

数学试题

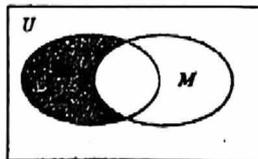
一、单选题(每小题 4 分, 共 40 分)

1. 若集合 $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 3\}$, 则 $A \cap B = ()$

- A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{3\}$ C. $\{1, 3\}$ D. $\{2, 3\}$

2. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $M = \{3, 5\}$, $N = \{2, 3, 4\}$, 则图中阴影部分所表示的集合是 ()

- A. $\{1, 2, 4\}$ B. $\{1, 3, 5\}$
C. $\{2, 4\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$



3. 不等式 $3 + 5x - 2x^2 \leq 0$ 的解集为 ()

- A. $\{x | x > 3 \text{ 或 } x < -\frac{1}{2}\}$ B. $\{x | -\frac{1}{2} \leq x \leq 3\}$
C. $\{x | x \geq 3 \text{ 或 } x \leq -\frac{1}{2}\}$ D. R



4. “ $a - c > b - d$ ”是“ $a > b$ 且 $c < d$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 集合 $A = \{x \in \mathbb{N} | -1 < x < 3\}$ 的真子集的个数为 ()

- A. 3 B. 4 C. 7 D. 8

6. 已知命题 $p: \exists x > 0, x^2 + 1 > 1$, 则命题 p 的否定为 ()

- A. $\exists x \leq 0, x^2 + 1 \leq 1$ B. $\exists x > 0, x^2 + 1 \leq 1$
C. $\forall x > 0, x^2 + 1 \leq 1$ D. $\forall x \leq 0, x^2 + 1 \leq 1$

7. 若集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 < 0\}$, $B = \{x | x^2 - 4ax + 3a^2 < 0\}$, 且 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $1 < a < 2$ B. $1 \leq a \leq 2$
C. $1 < a < 3$ D. $1 \leq a \leq 3$

8. 已知全集 $U = \mathbb{Z}$, 集合 $A = \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x | x = 4k - 1, k \in \mathbb{Z}\}$. 则下列各等式中正确的是 ()

- A. $U = A \cup B$ B. $U = B \cup (\complement_U A)$
C. $U = A \cup (\complement_U B)$ D. $U = (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$

9. 设 $a < b < 0$, 则下列不等式中不成立的是 ()

- A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ B. $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$ C. $|a| > -b$ D. $\sqrt{-a} > \sqrt{-b}$

10. 若关于 x 的不等式 $x^2 - (a+1)x + a < 0$ 的解集中恰有两个整数, 则实数 a 的取值范围是

- A. $\{a | 3 < a < 4\}$ B. $\{a | -2 < a < -1 \text{ 或 } 3 < a < 4\}$
C. $\{a | 3 < a \leq 4\}$ D. $\{a | -2 \leq a < -1 \text{ 或 } 3 < a \leq 4\}$

二、填空题 (每小题 5 分, 共 25 分)

11. 集合 $M = \{x | x^2 + 2x - a = 0\}$, 若 $\emptyset \subsetneq M$, 则实数 a 的范围是_____.

12. 牛栏山一中高一年级某班有学生 40 人, 其中音乐爱好者 21 人, 体育爱好者 24 人, 还有 3 人既不爱好体育也不爱好音乐, 则这个班级中既爱好体育又爱好音乐的有_____人.

13. 给出如下四个命题:

- ①若 $b < a < 0$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$; ②若 $a < b < 0$, 则 $a^2 > b^2$;
③不等式 $\frac{1}{a} > 1$ 的解集是 $\{a | a < 1\}$; ④若 $1 < a < 2$, 且 $0 < b < 3$, 则 $-2 < a - b < 2$.

其中正确命题的序号为_____ (写出所有正确命题的序号).

14. 设 a, b, c 是任意实数, 能够说明“若 $c < b < a$ 且 $ac < 0$, 则 $ab < ac$ ”是假命题的一组整数 a, b, c 的值依次为_____.

15. 当两个集合中有一个集合为另一个集合的子集时, 称两个集合之间构成“全食”; 当两个集合有公共元素, 但互不为对方子集时, 称两个集合之间构成“偏食”, 对于集合 $A = \left\{-1, \frac{1}{2}, 1\right\}$,

$B = \{x | x^2 = a\}$. 若 A 与 B 构成“全食”, 则 a 的取值范围是_____; 若 A 与 B 构成“偏食”, 则 a 的取值范围是_____.

三、解答题 (共 85 分)

16. (本题 14 分) 完成下列各题:

(1) 因式分解 $5x^2 + 7x - 6$

(2) 因式分解 $5x^2 - 17xy - 12y^2$

(3) 因式分解 $2x^2 + (1-2a)x - a$

(4) 已知 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 的两根分别是 x_1 和 x_2 , 求 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 的值.



17. (本题 14 分) 已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x - 6 < 0\}$, $B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1, m \in \mathbb{R}\}$.

(1) 若 $m = 4$, 求集合 $\complement_{\mathbb{R}} A$, 集合 $A \cup \complement_{\mathbb{R}} B$;

(2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 m 的取值范围.

18. (本题 14 分) 解关于 x 的不等式: $ax^2 + (a-2)x - 2 \geq 0$ ($a \leq 0$).

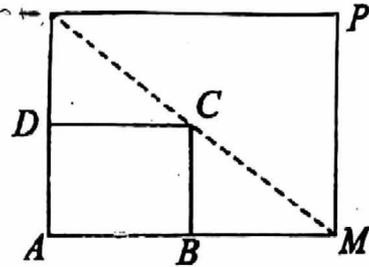


19. (本题 14 分) 已知抛物线 $y = (m-1)x^2 + (m-2)x - 1$, $m \in \mathbb{R}$.

(1) 当 m 为何值时, 抛物线与 x 轴有两个交点?

(2) 如果抛物线与 x 轴相交于 A, B 两点, 与 y 轴相交于点 C , 且 $\triangle ABC$ 的面积为 2, 试确定 m 的值.

20. (本题 14 分) 如图所示, 将一个矩形花坛 $ABCD$ 扩建成一个更大的矩形花坛 $AMPN$, 要求 M 在射线 AB 上, N 在射线 AD 上, 且对角线 MN 过 C 点. 已知 $AB = 4$ 米, $AD = 3$ 米, 设 AN 的长为 x ($x > 3$) 米.



(1) 要使矩形 $AMPN$ 的面积大于 54 平方米, 则 AN 的长应在什么范围内?

(2) 求当 AM, AN 的长度分别是多少时, 矩形花坛 $AMPN$ 的面积最小, 并求出此最小值.

21. (本题 15 分) 已知集合 M 是满足下列条件的集合: ① $0 \in M, 1 \in M$; ② 若 $x \in M, y \in M$, 则 $x-y \in M$; ③ 若 $x \in M$, 且 $x \neq 0$, 则 $\frac{1}{x} \in M$.

(1) 判断 $\frac{1}{3}$ 是否属于集合 M , 并说明理由;

(2) 若 $x \in M, y \in M$, 判断 $x+y$ 是否属于集合 M , 并说明理由;

(3) 若 $x \in M, y \in M$, 判断 xy 是否属于集合 M , 并说明理由.