

数学必修 第一册

命题人： 覃怡 审核人： 鲁智虎 得分： _____

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的，请将答案填在答题纸上）

1. 已知集合 $A = \{x \mid x < 2\}$ ， $B = \{-2, 0, 1, 2\}$ ， 则 $A \cap B =$

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{-2, 0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$

2. 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$ ， 且 $a > b$ ， 则

- A. $ac > bc$ B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ C. $a^2 > b^2$ D. $a^3 > b^3$

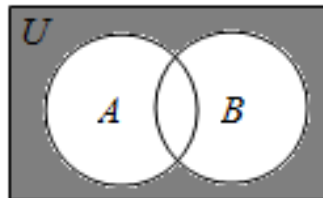
3. 函数 $f(x) = \sqrt{2x-1} + \frac{1}{x-2}$ 的定义域为

- A. $[0, 2)$ B. $(2, +\infty)$ C. $[\frac{1}{2}, 2) \cup (2, +\infty)$ D. $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$

4. 设全集 $U = \mathbf{R}$ ， 集合 $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 < 0\}$ ，

$B = \{x \mid x - 1 \geq 0\}$ ， 则图中阴影部分所表示的集合为

- A. $\{x \mid x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 3\}$ B. $\{x \mid x < 1 \text{ 或 } x \geq 3\}$
C. $\{x \mid x \leq 1\}$ D. $\{x \mid x \leq -1\}$



5. 已知 $x > 0$ ， 则 $x + \frac{1}{x} - 2$ 有

- A. 最大值 0 B. 最小值 0 C. 最大值 -2 D. 最小值 -2

6. 设 $x \in \mathbf{R}$ ， 则 “ $x^2 - 5x < 0$ ” 是 “ $|x - 1| < 1$ ” 的

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 若集合 $A = \{x \mid x^2 + x - 6 < 0\}$ ， $B = \{x \mid \frac{x+2}{x-3} \leq 0\}$ ， 则 $A \cap B$ 等于

- A. $(-3, 3)$ B. $(-2, 2)$ C. $[-2, 2)$ D. $[-2, 3)$



8. 已知 $p: -2 \leq x \leq 10$, $q: 1 - m \leq x \leq 1 + m (m > 0)$, 若 p 是 q 的必要不充分条件, 则实数 m 的取值范围为

- A. $0 < m \leq 3$ B. $0 \leq m \leq 3$ C. $m < 3$ D. $m \leq 3$

9. 已知 $x, y \in (0, +\infty)$, 且 $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 1$, 则 $x + y$ 的最小值为

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

10. 若关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集是 $(-2, 3)$, 则关于 x 的不等式 $bx^2 + 5ax + c > 0$ 的解集是

- A. $(2, 3)$ B. $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$
C. $(-1, 6)$ D. $(-\infty, -1) \cup (6, +\infty)$



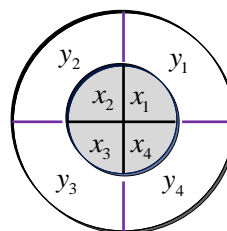
11. 若 “ $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得不等式 $2kx^2 + kx + \frac{3}{8} \leq 0$ 成立” 是假命题, 则实数 k 的取值范围为

- A. $0 \leq k < 3$ B. $0 < k < 3$ C. $-3 < k \leq 0$ D. $-3 < k < 0$

12. 已知两个半径不等的圆盘叠放在一起 (有一轴穿过它们的圆心), 两圆盘上分别有互相垂直的两条直径将其分为四个区域, 小圆盘上所写的实数分别记为 x_1, x_2, x_3, x_4 , 大圆盘上所写的实数分别记为 y_1, y_2, y_3, y_4 , 如图所示. 将小圆盘逆时针旋转 $i (i = 1, 2, 3, 4)$ 次, 每次转动 90° , 记 $T_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 为转动 i 次后各区域内两数乘积之和, 例如

$T_1 = x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_4 + x_4y_1$. 若 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 < 0$, $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 < 0$, 则以下结论正确的是

- A. T_1, T_2, T_3, T_4 中至少有一个为正数
B. T_1, T_2, T_3, T_4 中至少有一个为负数
C. T_1, T_2, T_3, T_4 中至多有一个为正数
D. T_1, T_2, T_3, T_4 中至多有一个为负数



二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分. 请将答案填在答题纸上）

13. 命题 “ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x + 3 > 0$ ” 的否定是_____.

14. 若函数 $f(x) = \begin{cases} -x, & x > 0 \\ 3x+1, & x \leq 0 \end{cases}$ 则 $f(f(-\frac{1}{5})) =$ _____.

15. 已知集合 $A = \{-2, 1\}$, $B = \{x | ax = 2\}$, 若 $A \cap B = B$, 则实数 a 取值的集合为_____.

16. 若 $x \in (1, +\infty)$, 则 $y = 3x + \frac{1}{x-1}$ 的最小值是_____.

17. 一般地, 把 $b-a$ 称为区间 (a, b) 的“长度”. 已知关于 x 的不等式 $x^2 - kx + 2k < 0$ 有实数解, 且解集区间长度不超过 3 个单位长度, 则实数 k 的取值范围为_____.

18. 设 A 是非空数集, 若对任意 $x, y \in A$, 都有 $x+y \in A, xy \in A$, 则称 A 具有性质 P . 给出以下命题:

- ①若 A 具有性质 P , 则 A 可以是有限集;
- ②若 A_1, A_2 具有性质 P , 且 $A_1 \cap A_2 \neq \Phi$, 则 $A_1 \cap A_2$ 具有性质 P ;
- ③若 A_1, A_2 具有性质 P , 则 $A_1 \cup A_2$ 具有性质 P ;
- ④若 A 具有性质 P , 且 $A \neq \mathbf{R}$, 则 $\complement_{\mathbf{R}} A$ 不具有性质 P .

其中所有真命题的序号是_____.



三、解答题（本大题共 60 分，请将答案填在答题纸上）

19（本小题 10 分）

已知函数 $f(x) = x^2 - ax + b$ 的图象过点 $A(1, 0)$ 和 $B(2, 0)$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 若函数 $g(x) = \frac{f(x)+2}{x}$, 当 $x > 0$ 时, 求 $g(x)$ 的最小值.

20（本小题 12 分）

已知函数 $g(x) = x^2 - kx + 2k - 4 (k \in \mathbf{R})$.

- (1) 当 $k = 5$ 时, 求不等式 $g(x) \geq 0$ 的解集;
- (2) 当 $x > 2$ 时, 关于 x 的不等式 $g(x) \geq -9$ 恒成立, 求 k 的取值范围.

21 (本小题 12 分)

已知 $p: |\frac{x}{2} - 2| \leq 3$, $q: x^2 - 4x + 4 - a^2 \leq 0 (a > 0)$, q 是 p 的必要不充分条件, 求实数 a 的取值范围.



22 (本小题 13 分)

已知关于 x 的不等式 $ax^2 - (a+3)x + 3 > 0$ 的解集为 A .

- (1) 若 $3 \notin A$, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 当 $a < 0$ 时, 集合 A 中有且仅有两个整数, 求实数 a 的取值范围;
- (3) 若集合 $B = \{x \mid x < 1 \text{ 或 } x > 12\}$, 满足 $A = B$, 求实数 a 的值.

23 (本小题 13 分)

设 k 是正整数, 集合 A 至少有两个元素, 且 $A \subseteq \mathbb{N}^*$. 如果对于 A 中的任意两个不同的元素 x, y , 都有 $|x - y| \neq k$, 则称 A 具有性质 $P(k)$.

- (1) 试判断集合 $B = \{1, 2, 3, 4\}$ 和 $C = \{1, 4, 7, 10\}$ 是否具有性质 $P(2)$? 并说明理由;
- (2) 若集合 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{12}\} \subseteq \{1, 2, \dots, 20\}$, 求证: A 不可能具有性质 $P(3)$;
- (3) 若集合 $A \subseteq \{1, 2, \dots, 2023\}$, 且 A 同时具有性质 $P(4)$ 和 $P(7)$, 求集合 A 中元素个数的最大值.