昌平一中教育集团2024-2025学年第一学期期中联合质量检测

初三　数学试卷　　　　2024.10

数学参考答案及评分标准

一、选择题（共8道小题，每小题2分，共16分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	D	B	A	D	B	C

二、填空题（共8道小题，每小题2分，共16分）

题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$x\neq5$	答案不唯一 $\angle ADE=\angle C$	$\frac{3}{2}$	>	6	0<k<4	1	①③

三、解答题（共12道小题，第17-22题，每小题5分，第23-26题，每小题6分，第27、28题，每小题7分，共68分）

17. 解：（1）83°；……………………………………………………………………2分

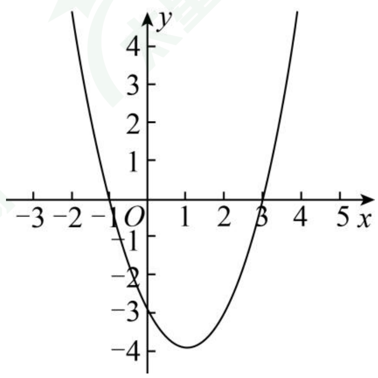
（2）∵四边形$ABCD$∽四边形$A'B'C'D'$，

$\therefore \frac{x}{8}=\frac{y}{11}=\frac{9}{6}$，……………………………………………………………3分

解得：$x=12$，$y=\frac{33}{2}$. ……………………………………………………5分

18．解：（1）抛物线的对称轴为直线$x=1$；……………………………………1分

（2）二次函数$y=x^2-2x-3$的图象如图所示：………………………3分



（3）观察图象得，当自变量$0\le x\le3$时

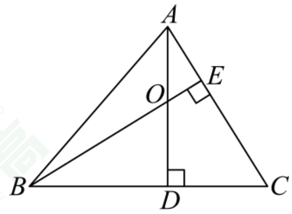
当$x=1$时，y取最小值，此时$y=-4$，

当$x=3$时，y取最大值，此时$y=0$，

∴当$0\le x\le3$时，$-4\le y\le0$.

即：函数最大值为0，最小值为-4．……………………………………5分

19．解：（1）$\triangle AOE$，$\triangle BOD$，$\triangle BCE$（写出一个即可）……………………………………………………2 分



（2）$\triangle AOE \backsim \triangle ACD$（答案不唯一）

证明：∵$\triangle ABC$ 的高 AD，BE 相交于点 O，

∴ $\angle AEO = \angle ADC = 90°$．……………………………………………………………………3 分

∵ $\angle OAE = \angle CAD$，………………………………………………………………………………4 分

∴$\triangle AOE \backsim \triangle ACD$．……………………………………………………………………………5 分

20.（1）解：把（0，0）代入 $y=x^2-mx+m-2$ 得 $m-2=0$，解得 $m=2$，…………………………1 分

所以抛物线表达式为 $y=x^2-2x$；………………………………………………………………………2 分

（2）证明：令 $y=0$，则 $x^2-mx+m-2=0$

$\triangle=(-m)^2-4(m-2)$ ……………………………………………………………………3 分

$=m^2-4m+8$

$=(m-2)^2+4$

∵$(m-2)^2\geqslant 0$

∴$(m-2)^2+4>0$……………………………………………………………………………………5 分

∴方程有两个不相等的实数根，可得两个交点横坐标

∴无论 m 为任何实数，该二次函数的图象与 x 轴都有两个交点．

21．解：∵ $BC\perp AC$，$DE\perp AC$，

∴ $DE//BC$，……………………………………………………………………………………………1 分

∴$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$，…………………………………………………………………………………2 分

∴ $\frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AC}$，……………………………………………………………………………………………3 分

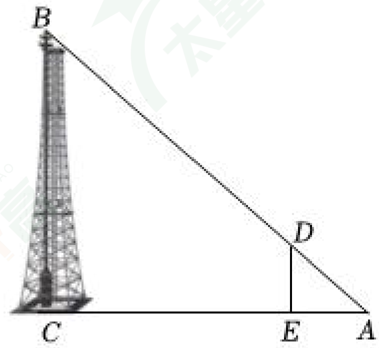
∵ $CE=20$，$DE=1.8$，$AE=2$，

∴ $AC=CE+AE=22$，……………………………………4 分

∴ $\frac{1.8}{BC}=\frac{2}{22}$，

∴ $BC=19.8$(米)，

∴信号发射塔的高度为 19.8 米．…………………………5 分



22．解：（1）将 $A(-2,4)$ 代入反比例函数表达式得：$4=\frac{k}{-2}$，

解得：$k=-8$，

∴反比例函数的表达式为：$y=-\frac{8}{x}$，………………………………………………………………1 分

∵点 B 在反比例函数图象上，且点 B 的横坐标为 -4，

∴当 $x=-4$ 时，$y=-\dfrac{8}{-4}=2$，

∴$B(-4,2)$，……………………………………………………………………………2 分

把 $A(-2,4)$，$B(-4,2)$ 代入一次函数表达式得：$\begin{cases}-4k+b=2\\-2k+b=4\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=1\\b=6\end{cases}$，

∴一次函数的表达式为：$y=x+6$；………………………………………………………3 分

（2）在 $y=x+6$ 中，当 $y=0$ 时，$x+6=0$，

解得：$x=-6$，

∴$C(-6,0)$，……………………………………………………………………………4 分

∴$OC=6$，

∴$S_{\triangle AOC}=\dfrac{1}{2}OC\cdot y_A=\dfrac{1}{2}\times 6\times 4=12$．……………………………………………5 分

23．（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是矩形

∴ $\angle A=\angle B=\angle D=90^\circ$，……………………………………………………1 分

∵沿直线 CE 将 $\triangle CBE$ 翻折，使得 B 落在 AD 边上，

∴ $\angle EFC=90^\circ$

∴ $\angle AFE+\angle CFD=90^\circ$

∵ $\angle AFE+\angle AEF=90^\circ$

∴ $\angle AEF=\angle CFD$……………………………………………………………2 分

∵ $\angle A=\angle D$

∴ $\triangle AEF\backsim\triangle DFC$；……………………………………………………3 分

（2）解：∵ $\triangle AEF\backsim\triangle DFC$

∴ $\dfrac{EF}{FC}=\dfrac{AF}{CD}$，即$\dfrac{1}{3}=\dfrac{AF}{6}$

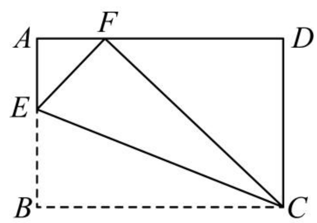
解得 $AF=2$……………………………………………………………………………4 分

∵四边形 $ABCD$ 是矩形

∴ $AD=BC$

∵沿直线 CE 将 $\triangle CBE$ 翻折，使得点 B 落在 AD 边上，

∴ $FC=BC$



$\therefore AD = FC$

$\because \angle D = 90°$

$\therefore DF^2 + CD^2 = FC^2$，即$(AD-2)^2+6^2=AD^2$ ……………………………………………………5 分

解得 $x=10$

$\therefore BC = AD = 10$． ……………………………………………………………………………6 分

24．(1)根据题意，得抛物线的对称轴为直线 $x=1$，经过点（0，10），（3，7）．

设 y 关于 x 的函数表达式为 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$.

$$\therefore \begin{cases} -\frac{b}{2a}=1, \\ c=10, \\ 9a+3b+c=7, \end{cases}$$

解得$\begin{cases} a=-1, \\ b=2, \\ c=10. \end{cases}$

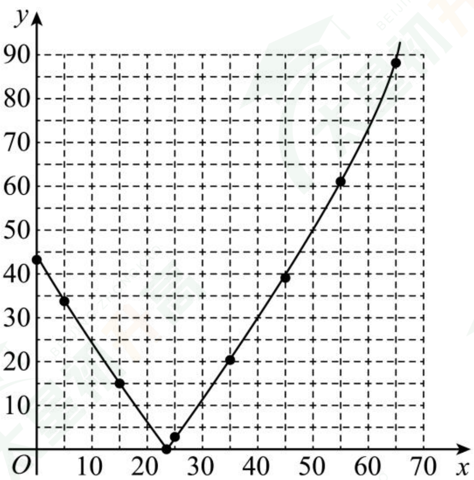
$\therefore y$ 关于 x 的函数表达式为 $y=-x^2+2x+10$； ……………………………………………………3 分

(2)令 $y=0$，则$-x^2+2x+10=0$， ……………………………………………………………4 分

解得$x=1+\sqrt{11}$或$x=1-\sqrt{11}$（不合题意，舍去）. ………………………………………………5 分

$\therefore$运动员从起跳点到入水点的水平距离 OB 为$(1+\sqrt{11})m$ ………………………………………………6 分

25．(1)解：函数的图象如下：



……………………………………………………………………………………………2 分

(2)解：根据(1)中图象可得：当$x=40$时，$y\approx 30.0$，

故答案为：30.0(答案不唯一)； ……………………………………………………………………4 分

(3)解：根据(1)中图象可得：当$y=40$时，$x\approx 1$或$x\approx 45$，

$45-1=44$，

故答案为：44(答案不唯一)； …………………………………………………………………………6 分

26．解：（1）将点$(-1,m)$和$(3,n)$代入二次函数$y=-x^2+bx+c$中，

得：$m=-1-b+c$，$n=-9+3b+c$，

当$m=n$时，

则$-1-b+c=-9+3b+c$，

解得：$b=2$；……………………………………………………………………………………………2 分

（2）$\because n<m<c$，$m=-1-b+c$，$n=-9+3b+c$，……………………………………………………3 分

$\therefore -9+3b+c<-1-b+c<c$，

解得：$-1<b<2$，……………………………………………………………………………………5 分

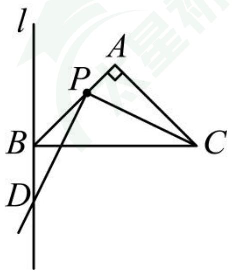
$\because$ 抛物线的对称轴为$x=t$，

$\therefore t=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{b}{2}$，

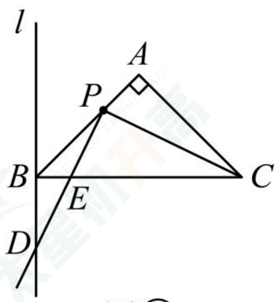
$\therefore -\dfrac{1}{2}<\dfrac{b}{2}<1$，

$\therefore -\dfrac{1}{2}<t<1$．………………………………………………………………………………………6 分

27．(1)解：(1)补全图形，如图．……………………………………………………………………1 分



①证明：如图①，设PD与BC的交点为E.



图①

根据题意可知，$\angle CPD=90°$.

$\because BC\perp l$,

$\therefore \angle DBC=90°$.

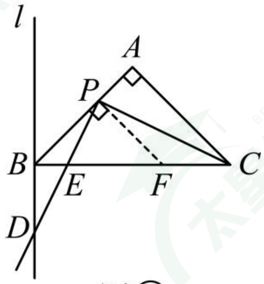
$\therefore \angle BDP+\angle BED=90°$，$\angle PCB+\angle PEC=90°$.

$\because \angle BED = \angle PEC$

$\therefore \angle BDP = \angle PCB$. ....3 分

②$BC - BD = \sqrt{2}BP$. ....4 分

证明：如图②，过点P作$PF \perp BP$交BC于点F.



图②

$\because AB = AC$，$\angle A = 90°$，

$\therefore \angle ABC = 45°$.

$\therefore BP = PF$，$\angle PFB = 45°$.

$\therefore \angle PBD = \angle PFC = 135°$.

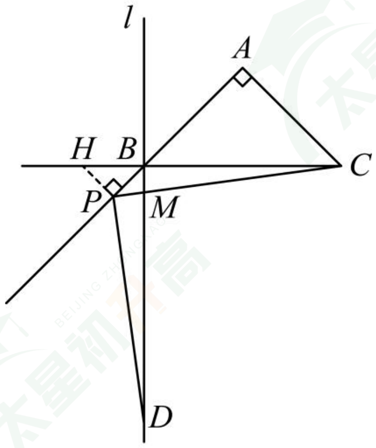
$\therefore \triangle BPD \cong \triangle FPC$.

$\therefore BD = FC$.

$\because BF = \sqrt{2}BP$，

$\therefore BC - BD = \sqrt{2}BP$. ....6 分

(2)过点P作$PH \perp BP$交CB的延长线于点H，如图③，



图③

$\because \angle DPC = \angle CBM = 90°$，$\angle PMD = \angle BMC$

$\therefore \angle PDM = \angle BCM$

$\because \angle ABC = \angle ACB = 45°$

$\therefore \angle HBP = 45°$

$\therefore \angle DBP = 45°$

$\because \angle BPH = 90°$

$\therefore \angle BHP = 45°$

$\therefore HP = BP$

$\therefore HB = \sqrt{2}PB$

又$\angle DPC = 90°$

$\therefore \angle HPC = \angle BPD$，

在$\triangle HPC$和$\triangle BPD$中，

$$\begin{cases} HP = BP \\ \angle BPD = \angle HPC \\ \angle PHC = \angle PBD \end{cases}$$

$\therefore \triangle HPC \cong \triangle BPD$

$\therefore BD = HC = HB + BC = \sqrt{2}BP + BC$

$\therefore BD - BC = \sqrt{2}BP$．……………………………………………………………………………7 分

28．解：(1)①如图 1 中，

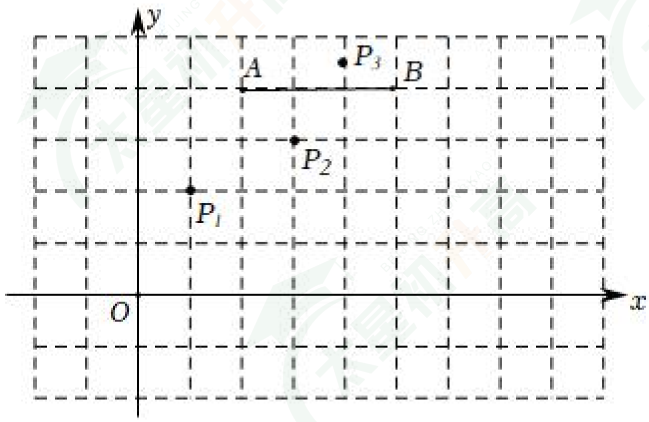


图1

观察图形可知，与线段AB互为“近邻图形”的是P_2，P_3．

故答案为：P_2，P_3；……………………………………………………………………………2 分

②如图②中，

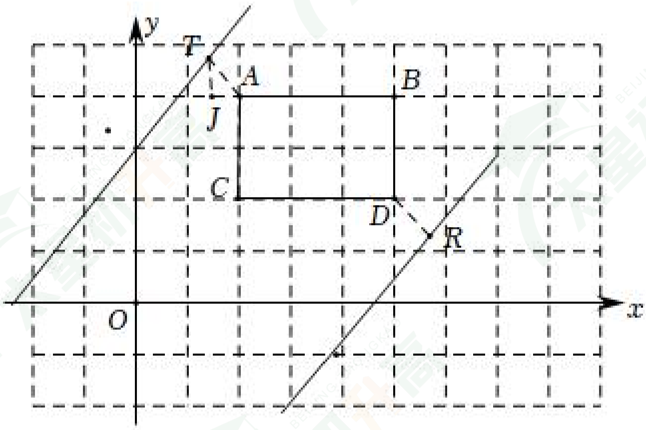


图2

当直线$y = x + b$在点A的上方时，过点A作$AT \perp$直线$y = x + b$，

过点T作$TJ \perp AB$，交BA的延长线于点J.

不妨假设$AT = 1$，则$TJ = AJ = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\therefore T(2 - \frac{\sqrt{2}}{2}, 4 + \frac{\sqrt{2}}{2})$，

$\therefore 4 + \frac{\sqrt{2}}{2} = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2} + b$，

$\therefore b = 2 + \sqrt{2}$，

当直线$y = x + b$在点D的下方时，过点D作$DR \perp$直线$y = x + b$，

不妨假设$DR = 1$，同法可得$R(5 + \frac{\sqrt{2}}{2}, 2 - \frac{\sqrt{2}}{2})$，

$\therefore 2 - \frac{\sqrt{2}}{2} = 5 + \frac{\sqrt{2}}{2} + b$，

$\therefore b = -3 - \sqrt{2}$，

观察图象可知，满足条件的b的取值范围为$-3 - \sqrt{2} \le b \le 2 + \sqrt{2}$；……………………………………….5 分

(2)如图 3 中，

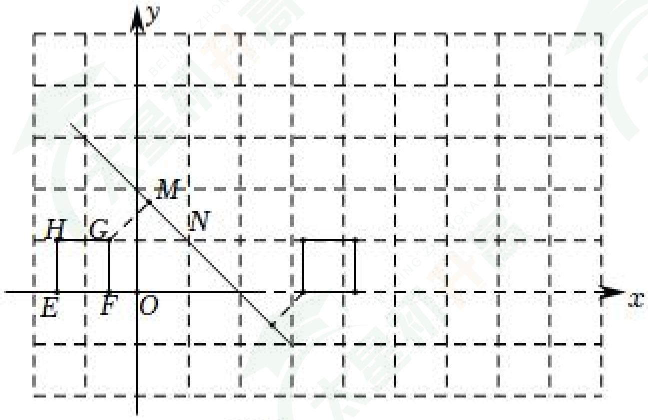


图3

观察图象可知，满足条件的m的值为$-\sqrt{2} \le m \le 2 + \sqrt{2}$. ………………………………………………….7 分