机密★本科目考试启用前

2024年北京市第二次普通高中学业水平合格性考试

数 学 试 卷

考生须知	
考生须知	1．考生要认真填写考场号和座位序号。 2．本试卷共 7 页，分为两部分：第一部分为选择题，共 60 分；第二部分为非选择题，共 40 分。 3．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答，第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。 4．考试结束后，考生应将试卷、答题卡放在桌面上，待监考员收回。

第一部分（选择题 共 60 分）

一、选择题共 20 小题，每小题 3 分，共 60 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知集合 $A=\{-2,-1,0\}$，$B=\{-1,1,2\}$，则 $A\cup B=$

（A）$\{-1\}$　　（B）$\{-2,2\}$

（C）$\{-2,-1,0,2\}$　　（D）$\{-2,-1,0,1,2\}$

（2）函数 $f(x)=\ln(x+6)$ 的定义域为

（A）$(-6,+\infty)$　　（B）$(6,+\infty)$

（C）$(-\infty,-6)$　　（D）$(-\infty,6)$

（3）在复平面内，复数 $z=2-3\mathrm{i}$ 对应的点的坐标为

（A）$(2,3)$　　（B）$(-2,3)$

（C）$(-2,-3)$　　（D）$(2,-3)$

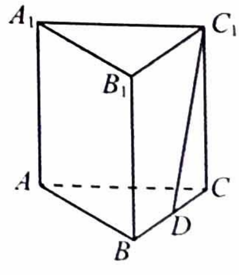
（4）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp$ 底面 ABC，D 是 BC 的中点，则直线 DC_1

（A）与直线 AC 相交

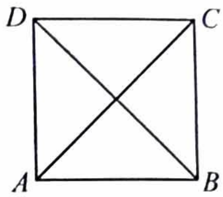
（B）与直线 AC 平行

（C）与直线 AA_1 垂直

（D）与直线 AA_1 是异面直线



（5）如图，四边形 $ABCD$ 是正方形，则 $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=$



（A）$\overrightarrow{AB}$　　（B）$\overrightarrow{BC}$

（C）$\overrightarrow{CD}$　　（D）$\overrightarrow{DA}$

（6）已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，则 $f(1)+f(-1)=$

（A）-1　　（B）0

（C）1　　（D）2

（7）在下列各数中，满足不等式 $(x-1)(x+2)<0$ 的是

（A）-2　　（B）-1

（C）1　　（D）2

（8）命题“$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+1\geqslant 0$”的否定是

（A）$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+1\geqslant 0$　　（B）$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+1>0$

（C）$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+1<0$　　（D）$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+1<0$

（9）$\cos^2\dfrac{\pi}{6}-\sin^2\dfrac{\pi}{6}=$

（A）$\dfrac{1}{2}$　　（B）$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

（C）$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　（D）$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

（10）在下列各数中，与 $\cos10^\circ$ 相等的是

（A）$\sin80^\circ$　　（B）$\cos80^\circ$

（C）$\sin170^\circ$　　（D）$\cos170^\circ$

（11）在下列函数中，在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递减的是

（A）$f(x)=3^x$　　（B）$f(x)=\log_2 x$

（C）$f(x)=x^2$　　（D）$f(x)=\log_{\frac{1}{3}} x$

（12）已知 $x \in \mathbf{R}$，则“$x>4$”是“$\sqrt{x}>1$”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（13）在平面直角坐标系 xOy 中，以 O 为顶点，Ox 为始边，终边在 y 轴上的角的集合为

（A）$\{\alpha \mid \alpha = 2k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$　　（B）$\{\alpha \mid \alpha = k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$

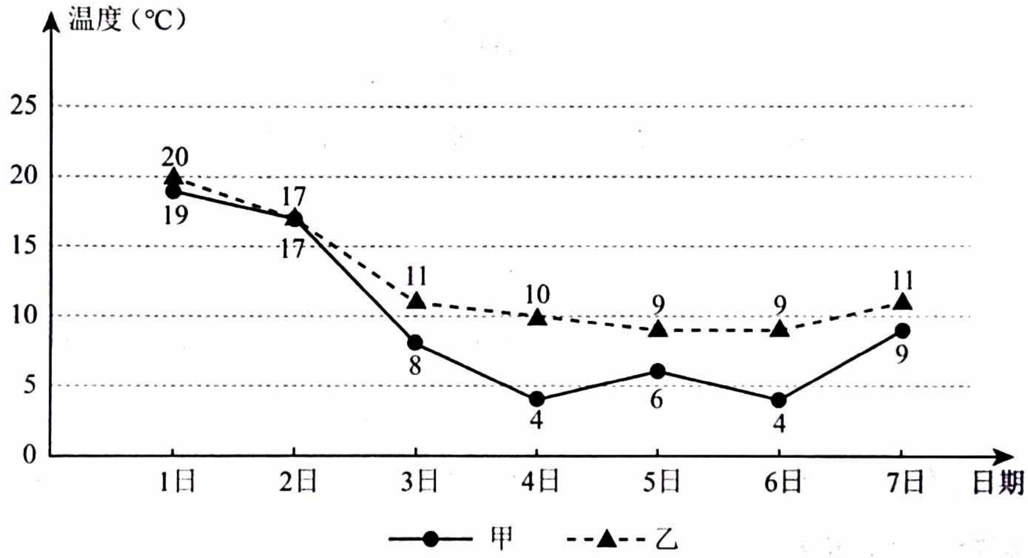
（C）$\{\alpha \mid \alpha = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$　　（D）$\{\alpha \mid \alpha = \dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$

（14）在△ABC 中，$a=1$，$b=2$，$\angle C = 60°$，则 $c=$

（A）$\sqrt{3}$　　（B）$\sqrt{5}$

（C）$\sqrt{7}$　　（D）3

（15）下图是甲、乙两地10月1日至7日每天最低气温走势图.



记这7天甲地每天最低气温的平均数为 $\overline{x}_1$，标准差为 s_1；记这7天乙地每天最低气温的平均数为 $\overline{x}_2$，标准差为 s_2．根据上述信息，下列结论中正确的是

（A）$\overline{x}_1 < \overline{x}_2$，$s_1 < s_2$　　（B）$\overline{x}_1 < \overline{x}_2$，$s_1 > s_2$

（C）$\overline{x}_1 > \overline{x}_2$，$s_1 < s_2$　　（D）$\overline{x}_1 > \overline{x}_2$，$s_1 > s_2$

（16）函数 $f(x)=2\sin(x+\dfrac{\pi}{2})$ 的一个单调递增区间是

（A）$[-\pi,0]$　　（B）$[-\pi,\pi]$

（C）$[0,\pi]$　　（D）$[0,2\pi]$

（17）已知 $a>b$，$c>d$，则下面不等式一定成立的是

（A）$a+d>b+c$　　（B）$a+d<b+c$

（C）$a-d>b-c$　　（D）$a-d<b-c$

（18）2023年杭州亚运会的三个吉祥物分别是“琮琮”、“莲莲”、“宸宸”.“琮琮”代表世界遗产良渚古城遗址；“莲莲”代表世界遗产杭州西湖；“宸宸”代表世界遗产京杭大运河．某中学学生会宣传部有4名学生，其中高一、高二年级各2名．从这4名学生中随机抽取2名负责吉祥物的宣传工作，则这2名学生来自不同年级的概率为

（A）$\dfrac{1}{9}$　　（B）$\dfrac{2}{9}$

（C）$\dfrac{1}{3}$　　（D）$\dfrac{2}{3}$

（19）在区间 $[a,5]$ 上，$f(x)=2^x$ 的最大值是其最小值的4倍，则实数 $a=$

（A）1　　（B）2

（C）3　　（D）4

（20）小明同学在通用技术课上，制作了一个半正多面体模型．他先将正方体交于同一顶点的三条棱的中点分别记为 A，B，C，如图1所示，然后截去以 $\triangle ABC$ 为底面的正三棱锥，截后几何体如图2所示，按照这种方法共截去八个正三棱锥后得到如图3所示的半正多面体模型．若原正方体的棱长为6，则此半正多面体模型的体积为

（A）108

（B）162

（C）180

（D）189

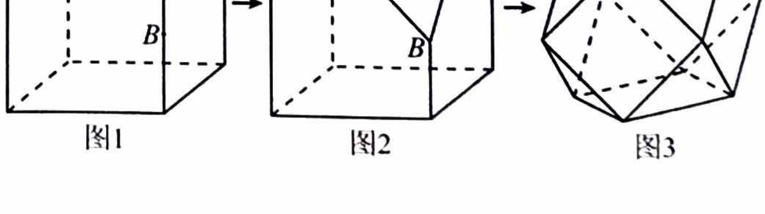


图1　图2　图3

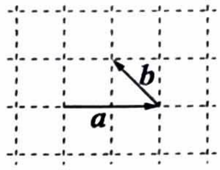
第二部分（非选择题　共 40 分）

二、填空题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分。

（21）$\log_6 4+\log_6 9=$________.

（22）已知 $f(x)=\begin{cases}x+2,\ x<0,\\-x^2+2,\ x\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $f(-1)=$________；$f(x)$ 的最大值为________.

（23）已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 在正方形网格中的位置如图所示．若网格中每个小正方形的边长均为1，则 $|\boldsymbol{a}|=$________；$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$________.



（24）某公司 A，B，C 三个部门共有100名员工，为调查他们的体育锻炼情况，通过随机抽样获得了20名员工一周的锻炼时间，数据如下表(单位：小时)：

A 部门	4.5	5	6	7.5	9	11	12	13
B 部门	3.5	4	5.5	7	9.5	10.5	11	
C 部门	5	6	6.5	7	8.5			

从 A，B，C 三个部门抽出的员工中，各随机抽取一人，分别记为甲、乙、丙．假设所有员工的锻炼时间相互独立．给出下列三个结论：

① 甲该周的锻炼时间超过8小时的概率为 $\frac{1}{2}$；

② 甲、乙该周的锻炼时间一样长的概率为 $\frac{1}{56}$；

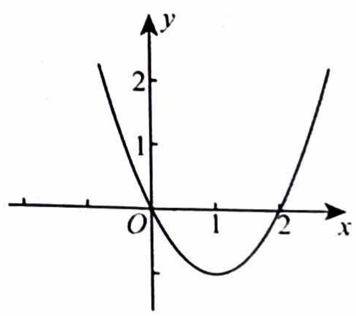
③ 乙该周的锻炼时间一定比丙该周的锻炼时间长．

其中所有正确结论的序号是________.

三、解答题共 4 小题，共 28 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（25）（本小题 7 分）

已知函数 $f(x)=x^2-2x+b$ 的部分图象如图所示．



（Ⅰ）求 $f(1)$ 的值；

（Ⅱ）求函数 $g(x)=f(x)-3$ 的零点．

(26)（本小题 7 分）

已知电流 i（单位：A）关于时间 t（单位：s）的函数解析式为 $i=5\sin(100\pi t+\frac{\pi}{3})$，$t\in[0,+\infty)$.

（Ⅰ）当 $t=2$ 时，求电流 i；

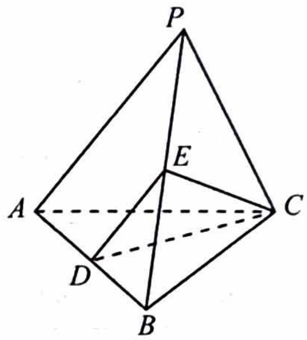
（Ⅱ）当 $t=m$ 时，电流 i 取得最大值，写出 m 的一个值.

(27)（本小题 7 分）

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$AC=BC$，$AB\perp PA$，D，E 分别是 AB，PB 的中点.

（Ⅰ）求证：PA// 平面 CDE；

（Ⅱ）求证：$AB\perp CE$.



请先写出第（Ⅰ）问的解答过程，然后阅读下面第（Ⅱ）问的解答过程.

解：（Ⅱ）因为 $AC=BC$，D 是 AB 的中点， 所以 ___①___. 因为 $AB\perp PA$，由（Ⅰ）知，PA// DE， 所以 ___②___. 所以 ___③___. 所以 $AB\perp CE$.

在第（Ⅱ）问的解答过程中，设置了①～③三个空格，如下的表格中为每个空格给出了两个选项，其中只有一个符合逻辑推理. 请选出符合逻辑推理的选项，并填写在答题卡的指定位置（只需填写“A”或“B”）.

空格序号	选 项	
①	（A）$AB\perp CD$	（B）$AB=CD$
②	（A）$AB\perp DE$	（B）PA// 平面 CDE
③	（A）$AB\perp$ 平面 PBC	（B）$AB\perp$ 平面 CDE

（28）（本小题 7 分）

已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数.

如果对任意的 x_1，x_2，当 $x_1 \neq x_2$ 时，都有 $0 < \dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} < 1$，则称 $f(x)$ 缓慢递增.

如果对任意的 x_1，x_2，当 $x_1 \neq x_2$ 时，都有 $-1 < \dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} < 0$，则称 $f(x)$ 缓慢递减.

（Ⅰ）已知函数 $f(x)=kx+b$ 缓慢递增，写出一组 k，b 的值；

（Ⅱ）若 $f(x)$ 缓慢递增且 $f(1)=2$，直接写出 $f(2024)$ 的取值范围；

（Ⅲ）设 $g(x)=f(x)-x$，再从条件①、条件②中选择一个作为条件，从结论①、结论②中选择一个作为结论，构成一个真命题，并说明理由.

条件①：$f(x)$ 缓慢递增；　　条件②：$f(x)$ 单调递增.

结论①：$g(x)$ 缓慢递减；　　结论②：$g(x)$ 单调递减.

机密★启用前

2024 年北京市第二次普通高中学业水平合格性考试

数学试卷参考答案

一、选择题（共 20 小题，每小题 3 分，共 60 分）

（1）D	（2）A	（3）D	（4）D
（5）B	（6）B	（7）B	（8）C
（9）A	（10）A	（11）D	（12）A
（13）C	（14）A	（15）B	（16）A
（17）C	（18）D	（19）C	（20）C

二、填空题（共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分）

（21）2　　　　　　（22）1　　2

（23）2　　-2　　　　（24）①②

三、解答题（共 4 小题，共 28 分）

（25）（共 7 分）

解：（Ⅰ）因为 $f(x)=x^2-2x+b$，$f(0)=0$，

所以 $b=0$．

所以 $f(x)=x^2-2x$．

所以 $f(1)=-1$．

（Ⅱ）因为 $f(x)=x^2-2x$，

所以 $g(x)=f(x)-3=x^2-2x-3=(x-3)(x+1)$．

令 $g(x)=0$，

得 $x_1=-1$，$x_2=3$．

所以 $g(x)$ 的零点为 -1，3．

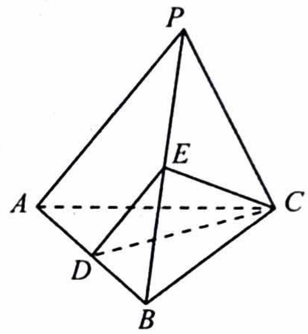
（26）（共 7 分）

解：（Ⅰ）当 $t=2$ 时，$i=5\sin\frac{\pi}{3}=\frac{5\sqrt{3}}{2}$，

所以电流 i 为 $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ A．

（Ⅱ）$\frac{1}{600}$（答案不唯一）．

（27）（共 7 分）



解：（Ⅰ）在 $\triangle PAB$ 中，因为 D，E 分别是 AB，PB 的中点，

所以 $PA // DE$．

因为 $PA \not\subset$ 平面 CDE，$DE \subset$ 平面 CDE，

所以 $PA //$ 平面 CDE．

（Ⅱ）① A　② A　③ B

（28）（共 7 分）

解：（Ⅰ）$k=\frac{1}{2}$，$b=0$（答案不唯一）．

（Ⅱ）$(2,2025)$．

（Ⅲ）若选择条件①和结论①，构成的真命题为：

如果 $f(x)$ 缓慢递增，那么 $g(x)$ 缓慢递减．

理由如下：

因为 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上缓慢递增，

所以对任意的 x_1，x_2，当 $x_1 \neq x_2$ 时，都有 $0<\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<1$．

因为 $g(x)=f(x)-x$，

所以 $\frac{g(x_2)-g(x_1)}{x_2-x_1}=\frac{f(x_2)-x_2-f(x_1)+x_1}{x_2-x_1}=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}-1$．

所以 $-1<\frac{g(x_2)-g(x_1)}{x_2-x_1}<0$．

所以 $g(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上缓慢递减．

若选择条件①和结论②，构成的真命题为：

如果 $f(x)$ 缓慢递增，那么 $g(x)$ 单调递减.

理由如下：

因为 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上缓慢递增，

所以对任意的 x_1，x_2，当 $x_1 \neq x_2$ 时，都有 $0<\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<1$.

因为 $g(x)=f(x)-x$，

所以 $\dfrac{g(x_2)-g(x_1)}{x_2-x_1}=\dfrac{f(x_2)-x_2-f(x_1)+x_1}{x_2-x_1}=\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}-1$.

所以 $\dfrac{g(x_2)-g(x_1)}{x_2-x_1}<0$.

所以 $g(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减.