



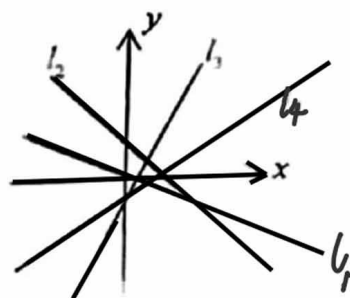
一、选择题（每题3分，共20题）

已知全集 $U = \mathbb{R}$ ， $A = \{x | x > 1\}$ ， $B = \{x | x > 2\}$ ，则 $A \cup B =$

- (A) $(-\infty, 1]$ (B) $[1, +\infty)$ (C) $(1, 2]$ (D) $(2, +\infty)$

2. 在平面直角坐标系内，直线 l_1, l_2, l_3, l_4 的位置如图所示，斜率分别为 k_1, k_2, k_3, k_4 ，则

- (A) $k_1 < k_2 < k_4 < k_3$ (B) $k_2 < k_1 < k_3 < k_4$
 (C) $k_2 < k_1 < k_3 < k_4$ (D) $k_1 < k_2 < k_3 < k_4$



3. 命题“ $\forall x \in (1, 3)$ ，都有 $x^2 - x \geq 1$ ”的否定是

- (A) $\exists x_0 \in (1, 3)$ ，使得 $x_0^2 - x_0 < 1$ (B) $\exists x_0 \in (1, 3)$ ，使得 $x_0^2 - x_0 \geq 1$
 (C) $\exists x_0^2 - x_0 \geq 1$ ，使得 $x_0 \in (1, 3)$ (D) $\exists x_0 \in (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$ ，使得 $x_0^2 - x_0 \geq 1$

4. 下列函数中，既是奇函数，又在区间 $(0, 1)$ 上单调递增的是

- (A) $y = x^2$ (B) $y = \ln x$ (C) $y = -x^3$ (D) $y = \sin x$

5. 某中学高一、高二和高三各年级人数见下表。采用分层抽样的方法调查学生的健康状况，在抽取的样本中，高二年级有20人，那么该样本中高三年级的人数为

- (A) 18
 (B) 22
 (C) 40
 (D) 60

年级	人数
高一	550
高二	500
高三	450
合计	1500

6. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 75^\circ$ ，那么 $\frac{c}{a} =$

- (A) 1 (B) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (C) 2 (D) 3

7. 设 m, n 是两条不同的直线, α, β, γ 是三个不同的平面, 给出下列三个命题:

- ① 如果 $m \parallel \alpha, m \parallel \beta$, 那么 $\alpha \parallel \beta$
 ② 如果 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$, 那么 $\alpha \parallel \beta$;
 ③ 如果 $m \perp \alpha, n \perp \beta, \alpha \perp \beta$, 那么 $m \perp n$;
 ④ 如果 $\alpha \parallel \beta, m \subseteq \alpha, n \subseteq \beta$, 那么 $m \parallel n$.

其中真命题的序号为

- (A) ① (B) ② (C) ③

8. 想得到函数 $g(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象, 只需把函数 $f(x) = \sin 2x$ 的图象

- (A) 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位 (B) 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位
 (C) 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位 (D) 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位

9. 设曲线 $C: x^2 + y^2 = 16$. 将曲线 C 上任意一点的纵坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍, 得到曲线

E , 则曲线 E 的方程为

- (A) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$ (B) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{64} = 1$
 (C) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ (D) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

10. 事件 A 与 B 独立, $P(A) = 0.6, P(AB) = 0.4$, 则 $P(B) =$

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{2}$

已知直线 $l: 3x + ay + 6 = 0 (a \in \mathbb{R})$ 与直线 $m: \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$, 则 “ $a = 2$ ” 是 “ $l \parallel m$ ” 的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

12. 在平行四边形 $ABCD$ 中, 已知 $\overrightarrow{AB} = (2, 2), \overrightarrow{AD} = (0, 4)$, E 为 BD 的中点, 则 $\overrightarrow{EC} =$

- (A) $(1, 3)$ (B) $(1, -1)$ (C) $(-1, 1)$ (D) $(-1, 5)$



13. 定义底面直径与母线长相等的圆柱为正圆柱, 如果一个正圆柱的底面直径与一个球的直径相等, 则正圆柱与球的体积比为

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) $\frac{3}{2}$

14. 已知 $\theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $\sin \theta + 2\cos^2 \theta = 1$, 则 $\tan \theta =$

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (D) $-\sqrt{3}$

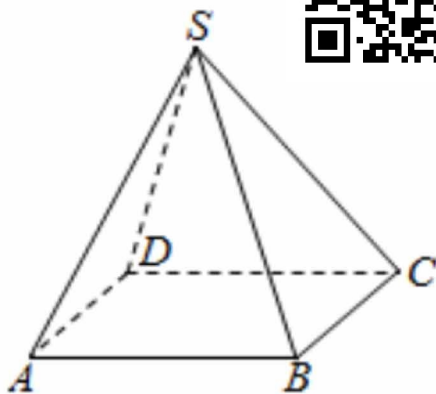
15. 设向量 $a = (3, 4)$, $b = (12, 5)$, 则 a 在 b 上的投影向量的模长为

- (A) $\frac{63}{5}$ (B) $\frac{56}{5}$ (C) $\frac{63}{13}$ (D) $\frac{56}{13}$

16. 如图, 四棱锥 $S-ABCD$ 的所有棱的长度都为 2, 记直线 SA 与直线 AD 所成角为 α , 直线 SA 与平面 $ABCD$ 所成角为 β , 二面角 $S-AD-C$ 的平面角为 γ ,

则 $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ 的值分别为

- (A) $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}$
 (C) $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}$



17. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 做 x 轴的垂线与椭圆交于 P, Q 两点 (P 在 Q 上方), 过 F_2 做 x 轴的垂线与椭圆交于 M, N 两点 (M 在 N 上方), 若矩形 $MPQN$ 满足 $\frac{MP}{PQ} = \frac{3\sqrt{5}}{4}$, 则椭圆的离心率为

- (A) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (C) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ (D) $\frac{1}{3\sqrt{5}}$

18. 已知圆 $C: x^2 + y^2 + Dx + Ey + 5 = 0$ 与圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 外切, 过两圆圆心的直线的方程为 $y = \sqrt{2}x$, 则 D 与 E 的乘积 $DE =$

- (A) 6 (B) $6\sqrt{2}$ (C) 12 (D) $12\sqrt{2}$



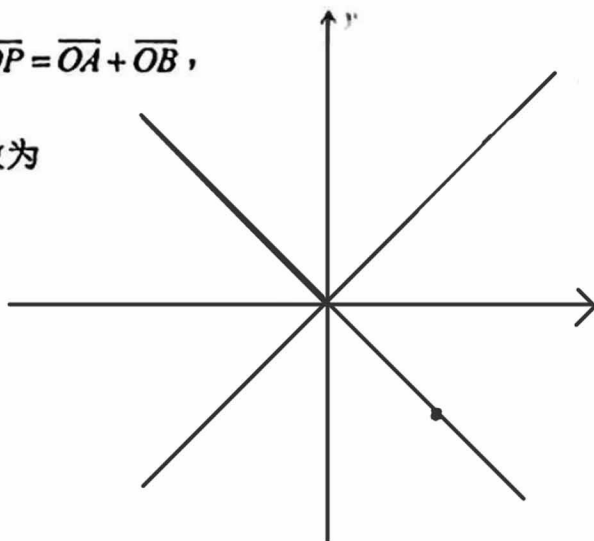
19. 在平面直角坐标系 xOy 中, 记 d 为点 $P(\cos\theta, \sin\theta)$ 到直线 $l: mx - y - 4m = 0$ 的距离, 当 θ, m 变化时, 记到直线 l 的距离为 2 的点 P 的个数为 K , 则 K 的最大值为

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

20. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 内, O 为坐标原点, A, B 两点分别在直线 l 和 m 上运动, 且 A, B 两点的横坐标之积为 $\frac{1}{4}$. 动点 P 满足 $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$,

则动点 P 的轨迹与曲线 $x^2 + y^2 = 4$ 的公共点的个数为

- (A) 0 (B) 2
(C) 4 (D) 6



二、填空题 (每题 3 分, 共 10 题)

21. 函数 $f(x) = \sqrt{x} + \ln x$ 的定义域是_____.

22. 在复平面内, 复数 $\frac{1-2i}{i}$ 对应的点的坐标为_____.

23. 现有甲、乙、丙、丁 4 种智慧黑板, 某学校要从中随机选取 2 种作为教学工具备选, 则甲被选中的概率为_____.

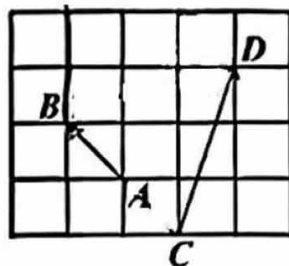
24. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的焦距等于 10, 渐近线方程为 $y = \pm \frac{3}{4}x$, 则 $a^2 - b^2 =$ _____.

25. 角 α 的顶点位于坐标原点, 始边位于 x 轴非负半轴, 当 $\alpha = 347^\circ$ 时, 终边与单位圆的交点为 M , 则 M 的坐标是_____.

26. 已知 $s = 2t^2 - t + 8 (t > 0)$, 则 $\frac{s}{t}$ 的最小值为_____.

27. 若直线 $l: 3x - 4y + 5 = 0$ 与圆 $O: x^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ 相交于 A, B 两点, 且 $|AB| = 2\sqrt{3}$, 则 $r =$ _____.

28. 向量 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ 在正方形网格中的位置如图所示,



设 $\vec{a} = \overrightarrow{CD} - 2\overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$, θ 为向量 \vec{a}, \vec{b}

的夹角, 则 $\cos \theta =$ _____.

29. 抛物线 $C_1: y^2 = 4x$ 的焦点为 F_1 , $C_2: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点为 F_2 , 点 A 在 C_2 上,

$|AF_2| = 10$, 点 A 到 C_1 的准线的距离为 9, 则 $p =$ _____, 点 A 的坐标为 _____.

30. 关于曲线 $C: x^4 - y^4 = 1$ 有以下四个论断,

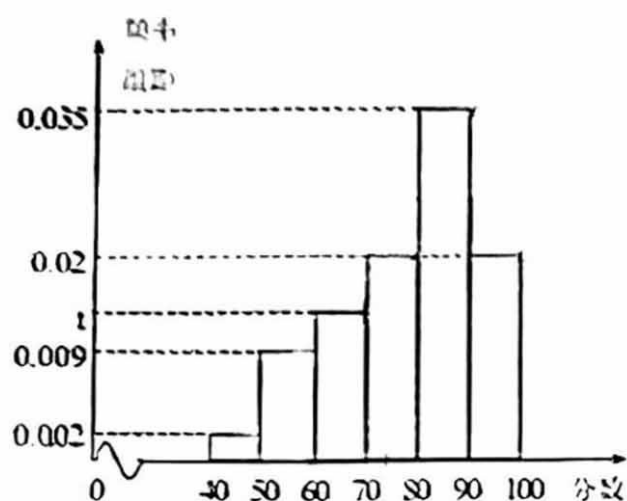
- ① 曲线 C 的范围是 $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$;
- ② 曲线 C 关于原点呈中心对称;
- ③ 曲线 C 与直线 $y = x$ 没有公共点;
- ④ 设点 $M(x, y)$ 是曲线 C 上的任意一点, 则 $x - y$ 的最大值为 1.

其中所有正确论断的序号是 _____.

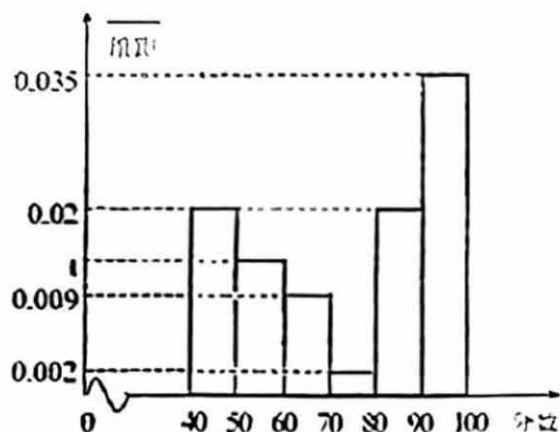


三、解答题（共五小题，共 60 分）

31. (12 分) 在应对突发自然灾害的救援工作中，心理医生的相关心理疏导起到了重要作用。某心理调查机构为了解市民在灾后救援过程中的心理健康状况，随机抽取 2000 位市民进行心理健康问卷调查，并绘制所得评分（满分 100 分）的频率分布直方图，如图所示。



- (I) 求频率分布直方图中 t 的值；
- (II) 估计样本数据的第 30 百分位数；
- (III) 该心理调查机构对另外一组 2000 位市民也进行了相同的心理健康问卷调查，得到了如图所示的频率分布直方图。记前后两组市民得分的方差分别为 s_1^2, s_2^2 ，请你比较 s_1^2, s_2^2 的大小关系。
- (只需写出判断结果，无需说明理由)



32. (12 分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \cos 2x + 2 \sin x \cos x$.

- (I) 求 $f(x)$ 的最小正周期；
- (II) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值。

33. (12分) 已知 $\triangle ABC$ 的顶点为 $A(1,1)$, $B(7,4)$, $C(-5,3)$.

(I) B, C 两点在圆 P 上, 且直线 $x-17y+16=0$ 与圆 P 相切于点 A , 求圆 P 的方程;

(II) 又知 $\overline{AC} = 2\overline{AD}$, E 点在 AB 边上, $S_{\triangle ABC} = 3S_{\triangle ADE}$, 求直线 DE 的方程

34. (12分) 平面直角坐标系 xOy , 抛物线 $E: y^2 = 2px (p > 0)$, 点 $A(2,4)$ 在抛物线

(I) 求抛物线 E 的方程;

(II) 过点 A 作一条斜率为 -1 的直线 m_1 , 与抛物线 E 相交于另一点 B . 直线 m_2 与抛物线 E 相切于点 A , 与 y 轴交于点 C . 求 $\triangle ABC$ 的面积.

35. (12分) 如图, 以 $M(0,1)$ 为圆心的圆 M 与 x 轴交于 A, B 两点, A 点坐标为 $(2\sqrt{2}, 0)$.

用坐标计算的方式解决下列问题:

(I) 求圆的方程;

(II) 设直线 $y = k_1x$ 与圆 M 交于 $C(x_1, y_1), D(x_2, y_2) (y_2 > 0)$, 直线 $y = k_2x$ 与圆 M 交于

$G(x_3, y_3), H(x_4, y_4) (y_4 > 0)$. 求证: $\frac{k_1x_1x_2}{x_1+x_2} = \frac{k_2x_3x_4}{x_3+x_4}$;

(III) 对于 (II) 中的点 C, D, G, H ,

设 CH 交 x 轴于 P 点, GD 交 x 轴于 Q 点.

求证: $|OP| = |OQ|$.

