$ 时，令 $h(x)=f(x)-k(x+\frac{x^3}{3})$，则

$h'(x)=f'(x)-k(1+x^2)=\frac{kx^4-(k-2)}{1-x^2}$，

所以当 $0<x<\sqrt[4]{\frac{k-2}{k}}$ 时，$h'(x)<0$，因此 $h(x)$ 在区间 $(0,\sqrt[4]{\frac{k-2}{k}})$ 上单调递减.

当 $0<x<\sqrt[4]{\frac{k-2}{k}}$ 时，$h(x)<h(0)=0$，即 $f(x)<k(x+\frac{x^3}{3})$.

所以当 $k>2$ 时，$f(x)>k(x+\frac{x^3}{3})$ 并非对 $x\in(0,1)$ 恒成立.

综上所知，k 的最大值为 2.

【点评】本题主要考查切线方程的求法及新函数的单调性的求解证明．在高考中属常考题型，难度适中．