常规初三数学国庆期间学习效果诊断（2024.10）

命题人：赵永恒　徐长明　刘海东 张卫锋　黄敏　赵冰　朱荣锋

考试时间：120 分钟　　　　满分：100 分

一、选择题（共 16 分，每小题 2 分）

1. 抛物线 $y=x^2+2x+3$ 的顶点坐标是（　　）

A. （2，1）　B. （1，2）　C. （1，-2）　D. （-1，2）

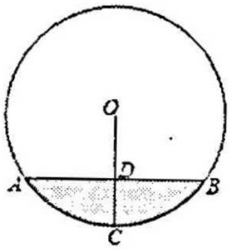
2. 下列四个图形中，是中心对称图形的是（　　）

A　　　B　　　C　　　D

3. 用配方法解方程 $x^2+6x=1$，变形后结果正确是（　　）

A. $(x-3)^2=7$　B. $(x-3)^2=8$　C. $(x+3)^2=9$　D. $(x+3)^2=10$

4. 如图，是某供水管道的截面图，里面尚有一些水，若液面宽度 $AB=8$cm，半径 $OC\perp AB$ 于 D，液面深度 $CD=2$cm，则该管道的直径长为（　　）



A.5cm　B.8cm　C. 9cm　D. 10cm

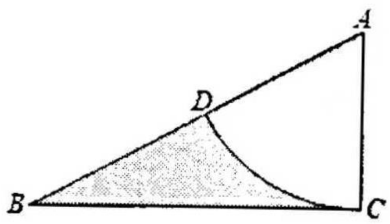
5. 在平面直角坐标系中，点 $(3,5)$ 关于点 $(-1,-2)$ 对称的点的坐标是（　　）

A. $(-5,-9)$　B. $(-3,-5)$　C. $(3,-5)$　D. $(-3,5)$

6. 如图，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle B=30°$，$AC=2$，以 A 为圆心 AC 为半径画圆，交 AB 于点 D，则阴影部分面积是（ ）

A. $\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}$　B. $\sqrt{3}-\frac{2\pi}{3}$

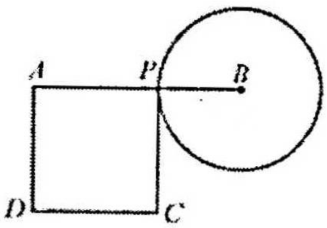
C. $2\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}$　D. $2\sqrt{3}-\frac{2\pi}{3}$



7. 在平面直角坐标系中，将抛物线$y=x^2$向上平移2个单位长度，向右平移3个单位长度，得到抛物线(　　)

A. $y=(x-2)^2+3$　　B. $y=(x-2)^2-3$　　C. $y=(x-3)^2+2$　　D. $y=(x-3)^2-2$

8. 线段AB=5，动点P以每秒1个单位长度的速度从点B出发，沿线段BA运动至点A，以线段AP为边作正方形$APCD$，线段PB长为半径作圆，设点P的运动时间为t，正方形$APCD$周长为y，$\odot B$的面积为S，则S与t，y与t满足的函数关系分别是（　　）



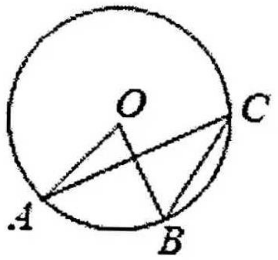
A. 一次函数关系，二次函数关系　　B. 正比例函数关系，二次函数关系

C. 二次函数关系，一次函数关系　　D. 二次函数关系，正比例函数关系

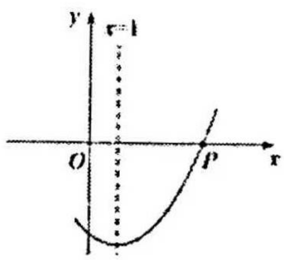
二、填空题（共16分，每小题2分）

9.若关于x的一元二次方程$x^2-2x-2m=0$有一个根为-2，则m的值为_____.

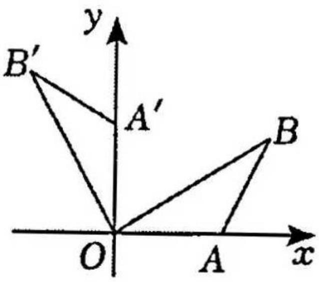
10. 如图，A、B、C是$\odot O$上的三点，则$\angle AOB=78°$，则$\angle ACB=$______度.



第10题



第11题



第12题

11. 如图，抛物线$y=ax^2+bx+c$的对称轴为$x=1$，点P，点Q是抛物线与x轴的两个交点，若点P的坐标为（5，0），则不等式$ax^2+bx+c>0$的解为__________.

12. 如图，平面直角坐标系中，点B在第一象限，点A在x轴的正半轴上，$\angle AOB=\angle B=30°$，$OA=2$．将ΔAOB绕点O逆时针旋转$90°$，点B的对应点B'的坐标是________________.

13. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 中的 x 与 y 满足下表：

x	…	-2	-1	0	1	2	…
y	…	-8	-2	0	-2	-8	…

则下列说法：

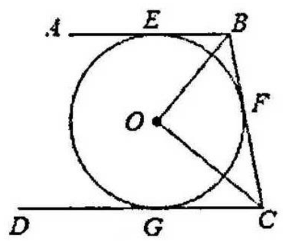
① 图象经过原点；

② 图象开口向上；

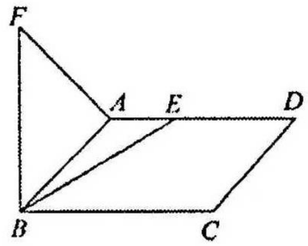
③ 图象的对称轴是 y 轴；

④ 图象经过点 $(-3,-18)$． 其中正确的是______________（填写序号）.

14. 如图，AB，BC，CD 分别与⊙O 相切于点 E、F、G 三点，且 $AB/\!/CD$，$BO=6$，$CO=8$，则 $BE+GC$ 的长为_____.



第 14 题



第 16 题

15. 当 $1<x<4$ 时，不等式 $x^2-(a+2)x+4\geq -a-1$ 恒成立，则 a 的取值范围为__________.

16. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=5$，$\angle ABC=60°$，点 E 为射线 AD 上一动点，连接 BE，将 BE 绕点 B 逆时针旋转 $60°$ 得到 BF，连接 AF，则 AF 的最小值为____________.

三、解答题（共 68 分，第 17-23 题，每题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分）

17. 用适当的方法解下列方程：

（1）$3x^2-4x-4=0$；　　　　（2）$(2x+1)^2-4=0$.

18. 如图，P 是⊙O 外一点，PA 与⊙O 相切，切点为 A．画出⊙O 的另一条切线 PB，切点为 B．

小云的画法是：

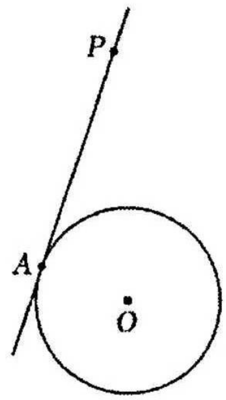
①连接 PO，过点 A 画出 PO 的垂线交⊙O 于点 B；

②画出直线PB.

直线PB即为所求.

（1）根据小云的画法，补全图形；

（2）补全下面的证明.



证明：连接OA，OB.

$\because OA=OB$，$AB\perp PO$，

$\therefore PO$垂直平分AB，$\angle OAB=\angle OBA$.

$\therefore PA=$______①______.

$\therefore \angle PAB=$______②______.

$\therefore \angle PAO=\angle PBO$.

$\because PA$是$\odot O$的切线，A为切点，

$\therefore OA\perp AP$.

$\therefore \angle PAO=90°$.

$\therefore \angle PBO=90°$.

$\therefore OB\perp PB$于点B.

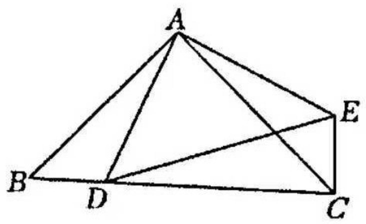
$\because OB$是$\odot O$的半径，

$\therefore PB$是$\odot O$的切线(______③______)（填推理的依据）.

19. 如图，在等腰直角$\triangle ABC$中，$\angle BAC=90°$，D是BC边上任意一点（不与B，C重合），将线段AD绕点A逆时针旋转$90°$得到线段AE，连接CE，DE.

（1）求$\angle ECD$的度数；

（2）若$AB=4$，$BD=\sqrt{2}$，求DE的长.



20. 一款服装每件进价为 80 元，销售价为 120 元时，每天可售出 20 件，为了扩大销售量，增加利润，经市场调查发现，如果每件服装降价 1 元，那么平均每天可多售出 2 件.

（1）设每件衣服降价 x 元，则每天销售量增加 ____件，每件商品盈利 ____元（用含 x 的代数式表示）；

（2）每件服装降价多少元时，商家平均每天能盈利 1200 元；

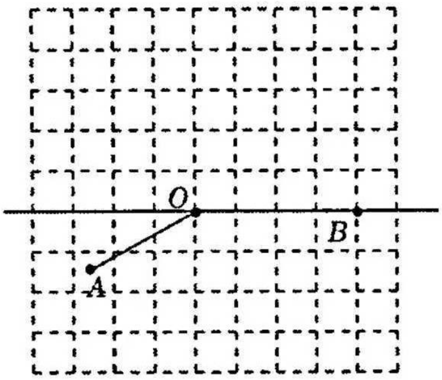
（3）商家能达到平均每天盈利 1800 元吗？请说明你的理由.

21. 关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2m-3)x+m^2+1=0$.

（1）当方程有两个不相等的实数根时，求 m 的取值范围；

（2）若方程两实根 x_1，x_2 满足 $\frac{2}{x_1}+\frac{2}{x_2}=1$，求 m 的值.

22.如图，在边长均为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，O，B 为格点（每个小正方形的顶点叫做格点），$OA=3$，$OB=4$，且 $\angle AOB=150°$，线段 OA 关于直线 OB 对称的线段为 OA'，将线段 OB 绕点 O 逆时针旋转 $45°$ 得到线段 OB'；



（1）画出线段 OA'，OB'；

（2）将线段 OB 绕点 O 逆时针旋转 $\alpha(45°<\alpha<90°)$ 得到线段 OC，连接 $A'C$．若 $A'C=5$，求 $\angle B'OC$ 的度数.

23. 在平面直角坐标系中，二次函数 $y=ax^2+bx+3$ 的图象经过点 $(3,0)$ 和 $(4,3)$.

（1）求二次函数的表达式；

（2）用五点法画出该二次函数的图象；

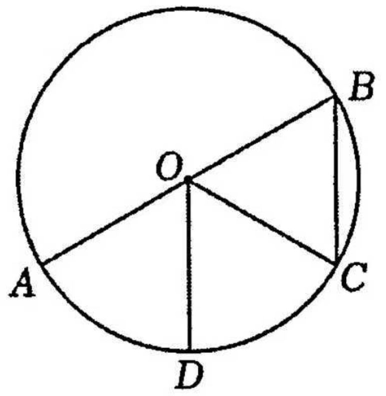
（3）结合图象直接写出 $y>3$ 时，自变量 x 的取值范围是__________；

当 $-1\le x<3$ 时，y 的取值范围是 ______________.

24. 如图，AB 是⊙O 的直径，点 C，D 在⊙O 上，OD 平分 $\angle AOC$.

（1）求证：$OD // BC$；

（2）延长 DO 交⊙O 于点 E，连接 CE 交 OB 于点 F，过点 B 作⊙O 的切线交 DE 的延长线于点 P．若 $\frac{OF}{BF}=\frac{5}{6}$，$PE=2$，求⊙$O$ 半径的长．



25．某实验室在 $10^{\circ}C\sim12^{\circ}C$ 温度下培育一种植物幼苗，该种幼苗在此温度范围下的生长速度相同．现为了提高其生长速度，研究人员配制了一种营养素，在开始培育幼苗时添加到培育容器中，研究其对幼苗生长速度的影响．研究发现，使用一定量的营养素，会促进该种幼苗的生长速度，营养素超过一定量时，则会抑制幼苗的生长速度，并且在 $10^{\circ}C\sim12^{\circ}C$ 范围内的不同温度下，该种幼苗所能达到的最大生长速度相同．

经过进一步实验，获得了 $10^{\circ}C$ 和 $12^{\circ}C$ 温度下营养素用量与幼苗生长速度的部分数据如表所示：

设营养素用量为 x 毫克 $(0\leqslant x\leqslant1.0)$，$10^{\circ}C$ 温度下幼苗生长速度为 y_1 毫米/天，$12^{\circ}C$ 温度下幼苗生长速度为 y_2 毫米/天．

x	0	0.1	0.2	0.4	0.6	0.7	0.8	1.0
y_1	1.00	1.38	1.69	2.06	2.12	2.04	1.88	1.31
y_2	1.00	1.77	2.07	2.04	1.60	1.31	0.97	0.23

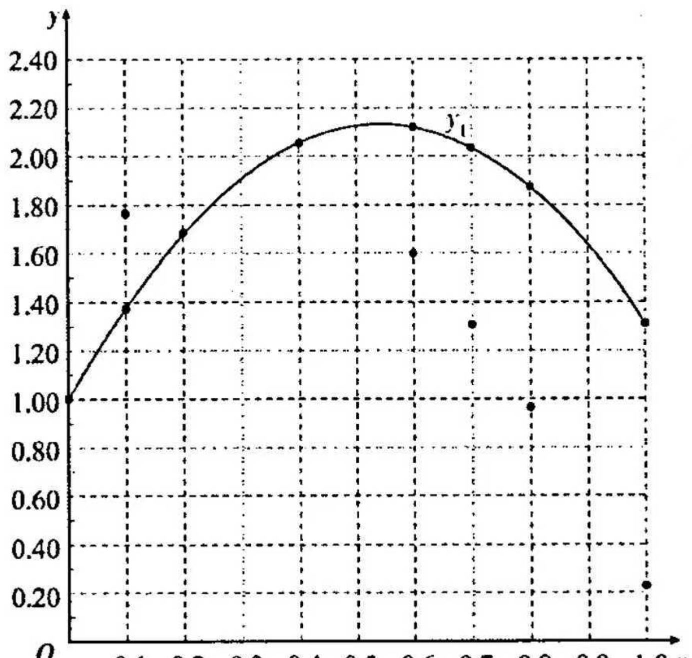
（1）在不使用营养素时，该种幼苗的生长速度为 ____ 毫米/天；

（2）根据表中数据，发现 y_1，y_2 都可近似看作 x 的函数．在平面直角坐标系 xOy 中，补全表中各组数值所对应的点 $(x_1，y_2)$，并用平滑曲线连接这些点；

（3）结合函数图象，回答下列问题：

①在 $12^{\circ}C$ 温度下，使用约 ________ 毫克的营养素时，该种幼苗生长速度最快；此时，$12^{\circ}C$ 温度下该种幼苗生长速度比 $10^{\circ}C$ 温度下该种幼苗生长速度快 ______ 毫米/天（结果保留小数点后两位）；

②当该种幼苗的生长速度在 $10^{\circ}C$ 和 $12^{\circ}C$ 温度下均不低于 1.60 毫米/天时，营养素用量 x 的取值范围为 ______（结果保留小数点后两位）．



26. 在平面直角坐标系xOy中，已知抛物线$y=ax^2-2a^2x+1$ $(a\neq 0)$.

（1）求抛物线的对称轴；

（2）已知$M(x_1,\ y_1)$和$N(x_2,\ y_2)$是抛物线上的两点．若对于$x_1=-a+2$，$-4<x_2<-3$，都有$y_1>y_2$，求a的取值范围.

27. 已知$\angle MAN=\alpha$（$0°<\alpha<45°$），点B，C分别在射线AN，AM上，将线段BC绕点B顺时针旋转$180°-2\alpha$得到线段BD，过点D作AN的垂线交射线AM于点E.

（1）如图1，当点D在射线AN上时，求证：C是AE的中点；

（2）如图2，当点D在$\angle MAN$内部时，作$DF\parallel AN$，交射线AM于点F，用等式表示线段EF与AC的数量关系，并证明.

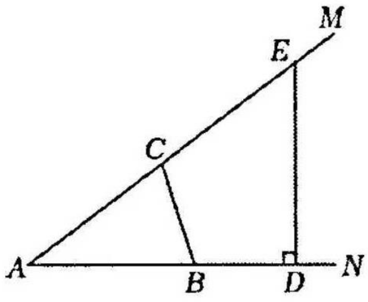


图1

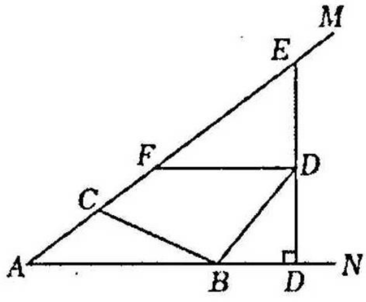
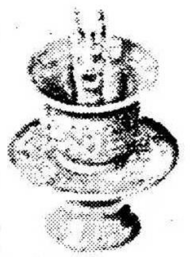


图2

28. 如图，某校研学小组在博物馆中看到了一种“公道杯”，在这种杯子中加水超过一定量时，水会自动排尽，体现了“满招损，谦受益”的寓意.



该小组模仿其原理，自制了一个圆柱形简易“公道杯”，确保向杯中匀速注水和杯中水自动向外排出时，杯中的水位高度的变化都是匀速的．向此简易“公道杯”中匀速注入清水，一段时间后停止，再等水完全排尽．在这个过程中，对不同时间的水位高度进行了记录，部分数值如下：

时间(t/s)	1	2	3	4	5	6	7	8
水位高度(h/cm)	1.5	3	4.5	5	4.5	4		1

根据以上信息，解决下列问题：

（1）完善表中的数据，并在直角坐标系中描出表中各组已知对应值为坐标的点；

（2）当$t=$______ s时，杯中水位最高，是 ________ cm；

（3）在自动向外排水开始前，杯中水位上升的速度为 ________ cm/s；

（4）求停止注水时t的值；

（5）从开始注水，到杯中水完全排尽，共用时 ________ s.