

数学试卷

2024.10

考生须知

- 本试卷共6页，共三道大题，29道小题。满分100分。考试时间120分钟。
- 在试卷和草稿纸上准确填写姓名、班级、考场号。
- 试卷答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
- 在答题卡上，选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
- 考试结束，将试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

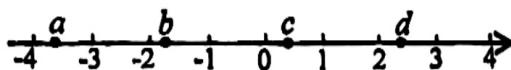
一、选择题（本题共20分，每小题2分）

第1~10题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 中国嫦娥探测器成功在月球背面软着陆，首次实现月球背面与地面站通过中继卫星通信，月球距离地球的距离约为384000km，将384000用科学记数法表示为（ ）

A. 3.84×10^5 B. 384×10^3 C. 3.84×10^3 D. 0.384×10^6

2. 实数a, b, c, d在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是（ ）

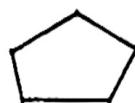


A. $a > -3$ B. $\frac{1}{b} > \frac{1}{c}$ C. $|a| > |d|$ D. $a+c > 0$

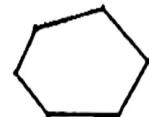
3. 内角和为720°的多边形是（ ）



A.



B.



C.

D.

4. 抛物线 $y=3(x-1)^2+5$ 的开口方向和顶点坐标分别是（ ）

A. 开口向上，(1, 5) B. 开口向下，(1, 5)
C. 开口向上，(-1, 5) D. 开口向下，(-1, 5)

5. 已知 $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$ ，那么下列等式中不正确的是（ ）

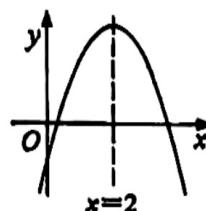
A. $\frac{x+y}{y}=\frac{5}{3}$ B. $3x=2y$ C. $\frac{x-y}{y}=-\frac{1}{3}$ D. $\frac{x}{2}=\frac{3}{y}$

6. 抛物线 $y=2(x-1)^2+1$ 的图象先向左平移2个单位，再向下平移6个单位后，所得的抛物线的解析式为（ ）

A. $y=2(x-3)^2-5$ B. $y=2(x+1)^2-5$ C. $y=2(x-3)^2+7$ D. $y=2(x+1)^2+7$

7. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，下列结论错误的是（ ）

- A. $abc>0$
B. 当 $x<2$ 时， y 随 x 的增大而增大
C. $4a-b=0$
D. 函数图象与 x 轴交点的横坐标是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根

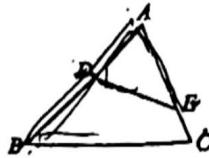


23. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CD \perp AB$ 于点 D .

8. 如图, 点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的 AB 、 AC 边上, 增加下列条件中的一个:

- ① $\angle AED=\angle B$; ② $\angle ADE=\angle C$; ③ $\frac{AE}{AB}=\frac{DE}{BC}$; ④ $\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}$; ⑤ $AC^2=AD\cdot AE$.

能使 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ACB$ 一定相似的有 ()



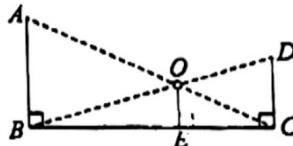
- A. ①②④ B. ②④⑤ C. ①②③④ D. ①②⑤

9. 已知二次函数 $y=x^2-6x+3$ 的图象过点 $A(-1, y_1)$, $B(2, y_2)$, $C(5, y_3)$, 则 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系, ()

- A. $y_3 < y_2 < y_1$ B. $y_2 < y_1 < y_3$ C. $y_3 < y_1 < y_2$ D. $y_2 < y_3 < y_1$

10. 据《墨经》记载, 在两千多年前, 我国学者墨子和他的学生做了“小孔成像”实验, 阐释了光的直线传播原理. 小孔成像的示意图如图所示, 光线经过小孔 O , 物体 AB 在幕布上形成倒立的实像 CD (点 A 、 B 的对应点分别是 C 、 D). 若物体 AB 的高为 5cm , 小孔 O 到地面距离 OE 为 2cm , 则实像 CD 的高度 ()

- A. $\frac{4}{3}\text{cm}$ B. $\frac{10}{3}\text{cm}$ C. $\frac{3}{10}\text{cm}$ D. $\frac{14}{5}\text{cm}$



二、填空题 (本题共12分, 每小题2分)

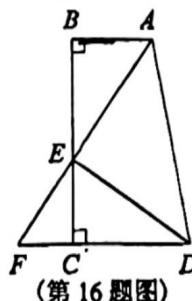
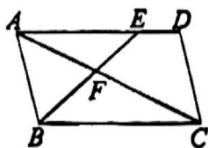
11. 若 $\sqrt{x-8}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

12. 分解因式: $a^3-2a^2+a=$ _____.

13. 方程 $\frac{2}{x+5}=\frac{1}{x}$ 的解为_____.

14. 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 的对称轴为 $x=-1$, 点 P , 点 Q 是抛物线与 x 轴的两个交点, 若点 P 的坐标为 $(-3, 0)$, 则点 Q 的坐标为_____.

15. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 在 AD 上, BE 交 AC 于点 F . 若 $AE=3ED$, 则 $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle BCF}}$ 的值为_____. (第 15 题图)



北京中考

16. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B=\angle BCD=90^\circ$, 点 E 在 BC 上, $CE < BE$, 连接 AE 并延长交 DC 的延长线

于点 F , 连接 DE , $\triangle ABE \cong \triangle ECD$. 给出下面三个结论:

- ① $\triangle AED$ 是等腰直角三角形; ② $AB+CD > AE$; ③ $\sqrt{2}AB\cdot EF = AD\cdot CF$.

上述结论中, 所有正确结论的序号是_____.

三、解答题（本题共68分，第17~22题每小题5分，第23题每题5分，第24题每题4分，第25题6分，第26题5分，第27~29题，每小题6分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 计算: $(3 - \pi)^0 - (\frac{1}{4})^{-1} + \sqrt{12} + |1 - \sqrt{3}|$.

18. 解不等式组: $\begin{cases} -2x + 6 \geq 4 \\ \frac{4x+1}{3} > x-1 \end{cases}$.

19. 已知 $x^2 + 2x - 2 = 0$, 求代数式 $2x(x+2) - (x+1)^2$ 的值.

20. 已知二次函数 $y = -2x^2 + bx + c$ 的图象经过 $(0, -1)$, $(1, -3)$.

(1) 求二次函数的表达式;

(2) 当 y 随 x 的增大而减小时, x 的取值范围是_____.

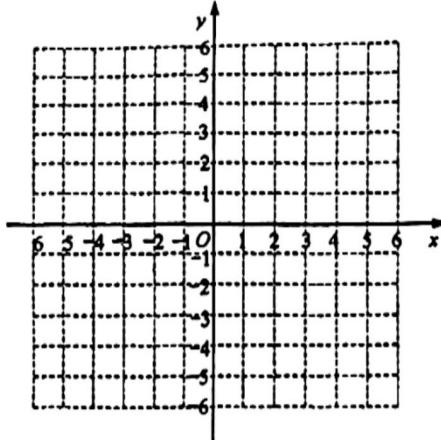
21. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$.

(1) 将其化为 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式为_____;

(2) 该二次函数图象的对称轴为_____, 顶点坐标为_____;

(3) 直接在坐标系中画出它的示意图;

(4) 结合图象, 当 $0 \leq x \leq 4$ 时, y 的取值范围是_____.



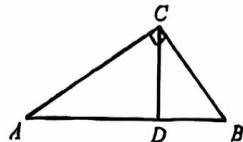
22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = kx + b(k \neq 0)$ 的图象经过点 $(4, 3)$, $(-2, 0)$, 且与 y 轴交于点 A .

(1) 求该函数的解析式及点 A 的坐标;

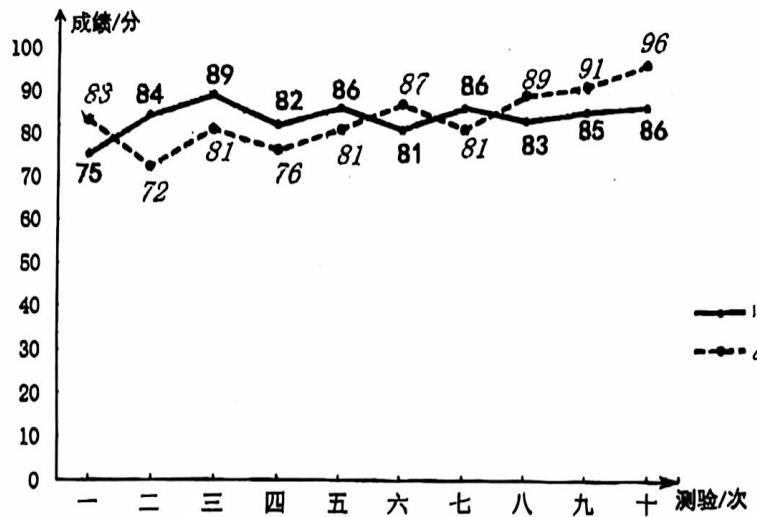
(2) 当 $x > 0$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = x + n$ 的值大于函数 $y = kx + b(k \neq 0)$ 的值, 直接写出 n 的取值范围.

23. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CD \perp AB$ 于点 D.

- (1) 求证: $\triangle CBD \sim \triangle ABC$;
- (2) 若 $AD=4$, $BD=2$, 求 BC 的长.



24. 某校诗词知识竞赛培训活动中, 在相同条件下对甲、乙两名学生进行了 10 次测验, 他们的 10 次成绩如下 (单位: 分):



整理、分析过程如下, 请补充完整.

(1) 按如下分数段整理、描述这两组数据:

成绩 x	$70 \leq x \leq 74$	$75 \leq x \leq 79$	$80 \leq x \leq 84$	$85 \leq x \leq 89$	$90 \leq x \leq 94$	$95 \leq x \leq 100$
甲	0			5	0	0
乙	1	1	4	2	1	1

(2) 两组数据的极差、平均数、中位数、众数、方差如下表所示:

学生	极差	平均数	中位数	众数	方差
甲	14	83.7			13.21
乙	24	83.7	82	81	46.21

(3) 若从甲、乙两人中选择一人参加知识竞赛, 你会选_____ (填“甲”或“乙”),

理由为_____.

25. 如图，边长为6的正方形 $ABCD$ 中， E, F, G, H 分别是 AB, BC, CD, DA 边上的动点，且 $AE=BF=CG=DH$. 点 E 从点 A 出发沿 AB 以每秒1个单位长度的速度向点 B 运动（到达点 B 时停止），设运动时间为 t （单位：秒）.

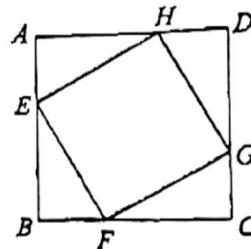
(1) ①当运动停止时， t 的值为_____；

②设 A, H 之间的距离为 y ，则 y 与 t 满足_____关系（选填“正比例函数”，“一次函数”，“二次函数”）

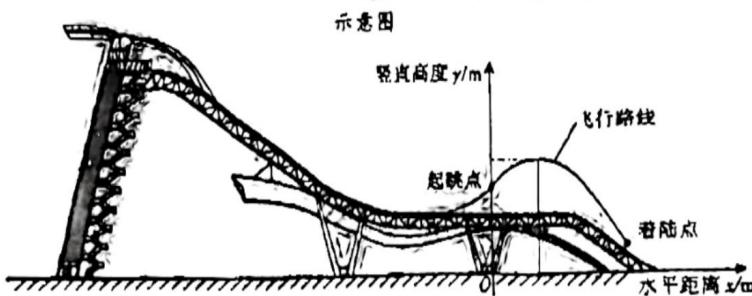
(2) 设四边形 $EFGH$ 的面积为 S .

①直接写出 S 的表达式_____（用含有 t 的代数式表示），并写出 t 的取值范围_____；

② S 是否可以为20？若可以，请求出此时 t 的值，若不能，请通过计算说明理由.



26. 单板滑雪大跳台是北京冬奥会比赛项目之一，举办场地为首钢滑雪大跳台. 运动员起跳后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分. 建立如图所示的平面直角坐标系，从起跳到着陆的过程中，运动员的竖直高度 y （单位：m）与水平距离 x （单位：m）近似满足函数关系 $y=a(x-h)^2+k$ ($a<0$).



某运动员进行了两次训练.

(1) 第一次训练时，该运动员的水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下：

水平距离 x/m	0	2	5	8	11	14
竖直距离 y/m	20.00	21.40	22.75	23.20	22.75	21.40

根据上述数据，直接写出该运动员竖直高度的最大值，并求出满足的函数关系 $y=a(x-h)^2+k$ ($a<0$)；

(2) 第二次训练时，该运动员的竖直高度 y 与水平距离 x 近似满足函数关系 $y=-0.04(x-9)^2+23.24$. 记该运动员第一次训练的着陆点的水平距离为 d_1 ，第二次训练的着陆点的水平距离为 d_2 ，则 d_1 _____ d_2 （填“ $>$ ”，“ $<$ ”或“ $=$ ”）.

27. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=ax^2-2mx+2$ 经过点 $(1, -2m+1)$.

(1) 求 a 的值;

(2) 已知点 $(-m-1, y_1), (2m+2, y_2)$ 在该抛物线上, 若 $y_2 < y_1 < 2$, 求 m 的取值范围.

28. 已知: Rt $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle BAC=30^\circ$, 现将 Rt $\triangle ABC$ 绕点 B 按逆时针方向旋转角 α ($60^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$) 得 Rt $\triangle A'BC'$, 设旋转过程中射线 $C'C$ 和线段 AA' 相交于点 D , 连接 BD .

(1) 当 $\alpha=60^\circ$ 时, $A'B$ 过点 C , 如图 1 所示, 判断 BD 和 $A'A$ 之间的位置关系, 不必证明;

(2) 当 $\alpha=90^\circ$ 时, 在图 2 中依题意补全图形, 并猜想(1)中的结论是否仍然成立, 不必证明;

(3) 如图 3, 对旋转角 α ($60^\circ < \alpha < 90^\circ$), 猜想(1)中的结论是否仍然成立; 若成立, 请证明你的结论; 若不成立, 请说明理由.

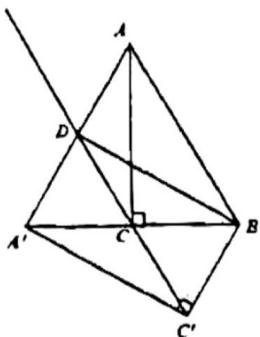


图 1

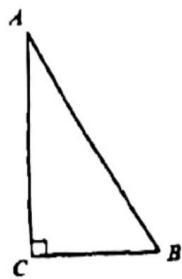


图 2

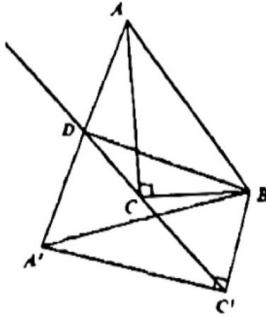


图 3

29. 定义符号 $\min\{a, b\}$ 的含义为: 当 $a \geq b$ 时, $\min\{a, b\} = b$; 当 $a < b$ 时, $\min\{a, b\} = a$.

如, $\min\{1, -2\} = -2$, $\min\{-1, 2\} = -1$.

(1) 求 $\min\{x^2-1, -2\}$:

(2) 已知 $\min\{x^2-2x+k, -3\} = -3$, 求实数 k 的取值范围;

(3) 已知当 $-2 \leq x \leq 3$ 时, $\min\{x^2-2x-15, m(x+1)\} = x^2-2x-15$. 直接写出实数 m 的取值范围.

