

顺义一中 2024~2025 学年度第一学期月考

高一数学

2024.10

(考试时间 120 分钟 满分 150 分)

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 1 = 0\}$, 下列式子错误的是()

- A. $1 \in A$ B. $\emptyset \subseteq A$ C. $\{-1\} \in A$ D. $A = \{-1, 1\}$

2. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$ ”的否定是()

- A. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 > 0$ B. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$

- C. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 > 0$ D. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \geq 0$

3. 下列各组函数表示同一个函数的是()

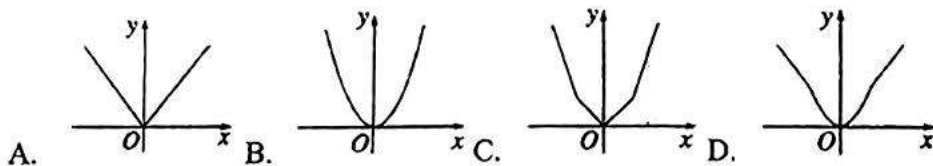
- A. $f(x) = \sqrt{x^2}$, $g(x) = (\sqrt{x})^2$ B. $f(x) = 1$, $g(x) = x^0$

- C. $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$, $g(t) = |t|$ D. $f(x) = x + 1$, $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

4. 已知 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $\frac{1}{x} > 1$ ”是“ $x < 1$ ”的()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

5. 已知 $\min\{a, b\}$ 表示 a, b 中较小的数, 设 $h(x) = \min\{f(x), g(x)\}$, 若 $f(x) = |x|$, $g(x) = x^2$, 则函数 $h(x)$ 的大致图象是 ()



6. 若关于 x 的不等式 $x^2 - (a+1)x + a < 0$ 的解中恰有 3 个整数, 则实数 a 的取值范围是()

- A. $4 < a < 5$ B. $-3 < a < -2$ 或 $4 < a < 5$

- C. $4 < a \leq 5$ D. $-3 \leq a < -2$ 或 $4 < a \leq 5$

7. 如图, $\triangle OAB$ 是边长为 2 的正三角形, 记 $\triangle OAB$ 位于直线 $x = t (0 \leq t \leq 2)$ 左侧的图形的面积为 $f(t)$. 则函数 $y = f(t)$ 的大致图象是()



13. 已知 $a > 0$, 那么 $2 + 3a + \frac{4}{a}$ 的最小值是_____

14. 若对任意实数 x , $\sqrt{kx^2 - kx + 2}$ 都有意义, 则实数 k 的取值范围是_____.

15. 已知函数 $f(x) = \frac{x}{2+2x}$,

则 $f\left(\frac{1}{2023}\right) + f\left(\frac{1}{2022}\right) + \dots + f\left(\frac{1}{2}\right) + f(1) + f(2) + \dots + f(2022) + f(2023) =$ _____.

三、解答题, 共 6 小题, 共 85 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

16. (本小题 13 分).

已知不等式 $x^2 + ax + b < 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$) 的解集 $A = \{x | -1 < x < 2\}$.

(I) 求实数 a, b 的值;

(II) 若集合 $B = \{x | x < 0\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup (\mathbb{C}_{\mathbb{R}} B)$.

17. (本小题 14 分)

已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x - 6 < 0\}$, $B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1, m \in \mathbb{R}\}$.

(1) 若 $m=4$, 求集合 $\mathbb{C}_{\mathbb{R}} A$, 集合 $A \cup \mathbb{C}_{\mathbb{R}} B$;

(2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 m 的取值范围.



18. (本小题 13 分)

解关于 x 的不等式: $ax^2 + (a-2)x - 2 \geq 0$ ($a \in \mathbb{R}$)

19. (本小题 15 分)

根据下列条件, 求 $f(x)$ 的解析式

(1) 已知 $f(x)$ 满足 $f(x+1) = x^2 + 4x + 1$

(2) 已知 $f(x)$ 是一次函数, 且满足 $3f(x+1) - f(x) = 2x + 9$;



20. (本小题 15 分)

经过长期观测得到, 在交通繁忙的时段内, 某公路段 x 处的车流量 y (千辆/时) 与汽车的平均速度 v (千米/时) 之间的关系为 $y = \frac{920v}{v^2 + 3v + 1600}$ ($v > 0$).

$$y = \frac{920v}{v^2 + 3v + 1600} \quad (v > 0).$$

(1) 若要求在该时间段内车流量超过 10 千辆/时, 则汽车的平均速度应在什么范围内

(2) 该时段内, 当汽车的平均速度 v 为多少时, 车流量最大? 最大车流量为多少? (精确到 0.1 千辆/时)

21. (本小题 15 分) 对于集合 A , 定义 $g_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ -1, & x \notin A \end{cases}$. 对于两个集合 A, B , 定义运算

$$A * B = \{x \mid g_A(x) \cdot g_B(x) = -1\}.$$

(1) 若 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, 写出 $g_A(1)$ 与 $g_B(1)$ 的值, 并求出 $A * B$;

(2) 证明: $g_{A*B}(x) = g_A(x) \cdot g_B(x)$;