

本试卷共 4 页，三道大题，28 个小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。考生务必将答案填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，请交回答题卡。

一、选择题（共 8 道小题，每小题 2 分，共 16 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个

1. 我国著名数学家华罗庚曾为普及优选法作出重要贡献，优选法中有一种 0.618 法应用了

- (A) 黄金分割数                      (B) 平均数                      (C) 众数                      (D) 中位数

2. 将抛物线  $y=2x^2$  平移后得到抛物线  $y=2x^2+1$ ，则平移方式为

- (A) 向左平移 1 个单位                      (B) 向右平移 1 个单位  
(C) 向上平移 1 个单位                      (D) 向下平移 1 个单位



3. 下列各组中的四条线段成比例的是

- (A) 3cm, 5cm, 6cm, 9cm                      (B) 3cm, 5cm, 8cm, 9cm  
(C) 3cm, 6cm, 7cm, 9cm                      (D) 3cm, 9cm, 10cm, 30cm

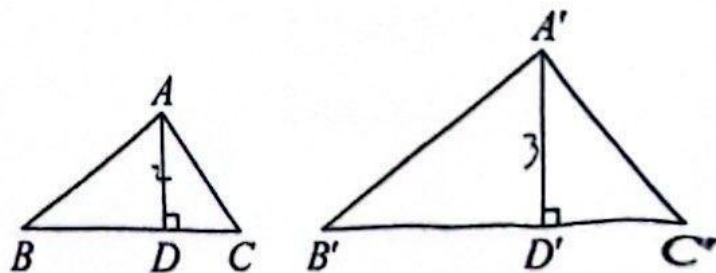
4. 下列函数中，当  $x > 0$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小的是

- (A)  $y=2x$                       (B)  $y=\frac{4}{x}$                       (C)  $y=-\frac{3}{x}$                       (D)  $y=x^2$

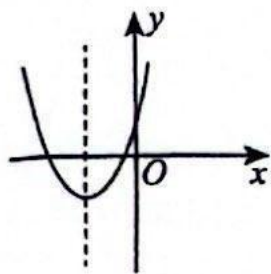
5. 如图， $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， $AD$  和  $A'D'$  分别是  $\triangle ABC$  和  $\triangle A'B'C'$  的高，若  $AD=2$ ， $A'D'=3$ ，

则  $\triangle ABC$  与  $\triangle A'B'C'$  的面积比为

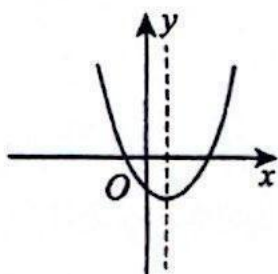
- (A) 4: 9                      (B) 9: 4  
(C) 2: 3                      (D) 3: 2



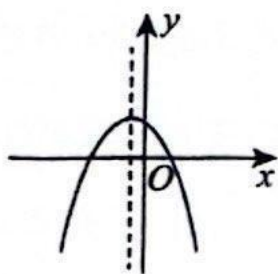
6. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ), 其中  $b > 0$ ,  $c < 0$ , 则该函数的图象可能是



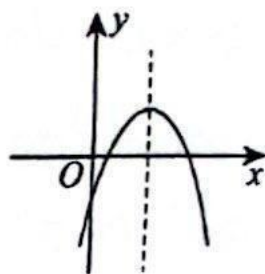
(A)



(B)



(C)



(D)

7. 小孔成像是光在均匀介质中沿直线传播形成的一种物理现象, 两千四百多年前, 我国学者墨子就在《墨经》中记载了小孔成像实验的做法与成因, 图1是某次小孔成像实验图, 抽象为数学问题如图2:  $AC$ 与 $BD$ 交于点 $O$ ,  $AB \parallel CD$ , 若点 $O$ 到 $AB$ 的距离为10cm, 点 $O$ 到 $CD$ 的距离为15cm, 蜡烛火焰 $AB$ 的高度是3cm, 则蜡烛火焰倒立的像 $CD$ 的高度是



图1

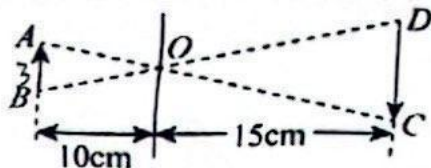


图2

(A) 2cm

(B)  $\frac{9}{2}$  cm

(C)  $\frac{15}{2}$  cm

(D) 9cm

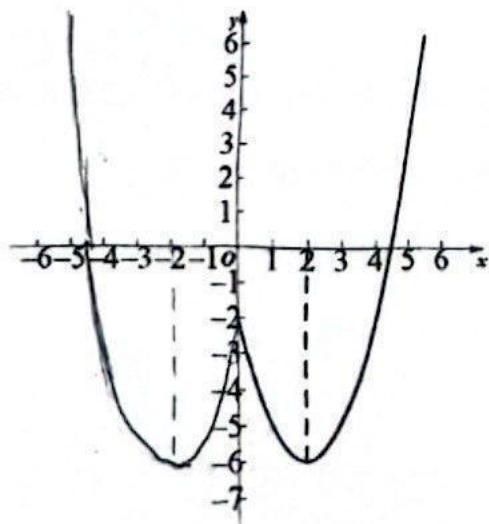
8. 函数  $y = x^2 - 4|x| - 2$  的自变量  $x$  的取值范围为全体实数, 其中  $x \geq 0$  部分的图象如图所示

示, 对于此函数有下列结论:

- ①函数图象关于  $y$  轴对称;
- ②函数既有最大值, 也有最小值;
- ③当  $x < -2$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小;
- ④当  $-6 < a < -2$  时, 关于  $x$  的方程

$$x^2 - 4|x| - 2 = a \text{ 有 4 个实数根:}$$

其中正确的结论个数是



(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4



二、填空题 (共 8 道小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

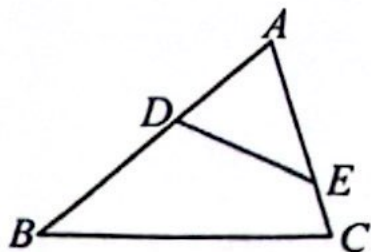
9. 在函数  $y = \frac{1}{x-5}$  中, 自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 如图, 点  $D, E$  分别在  $\triangle ABC$  的  $AB, AC$  边上. 只需添加一个条件即可证明  $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ , 这个条件可以是\_\_\_\_\_. (写出一个即可)

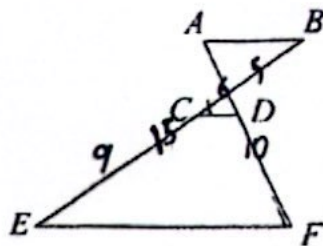
11. 已知  $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$ , 则  $\frac{x+y}{x} =$ \_\_\_\_\_.

12. 点  $A(-3, y_1), B(2, y_2)$  在抛物线  $y = x^2 - 5x$  上, 则  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$ . (填 “>”, “<” 或 “=” )

13. 如图,  $AB \parallel CD \parallel EF$ , 点  $C, D$  分别在  $BE, AF$  上. 如果  $BC=6, CE=9, AF=10$ , 那么  $DF$  的长为\_\_\_\_\_.



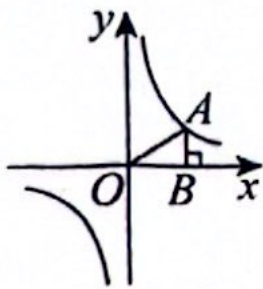
10 题图



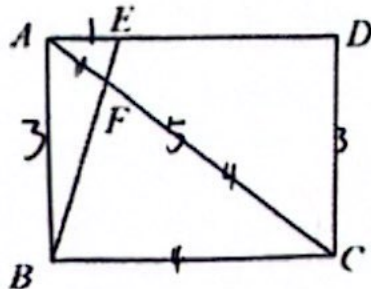
13 题图

14. 如图, 已知反比例函数  $y = \frac{k^4}{x}$  的图象经过点  $A$ , 过点  $A$  作  $AB \perp x$  轴交  $x$  轴于点  $B$ .  $\triangle AOB$  的面积小于 2, 则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

15. 如图, 在矩形  $ABCD$  中, 若  $AB=3, AC=5, \frac{AF}{FC} = \frac{1}{4}$ , 则  $AE$  的长为\_\_\_\_\_.



14 题图

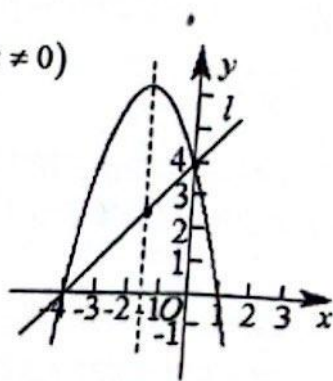


15 题图



16. 平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知抛物线  $C: y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$

与直线  $l: y = kx + n (k \neq 0)$  如图所示, 有下面四个推断:



①二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  有最大值;

②抛物线  $C$  关于直线  $x = \frac{3}{2}$  对称;

③关于  $x$  的方程  $ax^2 + bx + c = kx + n$  的两个实数根为  $x_1 = -4, x_2 = 0$ ;  $\checkmark$

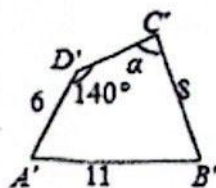
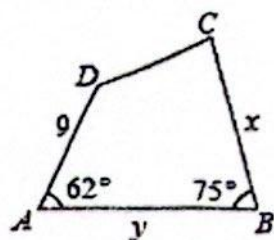
④若过动点  $M(m, 0)$  垂直于  $x$  轴的直线与抛物线  $C$  和直线  $l$  分别交于点  $P(m, y_1)$  和

$Q(m, y_2)$ , 则当  $y_1 < y_2$  时,  $m$  的取值范围是  $-4 < m < 0$ .

其中所有正确推断的序号是\_\_\_\_\_.

三、解答题 (共 12 道小题, 第 17-22 题, 每小题 5 分, 第 23-26 题, 每小题 6 分, 第 27、28 题, 每小题 7 分, 共 68 分)

17. 如图, 四边形  $ABCD \sim$  四边形  $A'B'C'D'$ .



$$\begin{array}{r} 140 \\ 62 \\ \hline 202 \\ -75 \\ \hline 127 \end{array} \quad \begin{array}{r} 360 \\ -277 \\ \hline 83 \\ 93 \\ \hline 176 \end{array}$$

(1)  $\alpha =$  \_\_\_\_\_;

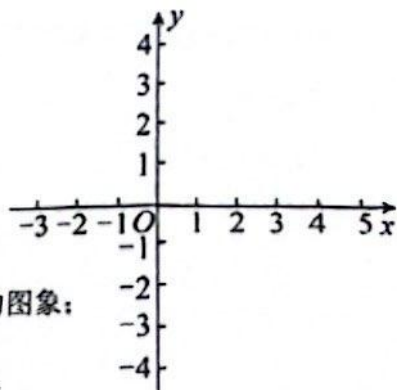
(2) 求边  $x$ 、 $y$  的长度.

18. 已知二次函数  $y = x^2 - 2x - 3$ .

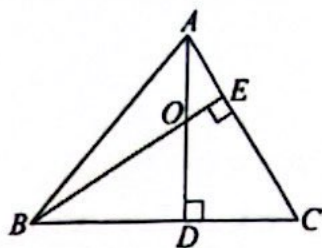
(1) 求二次函数  $y = x^2 - 2x - 3$  图象的对称轴;

(2) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 画出二次函数  $y = x^2 - 2x - 3$  的图象;

(3) 当  $0 \leq x \leq 3$  时, 结合图象直接写出函数的最大值和最小值.



19. 如图,  $\triangle ABC$  的高  $AD$ ,  $BE$  相交于点  $O$ .

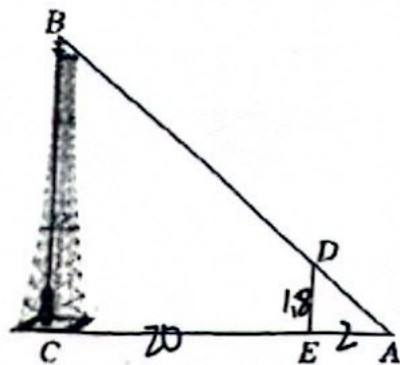


- (1) 写出一个与  $\triangle ACD$  相似的三角形 (不添加其他线段), 这个三角形是 \_\_\_\_\_;
- (2) 请任选一对进行证明.

20. 已知: 二次函数  $y = x^2 - mx + m - 2$

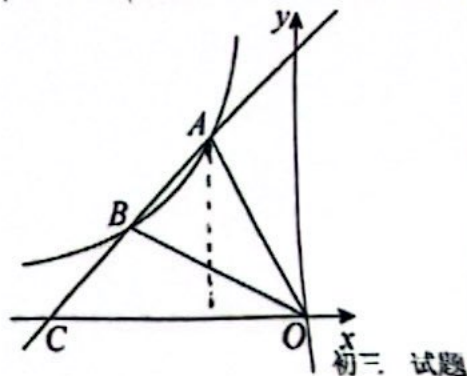
- (1) 若图象经过原点, 求二次函数的表达式;
- (2) 求证: 无论  $m$  为任何实数, 该二次函数的图象与  $x$  轴都有两个交点.

21. 如图, 小明欲测量一座信号发射塔的高度. 他站在该塔的影子前后移动, 直到他自己影子的顶端正好与塔的影子顶端重合, 此时他与该塔的距离  $CE = 20$  米. 已知小明的身高  $DE$  为 1.8 米, 他的影长  $AE$  为 2 米. 求信号发射塔的高度  $BC$ .

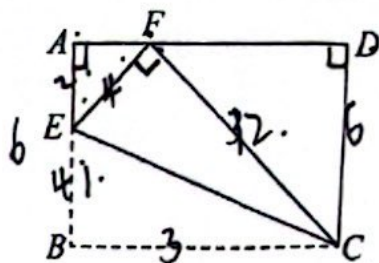


22. 如图, 直线  $y = k_1x + b$  与反比例函数  $y = \frac{k_2}{x} (x < 0)$  的图象交于点  $A, B$ , 与  $x$  轴交于点  $C$ , 其中点  $A$  的坐标为  $(-2, 4)$ , 点  $B$  的横坐标为  $-4$ .

- (1) 求反比例函数和一次函数的表达式;
- (2) 求  $\triangle AOC$  的面积.



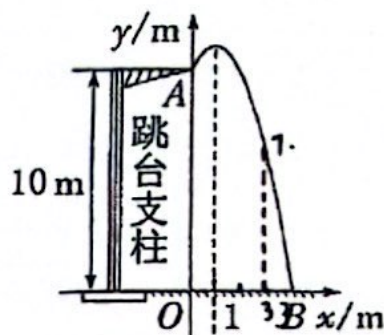
23. 如图, 点  $E$  是矩形  $ABCD$  的边  $AB$  上一点, 沿直线  $CE$  将  $\triangle CBE$  翻折, 使得点  $B$  落在  $AD$  边上, 记作点  $F$ .



(1) 求证:  $\triangle AEF \sim \triangle DFC$ ;

(2) 若  $\frac{EF}{FC} = \frac{1}{3}$ , 且  $CD=6$ , 求  $BC$  的长.

24. 2024 年巴黎奥运会, 中国跳水队史上首次包揽所有项目的 8 块金牌, 优秀成绩的取得离不开艰辛的训练. 某跳水运动员在 10m 高的跳台进行跳水, 身体 (看成一点) 在空中的运动轨迹是一条抛物线, 运动员离水面  $OB$  的高度  $y$ (m) 与离起跳点  $A$  的水平距离  $x$ (m) 之间的函数关系如图所示, 运动员离起跳点  $A$  的水平距离为 1m 时达到最高点, 当运动员离起跳点  $A$  的水平距离为 3m 时, 离水面的高度为 7m. 求:



(1)  $y$  关于  $x$  的函数表达式;

(2) 运动员从起跳点到入水点的水平距离  $OB$ .

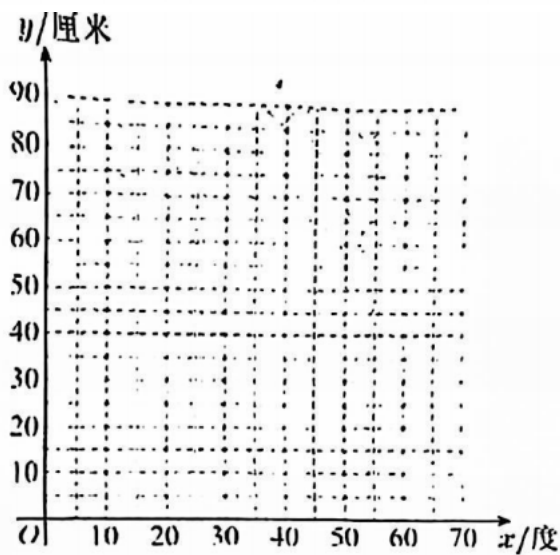
25. “夏至”是二十四节气的第十个节气, 《洛遵宪度》中解释道: “日北至, 日长之至, 日影短至, 故曰夏至, 至者, 极也.” 夏至入节的时间为每年公历的 6 月 21 日或 6 月 22 日. 某小组通过学习、查找文献, 得到了夏至日正午中午 12 时, 在北半球不同纬度的地方, 100cm 高的物体的影长和纬度的相关数据, 记纬度为  $x$ (单位: 度), 影长为  $y$ (单位: 厘米),  $x$  与  $y$  的部分数据如下表:

$x$	0	5	15	23.5	25	35	45	55	65
$y$	43.5	33.4	15.0	0	2.6	20.3	39.4	61.3	88.5

(1) 通过分析上表数据, 发现可以用函数刻画纬度  $x$  和影长  $y$  之间的关系, 在平面直角坐

标系  $xOy$  中, 画出此函数的图象;





(2) 北京地区位于大约北纬 40 度, 在夏至日正午, 100cm 高的物体的影长约为 \_\_\_\_\_ cm (精确到 0.1);

(3) 小红与小明是好朋友, 他们生活在北半球不同纬度的地区, 在夏至日正午, 他们测量了 100cm 高的物体的影长均为 40cm, 那么他们生活的地区纬度差约是 \_\_\_\_\_ 度.

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知点  $(-1, m)$  和  $(3, n)$  在二次函数  $y = -x^2 + bx + c$  的图象上, 设抛物线的对称轴为  $x = t$ .

- (1) 当  $m = n$  时, 求  $b$  的值;
- (2) 若  $n < m < c$ , 求  $t$  的取值范围.

27. 在等腰直角  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle BAC = 90^\circ$ , 过点  $B$  作  $BC$  的垂线  $l$  点  $P$  为直线  $AB$  上的一个动点 (不与点  $A, B$  重合), 将射线  $PC$  绕点  $P$  顺时针旋转  $90^\circ$  交直线  $l$  于点  $D$ .

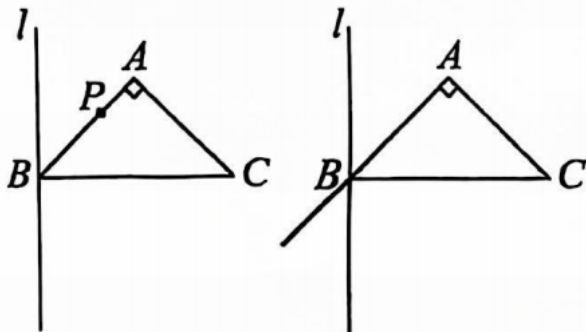


图1

备用图



(1) 如图1, 点  $P$  在线段  $AB$  上, 依题意补全图形;

①求证:  $\angle BDP = \angle PCB$ ;

②用等式表示线段  $BC$ ,  $BD$ ,  $BP$  之间的数量关系, 并证明.

(2) 点  $P$  在线段  $AB$  的延长线上, 直接写出线段  $BC$ ,  $BD$ ,  $BP$  之间的数量关系.

28. 定义: 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的两个图形  $M$ ,  $N$ , 图形  $M$  上的任意一点与图形  $N$  上的任意一点的距离中的最小值, 叫做图形  $M$  与图形  $N$  的距离. 若图形  $M$  与图形  $N$  的距离小于等于 1, 称这两个图形互为“近邻图形”.

(1) 已知点  $A(2,4)$ , 点  $B(5,4)$ .

①如图 1, 在点  $P_1(1,2)$ ,  $P_2(3,3)$ ,  $P_3(4, \frac{9}{2})$  中, 与线段  $AB$  互为“近邻图形”的是\_\_\_\_\_.

②如图 2, 将线段  $AB$  向下平移 2 个单位, 得到线段  $CD$ , 连接  $AC$ ,  $BD$ , 若直线  $y=x+b$  与四边形  $ABDC$  互为“近邻图形”, 求  $b$  的取值范围;

(2) 如图 3, 在正方形  $EFGH$  中, 已知点  $E(m,0)$ , 点  $F(m+1,0)$ , 若直线  $y=-x+2$  与正方形  $EFGH$  互为“近邻图形”, 直接写出  $m$  的取值范围.

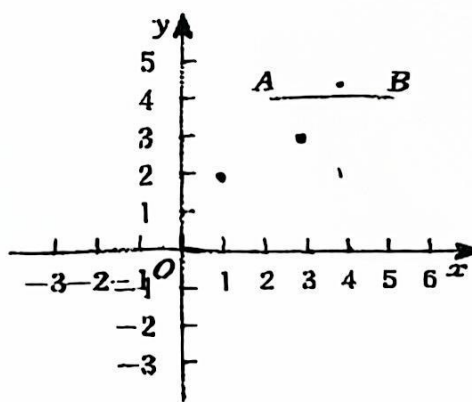


图1

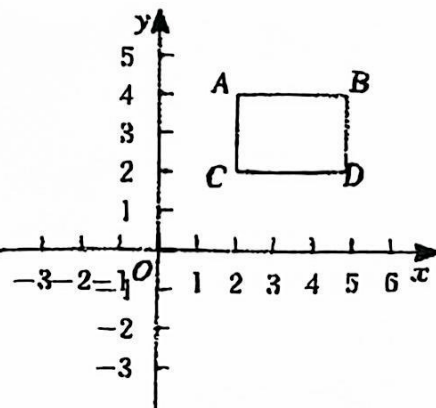


图2

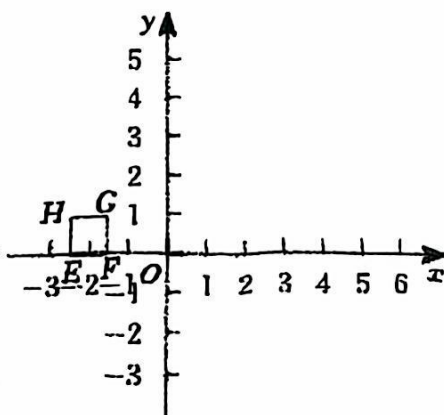


图3

