

2024 北京育才学校初三 10 月月考

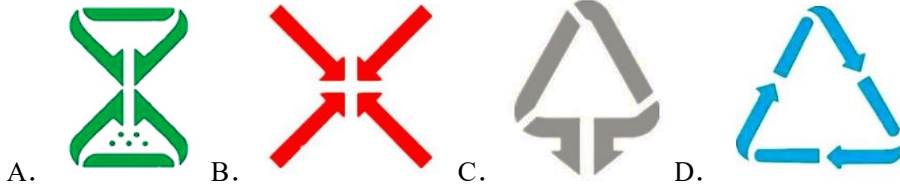
数 学

2024.10

班级：_____ 姓名：_____ 总分：_____

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. 2020 年 5 月 1 日起，北京市全面推行生活垃圾分类。下列垃圾分类标志分别是厨余垃圾、有害垃圾、其他垃圾和可回收物，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）。



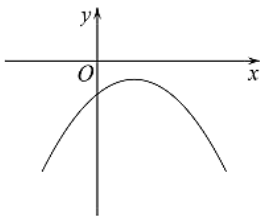
2. 方程 $x^2 = x$ 的解是（ ）。

- A. $x=0$ B. $x=1$
C. $x_1=0, x_2=1$ D. $x_1=0, x_2=-1$

3. 抛物线 $y = (x+1)^2 + 2$ 的顶点坐标为（ ）。

- A. $(-1, 2)$ B. $(1, 2)$ C. $(1, -2)$ D. $(2, 1)$

4. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的示意图如图所示，下列说法中正确的是（ ）。



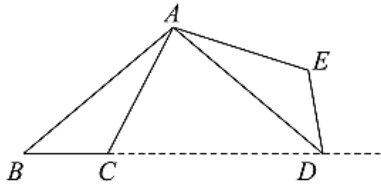
- A. $a > 0$ B. $b < 0$ C. $c > 0$ D. $\Delta < 0$

5. 将抛物线 $y = x^2$ 向左平移 3 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度，得到的抛物线为（ ）。

- A. $y = (x-3)^2 - 2$ B. $y = (x+3)^2 - 2$
C. $y = (x-3)^2 + 2$ D. $y = (x+3)^2 + 2$

6. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 100° ，得到 $\triangle ADE$ 。若点 D 在线段 BC 的延长线上，则 $\angle B$ 的大小为（ ）。





A. 40° B. 50° C. 60° D. 70°

7. 已知二次函数 $y = ax^2 - 2ax + a - 4$ 的图象与 x 轴的一个交点坐标是 $(3, 0)$ ，则关于 x 的一元二次方程 $ax^2 - 2ax + a - 4 = 0$ 的两个实数根是 ()。

- A. $x_1 = -5, x_2 = 3$ B. $x_1 = 1, x_2 = 3$
 C. $x_1 = -1, x_2 = 3$ D. $x_1 = -7, x_2 = 3$

8. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $(-1, y_1)$ ， $(2, y_2)$ ， $(4, y_3)$ 在抛物线 $y = ax^2 - 2ax + c$ 上。当 $a > 0$ 时，下列说法一定正确的是 ()。

- A. 若 $y_2 y_3 > 0$ ，则 $y_1 < 0$ B. 若 $y_1 y_2 y_3 = 0$ ，则 $y_2 = 0$
 C. 若 $y_1 y_3 < 0$ ，则 $y_2 > 0$ D. 若 $y_1 y_2 < 0$ ，则 $y_3 > 0$

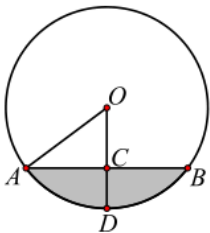
二、填空题（共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

9. 写出一个函数，使得当自变量 $x > 0$ 时，函数 y 随 x 的增大而减小，这个函数的解析式可以是 _____。

10. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(1, 2)$ 关于原点对称的点的坐标是 _____。

11. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + k = 0$ 没有实数根，那么 k 的取值范围是 _____。

12. 直径为 10 分米的圆柱形排水管，截面如图所示。若管内有积水（阴影部分），水面宽 AB 为 8 分米，则积水的最大深度 CD 为 _____ 分米。



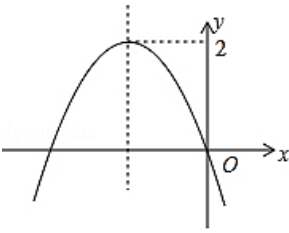
13. 某学习平台三月份新注册用户为 200 万，五月份新注册用户为 338 万，设四、五两个月新注册用户每月平均增长率为 x ，则可列出的方程是 _____。

14. 对于二次函数 $y = ax^2$ 和 $y = bx^2$ 。其自变量和函数值的两组对应值如表所示：

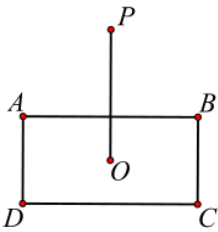
x	-1	$m(m \neq -1)$
$y = ax^2$	c	c
$y = bx^2$	$c + 3$	d

根据二次函数的图象和性质可知 $m =$ _____， $d - c =$ _____。

15. 二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象如图所示，若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + m - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，则整数 m 的最小值为_____.



16. 我们给出如下定义：在平面内，点到图形的距离是指这个点到图形上所有点的距离的最小值. 在平面内有一个矩形 $ABCD$ ， $AB = 4$ ， $AD = 2$ ，中心为 O ，在矩形外有一点 P ， $OP = 3$ ，当矩形绕着点 O 旋转时，则点 P 到矩形的距离 d 的取值范围为_____.

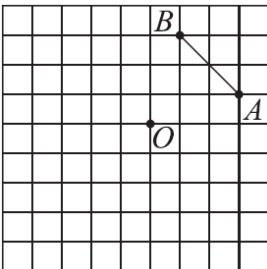


三、解答题：（共 6 小题，共 52 分）

17. （8 分）

解方程：（1） $x^2 + 3x + 2 = 0$ （2） $2x^2 - 2x - 1 = 0$.

18. （6 分）如图，在边长均为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，点 A ， B ， O 均为格点（每个小正方形的顶点叫做格点）.

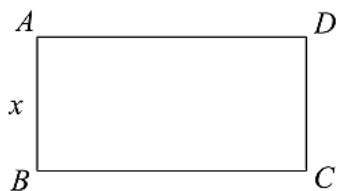


- （1）作点 A 关于点 O 的对称点 A_1 ；
- （2）连接 A_1B ，将线段 A_1B 绕点 A_1 顺时针旋转 90° 得到线段 A_1B_1 ，点 B 的对应点为 B_1 ，画出旋转后的线段 A_1B_1 ；
- （3）连接 AB_1 ， BB_1 ， $\triangle ABB_1$ 的面积 = _____.

19. （9 分）抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 过点 $(0, -3)$ 和 $(2, 1)$.

- （1）求 b ， c 的值；
- （2）直接写出抛物线的顶点坐标；
- （3）当 $-3 \leq x < 0$ 时，结合函数图象，求 y 的取值范围.

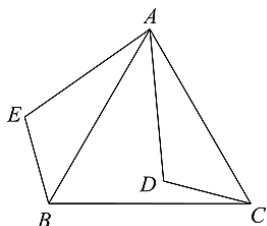
20. （9 分）如图，用一条长 40m 的绳子围成矩形 $ABCD$ ，设边 AB 的长为 x m.



(1) 边 BC 的长为_____m, 矩形 $ABCD$ 的面积为_____ m^2 (均用含 x 的代数式表示);

(2) 矩形 $ABCD$ 的面积是否可以是 $120m^2$? 请给出你的结论, 并用所学的方程或函数知识说明理由.

21. (10分) 如图, D 是等边三角形 ABC 内一点, 将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 60° , 得到线段 AE , 连接 CD , BE .



(1) 求证: $\angle AEB = \angle ADC$;

(2) 连接 DE , 若 $\angle ADC = 110^\circ$, 求 $\angle BED$ 的度数.

22. (10分) 设二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象过 $(-1, 0)$, $(0, -3)$, 且顶点在第四象限.

(1) 求 c 的值及 a, b 的关系式;

(2) 令 $t = a + b + c$, 求 t 的取值范围.



参考答案

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	A	D	B	A	C	D

二、填空题

9. 不唯一, 如 $y = -x^2$ 10. $(-1, -2)$ 11. $k > 1$ 12. 1

13. $200(1+x)^2 = 338$ 14. 1; 3 15. 0 16. $3 - \sqrt{5} \leq d \leq 2$

三、解答题

17. (1) $x_1 = -1, x_2 = -2$ (4分) (2) $x_1 = \frac{1+\sqrt{3}}{2}, x_2 = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$ (4分)

18. (1) 图略 (2分) (2) 图略 (4分) (3) 8 (6分)

19. 解: (1) $b = 4, c = -3$ (4分) (2) $(2, 1)$ (6分)

(3) $-24 \leq y < -3$ (9分)

20. 解: (1) $(20-x); (-x^2 + 20x)$ (4分)

(2) 不可以 (5分)

理由如下:

方法一: 设矩形 $ABCD$ 的面积是 $S\text{m}^2$, 则 $S = -x^2 + 20x$. (6分)

$\because 0 < x < 20, \therefore$ 当 $x = -\frac{20}{2 \times (-1)} = 10$ 时, S 有最大值 100. (8分)

$\because 100 < 120, \therefore$ 矩形 $ABCD$ 的面积不可以是 120m^2 . (9分)

方法二: 若矩形 $ABCD$ 的面积是 120m^2 , 可得方程 $-x^2 + 20x = 120$, (6分)

$\because \Delta = b^2 - 4ac = -80,$

$\because \Delta < 0,$ (8分)

\therefore 这个方程无实数根.

\therefore 矩形 $ABCD$ 的面积不可以是 120m^2 . (9分)

21. (1) 证明: $\because AD$ 绕点 A 顺时针旋转 60° 得到线段 $AE,$

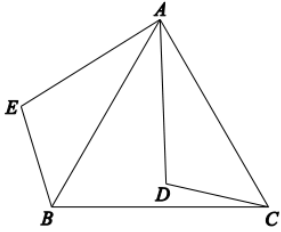
$\therefore AE = AD, \angle EAD = 60^\circ,$ (2分)

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $\therefore AB = AC, \angle BAC = 60^\circ,$ (4分)

$\therefore \angle EAB = \angle DAC,$ (5分)

$\therefore \triangle EAB \cong \triangle DAC, \therefore \angle AEB = \angle ADC.$ (6分)





(2) $\because \angle ADC = 110^\circ, \therefore \angle AEB = \angle ADC = 110^\circ$. (7分)

$\because AE = AD, \angle EAD = 60^\circ, \therefore \triangle EAD$ 是等边三角形,

$\therefore \angle AED = 60^\circ$, (9分)

$\therefore \angle BED = \angle AEB - \angle AED = 50^\circ$. (10分)

22. (1) $c = -3, a - b = 3$ (4分) (2) $-6 < t < 0$ (10分)

