

北京市第十三中学 2024-2025 学年度

九年级数学 10 月测试试卷

2024 年 10 月

考生须知	<p>1. 本试卷共 6 页，共三道大题，27 道小题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。</p> <p>2. 在试卷、答题卡的规定位置认真填写班级、姓名和准考证号。</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。</p> <p>4. 选择题、作图题在答题卡上用 2B 铅笔作答，其他试题请用黑色字迹签字笔在答题卡上完成作答。</p> <p>5. 考试结束，请将考试材料按监考教师要求交回。</p>
------	--

一、选择题(每小题 2 分，共 16 分)

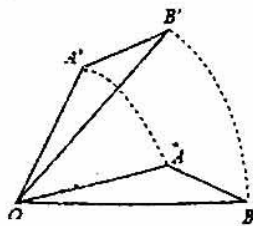
1. 一元二次方程 $2x^2 + x - 5 = 0$ 的二次项系数、一次项系数、常数项分别是 ()
 A. 2, 1, 5 B. 2, 1, -5 C. 2, 0, -5 D. 2, 0, 5

2. 抛物线 $y = (x-1)^2 + 2$ 的顶点坐标是 ()
 A. (1, 2) B. (1, -2) C. (-1, 2) D. (-1, -2)

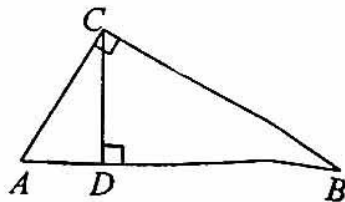
3. 如果 $3x = 4y (y \neq 0)$ ，那么下列比例式中正确的是
 A. $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ B. $\frac{x}{3} = \frac{4}{y}$ C. $\frac{x}{4} = \frac{y}{3}$ D. $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$

4. 如果将抛物线 $y = 2x^2$ 先向左平移 2 个单位，再向上平移 3 个单位后得到一条新的抛物线，这条新的抛物线的表达式是 ()
 A. $y = 2(x-2)^2 + 3$ B. $y = 2(x+2)^2 - 3$ C. $y = 2(x-2)^2 - 3$ D. $y = 2(x+2)^2 + 3$

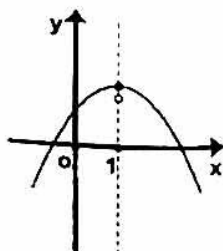
5. 如图，将 $\triangle AOB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 45° 后得到 $\triangle A'OB'$ ，若 $\angle AOB = 15^\circ$ ，则 $\angle AOB'$ 的度数是 ()
 A. 25° B. 30°
 C. 35° D. 40°



6. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于点 D ，如果 $AC = 3$ ， $AB = 6$ ，那么 AD 的值为 ()
 A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D. $3\sqrt{3}$



7. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，对称轴为 $x = 1$ ，下列结论中正确的是 ()
 A. $ac > 0$ B. $b < 0$ C. $b^2 - 4ac < 0$ D. $2a + b = 0$



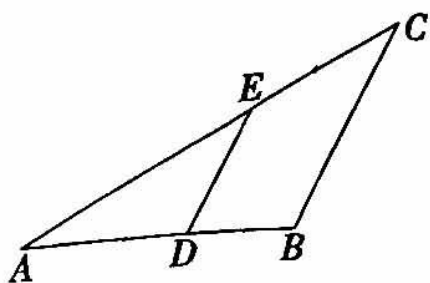
8. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y=m(x-3)^2+k$ 与 x 轴交于 $(a, 0)$, $(b, 0)$ 两点, 其中 $a < b$. 将此抛物线向上平移, 与 x 轴交于 $(c, 0)$, $(d, 0)$ 两点, 其中 $c < d$, 下面结论正确的是 ()

- A. 当 $m > 0$ 时, $a+b=c+d$, $b-a > d-c$
- B. 当 $m > 0$ 时, $a+b > c+d$, $b-a = d-c$
- C. 当 $m < 0$ 时, $a+b=c+d$, $b-a > d-c$
- D. 当 $m < 0$ 时, $a+b > c+d$, $b-a < d-c$

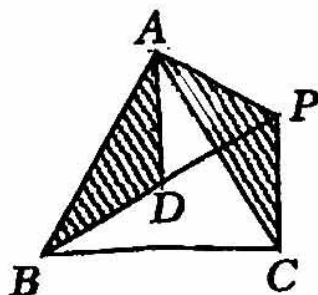


二、填空题(每小题 2 分, 共 16 分)

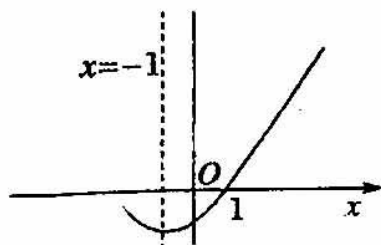
9. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x+m=0$ 有一个根为 1, 则 m 的值为_____.
10. 已知二次函数的图象开口向上, 且经过点 $(0, 1)$, 写出一个符合题意的二次函数的表达式_____.
11. 已知 $(-1, y_1)$, $(2, y_2)$ 在二次函数 $y=x^2-2x$ 的图象上, 比较 y_1 _____ y_2 . (填 “>”, “<” 或 “=”)
12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 两点分别在 AB, AC 边上, $DE \parallel BC$, 如果 $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{2}$, $AC=10$, 那么 $EC=$ _____.
13. 已知 $P(x_1, 1), Q(x_2, 1)$ 两点都在抛物线 $y=x^2-2x+1$ 上, 那么 $x_1+x_2=$ _____.
14. 如图, $\triangle ABC$ 为等边三角形, D 为 $\triangle ABC$ 内一点, $\triangle ABD$ 绕点 A 旋转后到达 $\triangle ACP$ 的位置, 则旋转角度是_____; $\triangle ADP$ 是_____三角形.



第 12 题图



第 14 题图

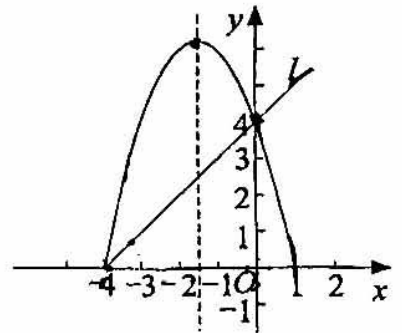


第 15 题图

15. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴及部分图象如图所示, 则关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两根为_____.

16. 平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $C: y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 与直线 $l: y = kx + n (k \neq 0)$ 如图所示, 有下面四个推断:

- ①二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 有最大值;
- ②抛物线 C 关于直线 $x = \frac{3}{2}$ 对称;
- ③关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = kx + n$ 的两个实数根为 $x_1 = -4, x_2 = 0$;
- ④若过动点 $M(m, 0)$ 垂直于 x 轴的直线与抛物线 C 和直线 l 分别交于点 $P(m, y_1)$ 和 $Q(m, y_2)$, 则当 $y_1 < y_2$ 时, m 的取值范围是 $-4 < m < 0$.



其中所有正确推断的序号是_____.

三、解答题 (本题共 68 分, 17 题, 每小题 5 分; 18—20 题, 22 题, 每题 5 分; 21 题, 23 题—25 题每题 6 分; 26 题, 27 题, 每题 7 分)

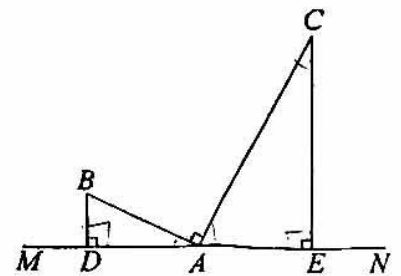
17. 解方程:

(1) $x^2 - 6x + 8 = 0$; (2) $6x^2 - x - 2 = 0$.

18. 已知 a 是方程 $2x^2 - 7x - 1 = 0$ 的一个根, 求代数式 $a(2a - 7) + 5$ 的值.

19. 已知二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象经过 $A(2, 0), B(0, -2)$ 两点, 求这个二次函数的解析式.

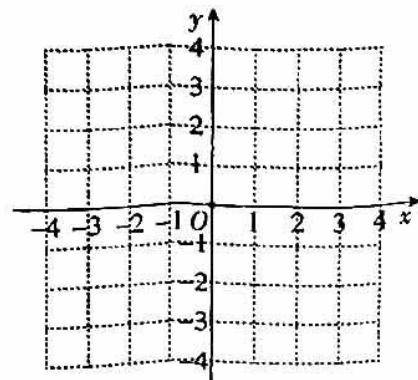
20. 如图, A 是直线 MN 上一点, $\angle BAC = 90^\circ$, 过点 B 作 $BD \perp MN$ 于点 D , 过点 C 作 $CE \perp MN$ 于点 E .



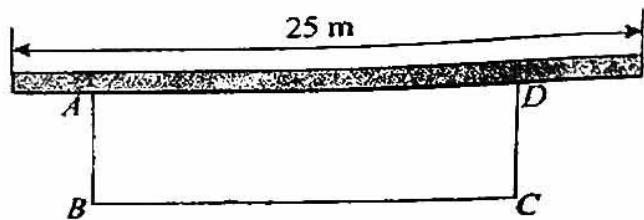
- (1) 求证: $\triangle ADB \sim \triangle CEA$;
- (2) 若 $AB = \sqrt{5}, AD = AE = 2$, 求 CE 的长.

21. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$.

- (1) 求该二次函数的顶点坐标;
- (2) 在平面直角坐标系 xOy 中, 画出二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图象;
- (3) 结合函数图象, 直接写出 $y < 0$ 时, 自变量 x 的取值范围;
- (4) 结合函数图象, 直接写出当 $-1 < x < 2$ 时, y 的取值范围.



22. 为了改善小区环境, 某小区决定在一块一边靠墙(墙长 25m)的空地上修建一个矩形小花园 $ABCD$, 小花园一边靠墙, 另三边用总长 40m 的栅栏围住, 如下图所示. 若设矩形小花园 AB 边的长为 x m, 面积为 y m^2 .

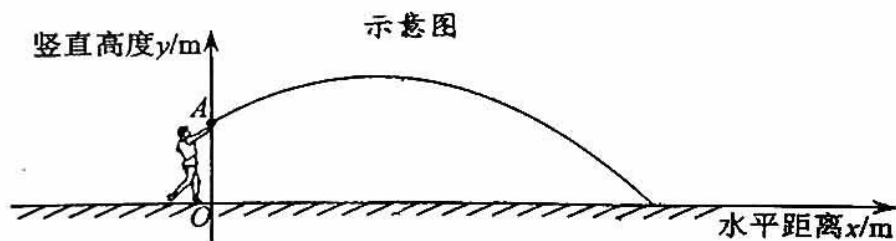


- (1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;
- (2) 当 x 为何值时, 小花园的面积最大? 最大面积是多少?

23. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 2m - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根.

- (1) 求 m 的取值范围;
- (2) 若 m 为正整数, 且该方程的根都是整数, 求 m 的值.

24. 为了在校运动会的推铅球项目中取得更好的成绩, 小石积极训练. 铅球被推出后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分. 建立如图所示的平面直角坐标系, 从铅球出手(点 A 处)到落地的过程中, 铅球的竖直高度 y (单位: m) 与水平距离 x (单位: m) 近似满足函数关系 $y = a(x-h)^2 + k (a < 0)$.



小石进行了两次训练.

(1) 第一次训练时, 铅球的水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下:

水平距离 x/m	0	1	2	3	4	5	6	7	8
竖直高度 y/m	1.6	2.1	2.4	2.5	2.4	2.1	1.6	0.9	0

根据上述数据, 求出满足的函数关系 $y = a(x-h)^2 + k (a < 0)$, 并直接写出小石此次训练的成绩(铅球落地点的水平距离);

(2) 第二次训练时, 小石推出的铅球的竖直高度 y 与水平距离 x 近似满足函数关系 $y = -0.09(x-3.1)^2 + 2.55$. 记小石第一次训练的成绩为 d_1 , 第二次训练的成绩为 d_2 , 则 d_1 _____ d_2 (填 “>”, “=” 或 “<”).



25. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $(2, m)$ 和点 $(4, n)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx (a > 0)$ 上, 设抛物线的对称轴为 $x = t$.

(1) 若 $m = n$ 时, 求 t 的值;

(2) 已知点 $(-1, y_1)$, $(1, y_2)$, $(3, y_3)$ 在抛物线上. 若 $mn < 0$, 比较 y_1, y_2, y_3 的大小, 并说明理由.

26. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 是 BC 边所在直线上一点 (不与点 B, C 重合), 过点 B 作 $BF \perp DE$, 交射线 DE 于点 F , 连接 CF .

(1) 如图 1, 当点 E 在线段 BC 上时, $\angle BDF = \alpha$.

① 按要求补全图形;

② $\angle EBF =$ _____ (用含 α 的式子表示);

③ 判断线段 BF, CF, DF 之间的数量关系, 并证明.

(2) 当点 E 在直线 BC 上时, 直接写出线段 BF, CF, DF 之间的数量关系, 不需证明.

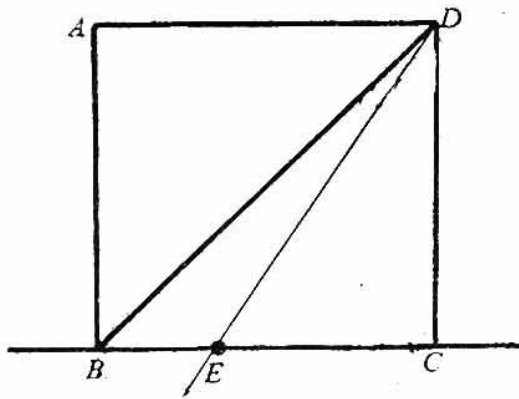
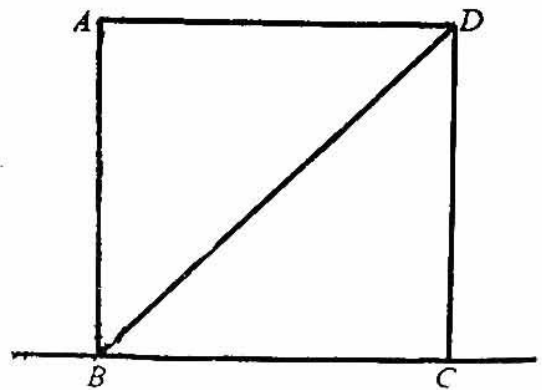


图 1



备用图





27. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知矩形 $OABC$, 其中点 $A(5,0)$, $B(5,4)$, $C(0,4)$. 给出如下定义: 若点 P 关于直线 $l: x=t$ 的对称点 P' 在矩形 $OABC$ 的内部或边上, 则称点 P 为矩形 $OABC$ 关于直线 l 的“关联点”.

例如, 图1中的点 D , 点 E 都是矩形 $OABC$ 关于直线 $l: x=3$ 的“关联点”.

(1) 如图2, 在点 $P_1(4,1)$, $P_2(-3,3)$, $P_3(-2,0)$, $P_4(-6,-2)$ 中, 是矩形 $OABC$ 关于直线 $l: x=-1$ 的“关联点”的为_____;

(2) 如图3, 点 $P(-2,3)$ 是矩形 $OABC$ 关于直线 $l: x=t$ 的“关联点”, 且 $\triangle OAP'$ 是等腰三角形, 求 t 的值;

(3) 若在直线 $y = \frac{1}{2}x + b$ 上存在点 Q , 使得点 Q 是矩形 $OABC$ 关于直线 $l: x=-1$ 的“关联点”, 请直接写出 b 的取值范围.

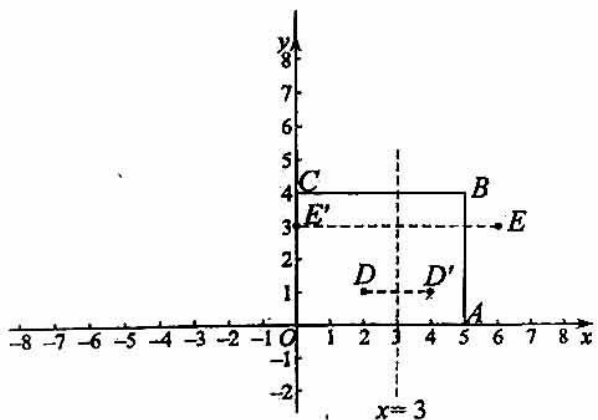


图1

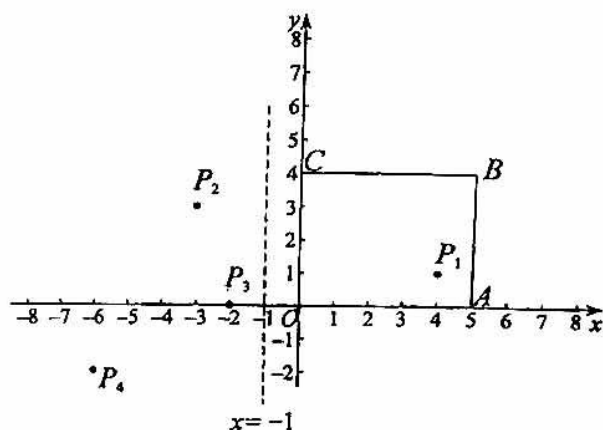


图2

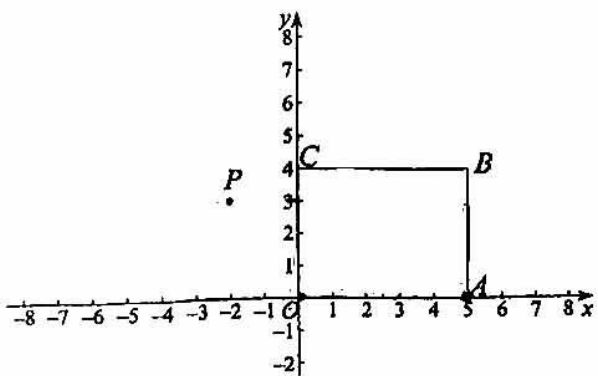
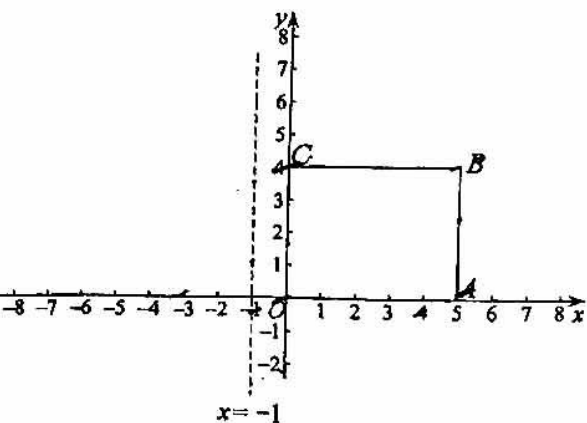


图3



备用图