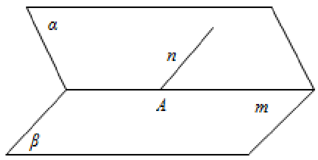
2024北京中关村中学高二10月月考

数 学

2024.10

一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

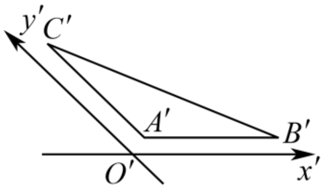
1.如图所示，用符号语言可表述为（ ）



A．$\alpha\cap\beta=m$，$n\subset\alpha$，$m\cap n=A$ B．$\alpha\cap\beta=m$，$n\notin\alpha$，$m\cap n=A$

C．$\alpha\cap\beta=m$，$n\subset\alpha$，$A\subset m$，$A\subset n$ D．$\alpha\cap\beta=m$，$n\notin\alpha$，$A\in m$，$A\in n$

2.$\triangle ABC$的直观图$\triangle A'B'C'$如图所示，其中$A'B'{}_{//}x'$轴，$A'C'{}_{//}y'$轴，且$A'B'=A'C'=1$，则$\triangle ABC$的面积为（ ）



A．$2\sqrt{2}$ B．1 C．8 D．$\frac{\sqrt{2}}{4}$

3.已知某圆锥的母线长为4，高为$2\sqrt{3}$，则圆锥的全面积为( )

A. 10π B. 12π C. 14π D. 16π

4．已知直线a与平面α,β,γ，能使$\alpha//\beta$的充分条件是（ ）

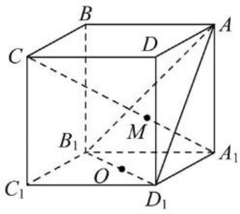
①$\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma$ ②$\alpha//\gamma,\beta//\gamma$ ③$a//\alpha,a//\beta$ ④$a\perp\alpha,a\perp\beta$

A．①② B．②③ C．①④ D．②④

5.我国古代数学名著《数书九章》中有“天池盆测雨”题：在下雨时，用一个圆台形的天池盆接雨水，天池盆盆口直径为二尺八寸，盆底直径为一尺二寸，盆深一尺八寸，若盆中积水深九寸，则平地降雨量是（注：①平地降雨量等于盆中积水体积除以盆口面积；②一尺等于十寸）（ ）

A．6寸 B．4寸 C．3寸 D．2寸

6.如图所示,在正方体ABCD-$A_1B_1C_1D_1$中,O是B_1D_1的中点,直线A_1C交平面AB_1D_1于点M,则下列结论正确的是 ( )



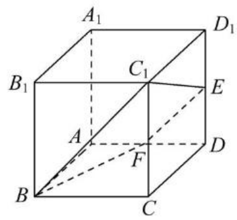
A.A,M,O 三点共线　　　　　　　B.A,M,O,A_1 不共面

C.A,M,C,O 不共面　　　　　　D.B,B_1,O,M 共面

7.正四棱锥底面正方形的边长为4，高与斜高的夹角为30°，则该四棱锥的侧面积为(　)

A. 32　　　　B. 48　　　　C. 64　　　　D. $\frac{32}{3}\sqrt{3}$

8.在正方体 ABCD-$A_1B_1C_1D_1$ 中,F 为 AD 的中点,E 为棱 D_1D 上的动点(不包括端点),过点 B,E,F 的平面截正方体所得的截面的形状不可能是(　　)



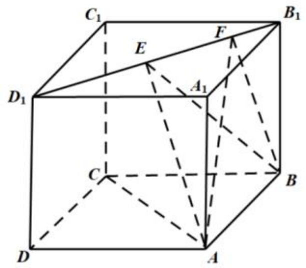
A.四边形　　　　　　B.等腰梯形

C.五边形　　　　　　D.六边形

9.正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，若△D_1AC外接圆半径为$\frac{2\sqrt{6}}{3}$，则该正方体外接球的表面积为(　)

A. 2π　　　　B. 8π　　　　C. 12π　　　　D. 16π

10．如图，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为 1，线段B_1D_1上有两个动点 E，F，且$EF=\dfrac{1}{2}$，则下列结论中正确的是（　）



①．$AC\perp BE$

②．$EF//$平面 $ABCD$

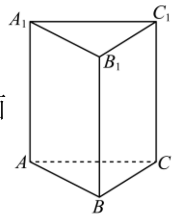
③．△AEF 的面积与△BEF 面积相等

④．三棱锥 A-BEF 的体积为定值

A. ①．②．③　B.①．②．④．　C. ②．③．④．　D. ①．③．④．

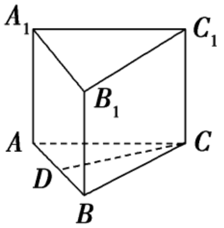
二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分.

11.如图所示，在所有棱长均为 1 的直三棱柱上，有一只蚂蚁从点 A 出发，围着三棱柱的侧面爬行一周到达点 A1，则爬行的最短路线长为___ .



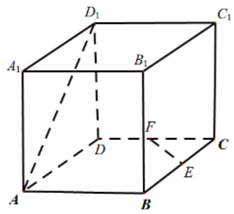
12．在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，D 是 AB 的中点，则在所有的棱中与直线 CD 和 AA_1 都垂直的直线有______.

13．如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AA_1=1$，E,F 分别是BC,DC中点，则异面直线AD_1与EF所成角大小为__________.



14．圆锥的底面半径为$\sqrt{3}$，母线与底面成45°角，过圆锥顶点 S 作截面 SAB，且与圆锥的高 SO 成30°角，则底面圆心 O 到截面 SAB 的距离是______.

15.如图1，在矩形$ABCD$中，$AB=2AD=2$，E为AB的中点，将$\triangle ADE$沿DE折起，点A折起后的位置记为点A_1，得到四棱锥A_1-BCDE，M为A_1C的中点，如图2.某同学在探究翻折过程中线面位置关系时，得到下列四个结论：



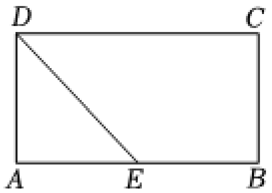


图1

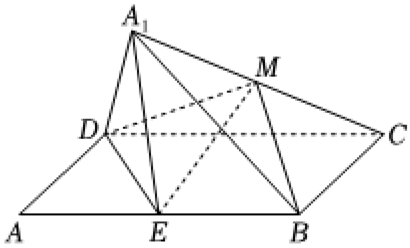


图2

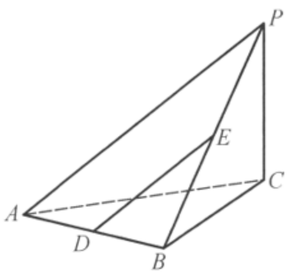
①恒有$A_1D\perp A_1E$；②恒有$BM//$平面A_1DE；

③三棱锥A_1-DEM的体积的最大值为$\frac{\sqrt{2}}{12}$；④存在某个位置，使得平面$A_1DE\perp$平面A_1CD.

其中所有正确结论的序号是______.

三、解答题：本大题共3小题，共40分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

16．（本小题13分）如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$PC\perp$底面 ABC，$AB\perp BC$，D，E 分别是 AB，PB 的中点.



(1)求证：$DE//$平面 PAC；

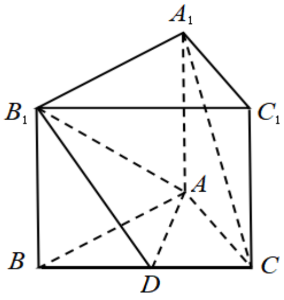
(2)求证：$AB\perp PB$

17.（本小题13分）如图，在三棱柱 $ABC—A_1B_1C_1$ 中，底面ABC为正三角形，侧棱$AA_1\perp$底面ABC.已知D是BC的中点，$AB=AA_1=2$.

(1)求证：平面$AB_1D\perp$平面BB_1C_1C；

(2)求证：$A_1C//$平面AB_1D；

(3)求三棱锥A_1-AB_1D的体积.



解：(1)证明：因为△ ABC为正三角形，且D是BC的中点，所以

因为侧棱$AA_1\perp$底面ABC，______，所以$BB_1\perp$底面ABC.

又因为_______，所以$BB_1\perp AD$.

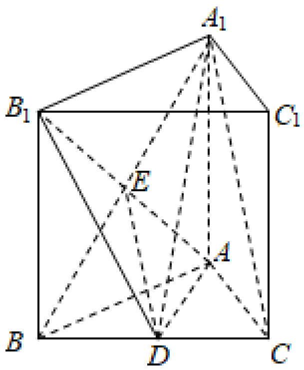
而________，$B_1B\subset$平面BB_1C_1C，$BC\subset$平面BB_1C_1C，

所以$AD\perp$平面BB_1C_1C.

因为_______，

所以平面$AB_1D\perp$平面BB_1C_1C.

(2)证明：连接A_1B，设$A_1B\cap AB_1=E$，连接DE.



由已知得，四边形A_1ABB_1为正方形，则E

因为D是BC的中点，所以_______.

又因为$DE\subset$平面AB_1D，_______，

所以$A_1C//$平面AB_1D.

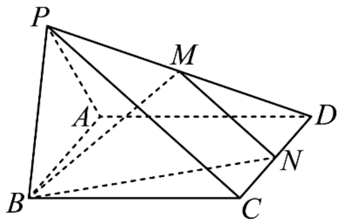
(3)由(2)可知$A_1C//$平面AB_1D，所以A_1与___到平面AB_1D的距离相等，

所以______.

由题设及$AB=AA_1=2$，得______，且$S_{\triangle ACD}=$ ，

所以三棱锥A_1-AB_1D的体积为$V_{C-AB_1D}=V_{B_1-ACD}$=________.

18.（本小题 14 分）如图，四棱锥$P-ABCD$的底面是菱形，侧面PAB是正三角形，M是PD上一动点，N是CD中点.



(1)当M是PD中点时，求证：$PC//$平面BMN；

(2)若$\angle ABC = 60°$，求证：$PC \perp AB$；

(3)在(2)的条件下，是否存在点M，使得$PC \perp BM$？若存在，求$\frac{PM}{MD}$的值；若不存在，请说明理由.

参考答案

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1.【答案】A

【分析】利用图形，表示为点，线，面的符号语言.

【详解】由图形可知，$\alpha\cap\beta=m$，$n\subset\alpha$，$m\cap n=A$或表示为$A\in m$，$A\in n$.

即 A 正确.

2.【答案】B

【分析】根据斜二测画法的规则将图还原，平面图是一个直角三角形，从而可求出其面积

【详解】由直观图还原平面图形，$\triangle ABC$中，$AB\perp AC$，$AB=A'B'=1$，$AC=2A'C'=2$，

所以$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times 1\times 2=1$.

故选：B.

3.【答案】B

【解析】【分析】

本题考查圆锥的侧面积和表面积，属于基础题.

由勾股定理得出r，进而由面积公式得出全面积.

【解答】

解：由题意可知，该圆锥的底面半径为$r=\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}=2$，

则圆锥的全面积为$\pi\times 2^2+\frac{1}{2}\times(2\pi\times 2)\times 4=12\pi$.

故选：B.

4.【答案】D

【解析】

根据线面的平行关系，结合相关性质，逐个分析判断即可得解.

【详解】

对①，若$\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma$，垂直于同一个平面的两个平面可以相交，故①错误；

对②，若$\alpha//\gamma,\beta//\gamma$，则$\alpha//\beta$，平面的平行具有传递性，故②正确；

对③，若$a//\alpha,a//\beta$，平行于同一直线的两平面可以相交，故③错误；

对④，$a\perp\alpha,a\perp\beta$，垂直于同一直线的两平面平行，故④正确.

综上：②④正确，

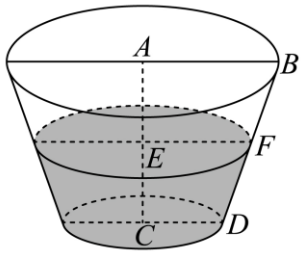
故选：D.

5.【答案】C

【分析】由题意得到盆中水面的半径，利用圆台的体积公式求出水的体积，用水的体积除以盆的上底面面

积即可得到答案.

【详解】



如图，由题意可知，天池盆上底面半径为 14 寸，下底面半径为 6 寸，高为 18 寸，

因为积水深 9 寸，所以水面半径为$\frac{1}{2}\times(14+6)=10$寸，

则盆中水的体积为$\frac{1}{3}\pi\times9\times(6^2+10^2+6\times10)=588\pi$立方寸，

所以平地降雨量等于$\frac{588\pi}{\pi\times14^2}=3$寸.

故选：C.

6.分析：选 A.连接 A_1C_1,AC,则 A_1C_1∥AC,所以 A_1,C_1,C,A 四点共面.所以 $A_1C\subset$平面 ACC_1A_1.因为 $M\in A_1C$,所以 M∈平面 ACC_1A_1.又因为 M∈平面 AB_1D_1,所以点 M 在平面 ACC_1A_1 与平面 AB_1D_1 的交线上.同理点 O 在平面 ACC_1A_1 与平面 AB_1D_1 的交线上,所以 A,M,O 三点共线.

7.【答案】A

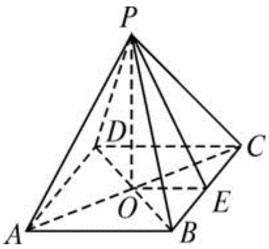
【解析】【分析】

本题考查四棱锥的侧面积的求法，属于简单题.

正四棱锥的高PO，斜高PE，底面边心距OE组成直角$\triangle POE$，由此能求出结果.

【解答】

解：如图，



正四棱锥的高PO，斜高PE与底面边心距OE组成直角$\triangle POE$.

由题知$OE=2$，$\angle OPE=30^\circ$，

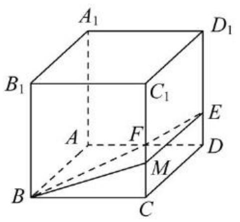
∴斜高$PE=\frac{OE}{sin30^\circ}=4$，

$\therefore S_{正四棱锥侧}=\frac{1}{2}\times BC\times PE\times4=\frac{1}{2}\times4\times4\times4=32$.

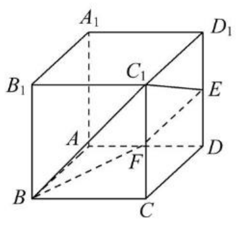
故选 A.

8.分析：选 D.不妨设正方体的棱长为 1,

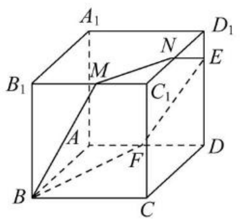
当 $0<DE\leq\frac{1}{2}$时,截面为四边形 BMEF,如图;



特别地,当 DE=$\frac{1}{2}$时,截面为等腰梯形 BFEC$_1$,如图;

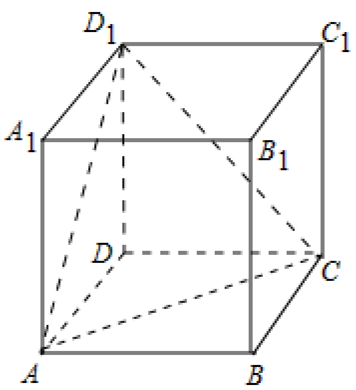


当$\frac{1}{2}$<DE<1 时,截面为五边形 BFENM,不可能为六边形,如图.



9.【答案】C

【解析】解：如图，



设正方体的棱长为a，则$\triangle D_1AC$是边长为$\sqrt{2}a$的等边三角形，

设其外接圆的半径为r，则$\frac{\sqrt{2}a}{sin60^\circ}=2r$，即$r=\frac{\sqrt{6}}{3}a$.

由$\frac{\sqrt{6}}{3}a=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，得$a=2$.

$\therefore$正方体外接球的$R=\frac{1}{2}\sqrt{2^2+2^2+2^2}=\sqrt{3}$.

$\therefore$正方体外接球的表面积为$4\pi\times(\sqrt{3})^2=12\pi$.

故选：C.

由题意画出图形，设正方体的棱长为a，则$\triangle D_1AC$是边长为$\sqrt{2}a$的等边三角形，由正弦定理列式求得$\triangle D_1AC$外接圆半径，进一步求得a值，再由正方体体对角线长的平方等于过一个顶点的三条棱的平方和求得正方体外接球的半径，则答案可求.

本题考查球的表面积与体积的求法，考查数形结合的解题思想方法，是中档题.

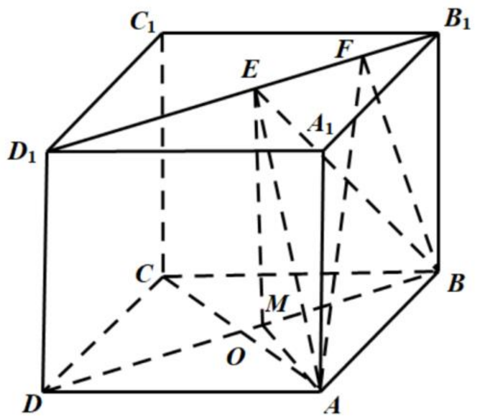
10.【答案】ABD

【解析】

【分析】

利用线面垂直的性质判断 A，利用线面平行的判定定理判断 B，利用同底不同高判断 C，求出体积判断 D.

【详解】



由于 $AC \perp BD, AC \perp DD_1$， $BD \cap DD_1 = D$，故 $AC \perp$ 平面 BDD_1B_1，所以 $AC \perp BE$，所以 A 正确；

由于 $EF // BD$， $EF \not\subset$ 平面 $ABCD$， $BD \subset$ 平面 $ABCD$，所以 $EF //$ 平面 $ABCD$，故 B 正确；

由于三角形 BEF 和三角形 AEF 的底边都是 EF，而前者是 B 到 EF 的距离，

即 BB_1 的长为 1，而后前者是 A 到 EF 的距离，作 EM 垂直于底面，垂足为 M，所以 $EM = BB_1 = 1$，连接 AM，由于在 $Rt\triangle AEM$ 中，AE 是斜边，即 $AE > EM > BB_1$，

故 C 错误；

连结 BD 交 AC 于 O，由于 $AC \perp$ 平面 BDD_1B_1，所以 $AO \perp$ 平面 BDD_1B_1，$AO = \frac{\sqrt{2}}{2}$，因为 $S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{4}$，三棱锥 $A\text{-}BEF$ 的体积为 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{24}$ 为定值，故三棱锥 $A-BEF$ 的体积为定值，故 D 正确.

故选：ABD.

【点睛】

本小题主要考查空间两条直线垂直关系的判断，考查空间线面平行的判断，关键点是熟练掌握有关判断和性质，考查平面图形的面积和空间立体图形的体积的判断，属于基础题.

11.【答案】$\sqrt{10}$

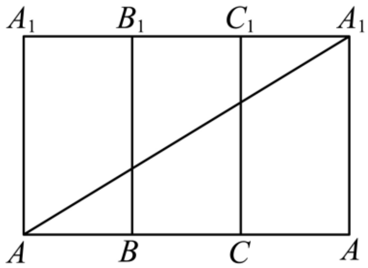
【分析】把正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 沿侧棱 AA_1 剪开再展开，求解直角三角形即可得到答案.

【详解】正三棱柱的侧面展开图如图所示的矩形，

矩形的长为 3，宽为 1，则其对角线 AA1 的长为最短路程.

因此蚂蚁爬行的最短路程为 $\sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$.

故答案为：$\sqrt{10}$．



12．【答案】*AB*，*A₁B₁*

【解析】

【分析】

根据线线垂直的定义或判定来判断即可.

【详解】

由正三棱柱的性质可知与直线 CD 和 AA_1 都垂直的直线有 AB，A_1B_1.

故答案为：AB，A_1B_1.

13．【答案】60°

【解析】

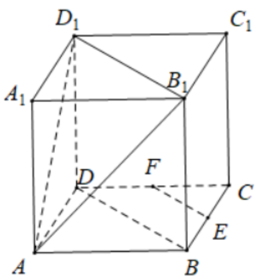
【分析】

由 $EF//D_1B_1$ 得出异面直线 AD_1 与 EF 所成角为 $\angle AD_1B_1$，再由正三角形的性质得出异面直线 AD_1 与 EF 所成角大小.

【详解】

E,F 分别是 BC,DC 中点，所以有 $EF//DB$,而 $DB//D_1B_1$,，因此 $EF//D_1B_1$

异面直线 AD_1 与 EF 所成角为 $\angle AD_1B_1$，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=1$，$AD_1=D_1B_1=AB_1=\sqrt{2}$,所以 $\angle AD_1B_1=60^0$



故答案为：60°

14．【答案】$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

【解析】

【分析】

确定高 SO 与截面 SAB 所成的角，如图作出点 O 到 SE 的垂线 OP，并说明 OP 的长是点 O 到平面 SAB 的距离，然后在直角三角形中求得点面距.

【详解】

如图，底面直径$CD \perp AB$，

$SO \perp$平面OAB，$AB \subset$平面OAB，则$SO \perp AB$，

又$SO \cap CD = O$，$SO, CD \subset$平面SOE，则$AB \perp$平面SOE，

$AB \subset$平面SAB，所以平面$SAB \perp$平面SOE，

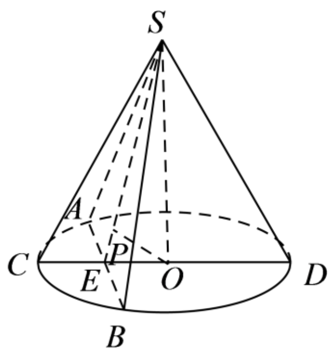
所以SO在平面SAB的射影是SE，所以$\angle OSE$是SO与平面SAB所成的角，即$\angle OSE = 30°$，

又$\angle SCO$是母线SC与底面所成的角，即$\angle SCO = 45°$，

所以在直角$\triangle SOC$中，$SO = OC = \sqrt{3}$，

作$OP \perp SE$，垂足为P，则$OP \perp$平面SAB，且$OP = \frac{1}{2}SO = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{3}}{2}$.



15.【答案】①②③

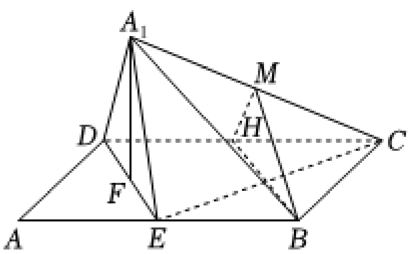
【解析】【分析】

本题考查线线垂直的证明，线面平行的证明，三棱锥的体积的最值的求解，属中档题.

根据原图形判断①，根据面面平行得出线面平行判断②，结合面面垂直及体积公式判断体积最大值得出③，应用面面垂直的性质定理及反证法得出④.

【解答】

解：矩形$ABCD$中，$\because AD \perp AE$，$\therefore A_1D \perp A_1E$，①正确；



取CD中点H，连接MH，BH，$\because M$和H分别是A_1C，CD的中点，$\therefore MH // A_1D$，$\because MH$不在平面A_1DE内，$A_1D \subset$平面A_1DE，

$\therefore MH //$平面A_1DE，$\because E$是矩形$ABCD$的AB边中点，$\therefore DH = EB$，$DH // EB$，$\therefore$四边形$BEDH$为平行四边形，

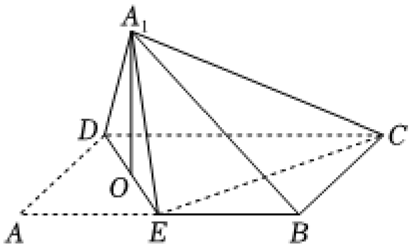
$\therefore HB // DE$，

$\because HB$不平面A_1DE内，$DE\subset$平面A_1DE，$\therefore HB//$平面A_1DE，又$HB\cap MH=H$，$HB,MH\subset$平面HBM，

$\therefore$平面$HBM//$平面A_1DE，

$\because BM\subset$平面HBM，$\therefore BM//A_1DE$，②正确；

取DE的中点O，连接A_1O，如图所示：



当平面$A_1DE\perp$平面$BCDE$时，A_1到平面$BCDE$的距离最大.

因为$A_1D=A_1E$，O为DE中点，所以$A_1O\perp DE$.

又因为平面$A_1DE\cap$平面$BCDE=DE$，$A_1O\subset$平面A_1DE,所以$A_1O\perp$ *平面*$BCDE$.

$DE=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，所以$A_1O=\sqrt{1^2-(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

所以四棱锥A_1-BCDE体积最大值为$\frac{1}{3}\times\frac{(1+2)\times1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}$,

所以三棱锥A_1-CDE体积最大值为$\frac{2}{3}\times V_{A_1-BCDE}=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{6}$,

M为AC的中点，三棱锥A_1-DEM的体积的最大值为$\frac{1}{2}\times V_{A_1-CDE}=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{6}=\frac{\sqrt{2}}{12}$，故③正确；

平面$A_1DE\perp$平面A_1CD，平面$A_1DE\cap$平面$A_1CD=A_1D$，$A_1E\perp A_1D$，$A_1E\subset$平面A_1DE，

$\therefore A_1E\perp$平面A_1CD，$A_1C\subset$平面A_1CD，$\therefore A_1E\perp A_1C,A_1E=1,EC=\sqrt{2}$,

$\therefore A_1C=1$，$\triangle A_1DC$中，$A_1D=1$，$\therefore A_1C+A_1D=2=DC$，

故A_1，C，D三点共线，所以$A_1\in CD$，得$A_1\in$平面$ABCD$，与题干条件$A_1\notin$平面$ABCD$矛盾，④错误.

故答案为：①②③.

16.【答案】(1)证明见解析；

(2)证明见解析.

【解析】

【分析】

（1）根据三角形中位线的性质得到$DE//PA$，即可得证；

（2）由线面垂直的性质得到$PC\perp AB$，再根据$AB\perp BC$，即可得到$AB\perp$平面PBC，即可得证.

(1)

$\because$点D、E分别是棱AB、PB的中点，

$\therefore DE//PA$，

又$\because DE\not\subset$平面PAC，$PA\subset$平面PAC；

$\therefore DE//$平面PAC.

(2)

$\because PC\perp$底面ABC，$AB\subset$底面ABC，

$\therefore PC \perp AB$，

$\because AB \perp BC$， $PC \cap BC = C$， $PC, BC \subset$ 平面 PBC，

$\therefore AB \perp$ 平面 PBC，

又 $\because PB \subset$ 平面 PAB，

$\therefore AB \perp PB$.

17.【答案】(1)证明：因为$\triangle ABC$为正三角形，且D是BC的中点，

所以$AD \perp BC$.

因为侧棱$AA_1 \perp$底面ABC，$AA_1 // BB_1$，

所以$BB_1 \perp$底面ABC.

又因为$AD \subset$底面ABC，所以$BB_1 \perp AD$.

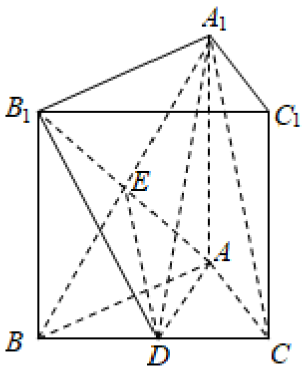
而$B_1B \cap BC = B$，$B_1B \subset$平面BB_1C_1C，$BC \subset$平面BB_1C_1C，

所以$AD \perp$平面BB_1C_1C.

因为$AD \subset$平面AB_1D，

所以平面$AB_1D \perp$平面BB_1C_1C.

(2)证明：连接A_1B，设$A_1B \cap AB_1 = E$，连接DE.



由已知得，四边形A_1ABB_1为正方形，则E为A_1B的中点.

因为D是BC的中点，

所以$DE // A_1C$.

又因为$DE \subset$平面AB_1D，$A_1C \not\subset$平面AB_1D，

所以$A_1C //$平面AB_1D.

(3)由(2)可知$A_1C //$平面AB_1D，

所以A_1与C到平面AB_1D的距离相等，

所以$V_{A_1-AB_1D} = V_{C-AB_1D}$.

由题设及$AB = AA_1 = 2$，得$BB_1 = 2$，且$S_{\triangle ACD} = \frac{\sqrt{3}}{2}$，

所以$V_{C-AB_1D} = V_{B_1-ACD}$

$$= \frac{1}{3} \times S_{\Delta ACD} \times BB_1$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2$$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

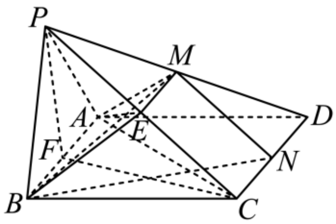
所以三棱锥A_1-AB_1D的体积为$V_{A_1-AB_1D}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

18.【答案】(1)证明：因为点M 是PD 中点，点N 是CD 中点，所以$MN\ //PC$.

因为$PC\not\subset$平面$BMN, MN\subset$平面BMN，

所以$PC\ //$平面BMN .

(2)证明：如图，取AB 中点F ，连接AC, PF, CF .



因为侧面PAB 是正三角形，所以$PF\perp AB$.

因为底面$ABCD$ 是菱形，且$\angle ABC=60^{\circ}$，

所以$\triangle ABC$ 是等边三角形．所以$CF\perp AB$.

因为$PF\perp AB, CF\perp AB, PF\cap CF=F, PF, CF\subset$平面$PFC$，

所以$AB\perp$平面PFC，因为$PC\subset$平面PFC，所以$PC\perp AB$.

(3)如图，取PC 中点E ，连接BE, AE .

因为四棱锥$P-ABCD$ 的底面是菱形，侧面PAB 是正三角形，

所以$PB=AB=BC$，所以$BE\perp PC$.

又$PC\perp AB, AB\cap BE=B$，AB、BE在面ABE内，

所以$PC\perp$平面ABE .

过E 作$EM\ //CD$ 交PD 于点M .

因为$EM\ //CD\ //AB$，所以点$M\in$平面$ABEM$.

所以$PC\perp$平面$ABEM$，

因为$BM\subset$平面$ABEM$，所以$PC\perp BM$，

因为E 为PC 的中点，$EM\ //CD$，

所以$PM=MD$.

所以$\frac{PM}{MD}=1$.