2024—2025 学年初三第二次学情监测

初三　数学　（考试时长：120 分钟）

班级：__________　　姓名：__________

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1.北京教育资源丰富，高校林立，下面四个高校校徽主体图案是中心对称图形的是（　）

A.  北京林业大学　　B.  北京体育大学

C.  北京大学　　D.  中国人民大学

2. 已知⊙O的直径为$6cm$，点P在⊙O内，则线段OP的长度可以是(　)

A. $6cm$　　B. $5cm$　　C. $3cm$　　D. $2m$

3. 在平面直角坐标系中，将抛物线 $y=x^2$ 向右平移 2 个单位长度，向上平移 1 个单位长度，得到抛物线

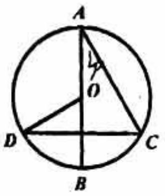
A. $y=(x-2)^2+1$　　B. $y=(x-2)^2-1$　　C. $y=(x+2)^2+1$　　D. $y=(x+2)^2-1$

4. 关于x的一元二次方程$(a-2)x^2+x+a^2-4=0$的一个根是0，则a的值为（　）

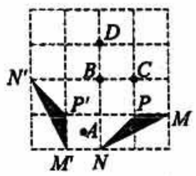
A. 2　　B. 0　　C. 2或-2　　D. -2

5. 如图，在⊙O中，AB是直径，$CD\perp AB$，$\angle BAC=30°$，那么$\angle DOB$的度数等于（　）

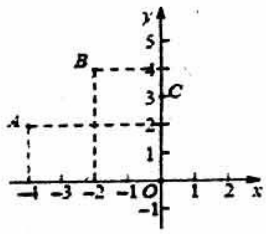
A. 15°　　B. 30°　　C. 60°　　D. 90°



第 5 题



第 7 题



第 8 题

6. 下表是某公司 2024 年 1 月份至 5 月份的收入统计表. 其中，2 月份和 5 月份被墨水污染，若 2 月份与 3 月份的增长率相同，设它们的增长率为x，根据表中的信息可列方程为（　）

月份	1	2	3	4	5
收入/万元	10		12	14	

A. $10(1+x)^2=12$　　B. $10(1+x)^2=12-1$　　C. $10(1+x)(1+2x)=12$　　D. $10(1+x)^3=14$

7. 如图，在正方形网格中，△MPN绕某一点旋转某一角度得到△$M'P'N'$，则旋转中心可能是（　）

A. 点 A　　B. 点 B　　C. 点 C　　D. 点 D

8. 如图，二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的图象经过点A，B，C.现有下面四个推断：

①抛物线开口向下；

②当$x=-2$时，y取最大值；

③当$m<4$时，关于x的一元二次方程$ax^2+bx+c=m$必有两个不相等的实数根；

④直线$y=kx+c(k\neq 0)$经过点A，C，当$kx+c>ax^2+bx+c$时，x的取值范围是$-4<x<0$；其中推断正确的是(　)

A. ①②　　B. ①③　　C. ①③④　　D. ②③④

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 在平面直角坐标系中，点$(3,-4)$ 关于原点对称的点的坐标是________.

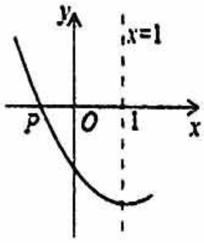
10.一元二次方程$x^2-4x-1=0$ 的二次项系数是______，一次项系数是______.

11.⊙O 的直径为 15cm，若圆心 O 与直线 l 的距离为 7.5cm，则 l 与⊙O 的位置关系是__________（填"相交"、"相切"或"相离"）.

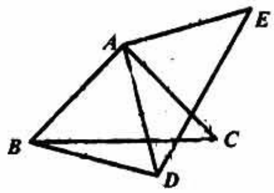
12. 如图，抛物线$y=ax^2+bx+c$的对称轴为$x=1$，点P，点Q是抛物线与x轴的两个交点，若点P的坐标为$(-1,0)$，则点Q的坐标为______.

13. 如图，等腰直角三角形ABC绕点A逆时针旋转60°，得到△ADE.连接BD，则$\angle CBD$等于______度.

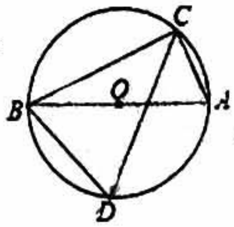
14．如图，AB是$\odot O$的直径，点 C，D 在圆上，$\angle D=67°$，则 $\angle ABC$ 等于________度．



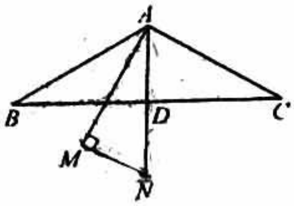
第 12 题



第 13 题



第 14 题



第 16 题

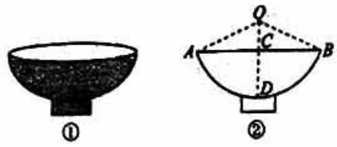
15．已知二次函数 $y=x^2-x+\frac{1}{4}m-1$ 的图象与 x 轴无公共点，则 m 的取值范围是________．

16．如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC=6$，$\angle A=120°$，过点A作$AD\perp BC$，延长AD至点N，使得$AD=DN$，在平面上有一动点M，使$\angle AMN=90°$，连接BM，则BM的最小值为__________．

三、解答题（本题共 68 分，第 17—22 题，每小题 5 分，第 23—26 题，每小题 6 分，第 27，28 题，每小题 7 分）

17． 解一元二次方程： $x^2-x-1=0$．

18．陕西饮食文化源远流长，“老碗面”是陕西地方特色美食之一．图②是从正面看到的一个“老碗”(图①)的形状示意图．$\overset{\frown}{AB}$是$\odot O$的一部分，点C是弦AB的中点，连接 OC 并延长，交$\overset{\frown}{AB}$于点D，连接OA，OB.若$AB=24\ cm$，碗深$CD=8\ cm$，求$\odot O$的半径OA.



19．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(m+2)x+2m=0$．

（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若该方程有一个根大于 3，求 m 的取值范围．

20．已知：A，B是直线l上的两点．

求作：$\triangle ABC$，使得点C在直线l上方，且$\angle ACB=150°$．

作法：

①分别以A，B为圆心，AB长为半径画弧，在直线l下方交于点O；

②以点O为圆心，OA长为半径画圆；

③在劣弧$\overset{\frown}{AB}$上任取一点C(不与A，B重合)，连接AC，BC，$\triangle ABC$就是所求作的三角形．

(1)使用直尺和圆规，依作法补全图形(保留作图痕迹)；

(2)完成下面的证明．

证明：在优弧$\overset{\frown}{AB}$上任取一点M(不与A，B重合)，连接AM，BM，OA，OB．

$\because OA=OB=AB$，

$\therefore \triangle OAB$是等边三角形．

$\therefore \angle AOB=60°$．

$\because A$，B，M在$\odot O$上，

$\therefore \angle AMB=\frac{1}{2}\angle AOB$(____)(填推理的依据)．

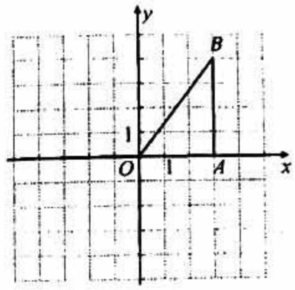
$\therefore \angle AMB=30°$．

$\because$四边形$ACBM$内接于$\odot O$，

$\therefore \angle AMB+\angle ACB=180°$ (____)(填推理的依据)．

$\therefore \angle ACB=150°$．

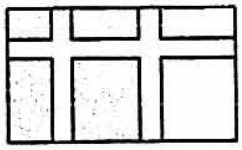
21．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 B（3，4），$BA\perp x$ 轴于 A.



（1）画出将$\triangle OAB$ 绕原点 O 逆时针旋转 90°后所得的$\triangle OA_1B_1$，并写出点 B 的对应点 B_1 的坐标为____________；

（2）在（1）的条件下，连接 BB_1，则线段 BB_1 的长度为____________.

22.（**列方程或方程组解应用题**）如图，学校课外生物小组的试验园地的形状是长 16 米、宽 9 米的矩形．为便于管理，要在中间开辟一横两纵共三条等宽的小道，使种植面积为 112 平方米，求小道的宽为多少米？

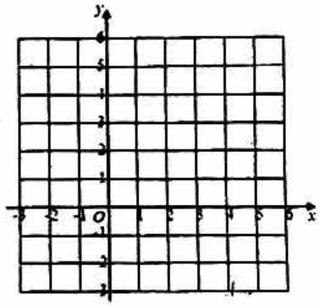


23．在平面直角坐标系xOy中，抛物线 $y_1=x^2+bx+c$ 经过点$A(0,3)$，$B(3,0)$两点．直线 $y_2=kx+b$ 经过 A、B 两点．

（1）求二次函数的解析式；

（2）求该抛物线的对称轴和顶点坐标；

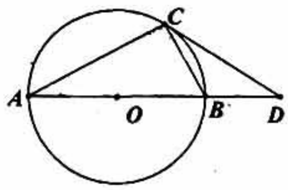
（3）若 $y_2>y_1$，直接写出 x 的取值范围.



24．如图，AB为$\odot O$的直径，C是$\odot O$上一点，D在AB的延长线上，$\angle BCD=\angle A$.

(1)求证：CD是$\odot O$切线；

(2)若$BD=2$，$CD=2\sqrt{5}$，求$\odot O$的半径长.



25．如图 1，在一次学校组织的社会实践活动中，小龙看到农田上安装了很多灌溉喷枪，喷枪喷出的水流轨迹是抛物线，他发现这种喷枪射程是可调节的，且喷射的水流越高射程越远，于是他从该农田的技术部门得到了这种喷枪的一个数据表，水流的最高点与喷枪的水平距离记为 x，水流的最高点到地面的距离记为y.

y与x的几组对应值如下表：

x(单位：m)	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	4	…
y(单位：m)	2	$\frac{9}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{11}{4}$	3	$\frac{13}{4}$	$\frac{7}{2}$	4	…

(1)该喷枪的出水口到地面的距离为______m；

(2)在平面直角坐标系xOy中，描出表中各组数值所对应的点，并画出y与x的函数图象；

(3)结合(2)中的图象，估算当水流的最高点与喷枪的水平距离为$8m$时，水流的最高点到地面的距离为______m(精确到$1m$).根据估算结果，计算此时水流的射程约为______m(精确到$1m$，参考数据$\sqrt{6}\approx 2.4$).

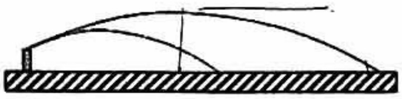


图1

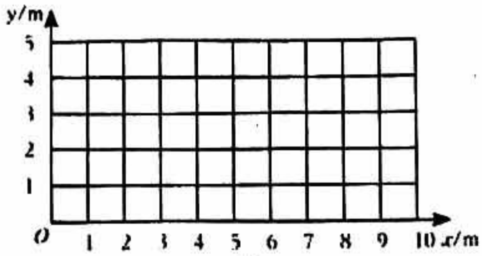


图2

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y=ax^2-2a^2x$（$a\neq0$）

（1）求该抛物线的对称轴（用含 a 的式子表示）；

（2）若 $a=1$，当 $-2<x<2$ 时，求 y 的取值范围；

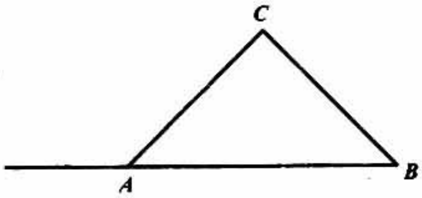
（3）已知 $A(2a-1,\ y_1)$，$B(a,\ y_2)$，$C(a+2,\ y_3)$为该抛物线上的点，若 $(y_1-y_3)(y_3-y_2)>0$，求 a 的取值范围.

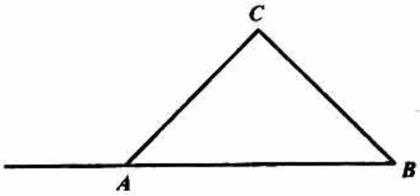
27. 如图，$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，点 D 在 BA 的延长线上，连接 CD，以 C 为中心，将线段 CD 逆时针旋转 90°，得到线段 CE，连接 AE，BE.

（1）依题意补全图形，并用等式表示线段 AD 与 BE 的数量关系；

（2）用等式表示线段 AB、AD、AE 的数量关系，并证明；

（3）取 BD 的中点 N，连接 CN，用等式表示线段 AE 与 CN 的数量关系，并证明.





（备用图）

28. 在平面直角坐标系xOy中，对于点P，O，Q给出如下定义：若$OQ<PO<PQ$且$PO\le2$，我们称点P是线段OQ的“潜力点”.已知点$O(0,0)$，$Q(1,0)$.

(1)在$P_1(0,-1)$，$P_2(0,2)$，$P_3(-1,1)$中是线段OQ的“潜力点”是______；

(2)若点P在直线$y=x$上，且为线段OQ的“潜力点”，求点P横坐标的取值范围；

(3)直线$y=-x+b$与x轴交于点M，与y轴交于点N，当线段MN上存在线段OQ的“潜力点”时，直接写出b的取值范围.