



## 数学试卷

一、选择题（每个小题 2 分，共 20 分）

1. 下列式子中，是分式的是（ ）

A.  $\frac{1}{2-n}$       B.  $\frac{x}{\pi-3}$       C.  $-\frac{y}{5}$       D.  $\frac{x}{2}+y$

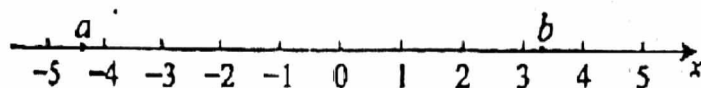
2. 若分式  $\frac{\pi(x-2)}{x}$  的值为 0，那么  $x$  的值是（ ）

A.  $x=0$       B.  $x=2$       C.  $x=-2$       D.  $x=0$  或  $-2$

3. 成人体内成熟的红细胞的平均直径一般为  $0.000007245\text{ m}$ ，可以用科学记数法表示为（ ）

A.  $7.245 \times 10^{-5}\text{ m}$       B.  $7.245 \times 10^6\text{ m}$   
C.  $0.7245 \times 10^{-4}\text{ m}$       D.  $7.245 \times 10^{-6}\text{ m}$

4. 实数  $a, b$  对应的位置如图所示，下列式子正确的是（ ）



A.  $a^2 < b^2$       B.  $a+4 < b+4$       C.  $a+5 < 0$       D.  $-2a < -2b$

5. 下列分式是最简分式的是（ ）

A.  $\frac{15b}{5a}$       B.  $\frac{4b^3}{3ab}$       C.  $\frac{-a-b}{a-b}$       D.  $\frac{2-a}{a-2}$

6. 下列运算中，结果正确的是（ ）

A.  $(a^2)^3 = a^5$       B.  $(3a)^2 = 6a^2$       C.  $a^6 + a^2 = a^3$       D.  $a^2 \cdot a^3 = a^5$

7. 下列分式中，从左到右变形错误的是（ ）

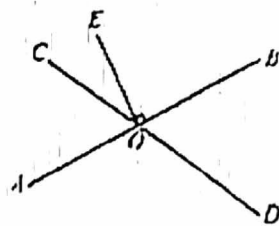
A.  $\frac{c}{4c} = \frac{1}{4}$       B.  $\frac{a^2-4}{a^2+4a+4} = \frac{a-2}{a+2}$   
C.  $\frac{1}{a-b} = -\frac{1}{b-a}$       D.  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}$

8. 如果将分式  $\frac{x}{x+y}$  中的字母  $x, y$  的值分别扩大为原来的 2 倍，那么分式的值（ ）

A. 不改变      B. 扩大为原来的 2 倍  
C. 缩小为原来的  $\frac{1}{2}$       D. 缩小为原来的  $\frac{1}{4}$



9. 如图, 直线  $AB$ ,  $CD$  相交于点  $O$ ,  $OE \perp AB$ , 垂足为点  $O$ . 若  $\angle COE = 40^\circ$ , 则  $\angle BOD$  的度数为 ( )



- A.  $140^\circ$                       B.  $60^\circ$   
C.  $50^\circ$                          D.  $40^\circ$

10. 照相机成像应用了一个重要原理, 用公式  $\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$  ( $v \neq f$ ) 表示, 其中  $f$  表示照相机镜头的焦距,  $u$  表示物体到镜头的距离,  $v$  表示胶片 (像) 到镜头的距离. 用  $f, v$  表示物体到镜头的距离  $u$ , 正确的是 ( )

- A.  $\frac{v-f}{fv}$                       B.  $\frac{fv}{v-f}$                       C.  $\frac{-v}{fv}$                       D.  $\frac{fv}{f-v}$

二、填空题: (每题 2 分, 共 20 分)

11. 分解因式:  $a^2 - 4a =$  \_\_\_\_\_

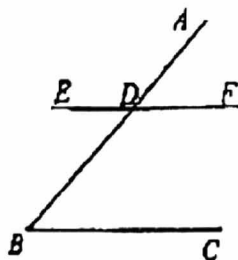
12. 若分式  $\frac{3}{x-2}$  有意义, 则  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

13. 如果  $x^2 - 10x + m$  是一个完全平方式, 那么  $m$  是 \_\_\_\_\_.

14.  $\frac{2x}{m} - \frac{3x}{m} =$  \_\_\_\_\_;  $(\frac{-2x}{3y})^3 =$  \_\_\_\_\_

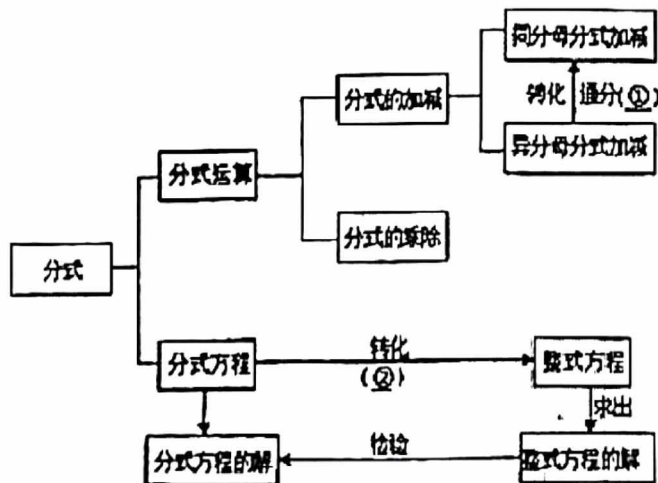
15. 分式  $\frac{a+b}{b^2-a^2}$  化简的结果为 \_\_\_\_\_

16. 若  $\frac{x+3}{x^2+1} > 0$ , 则  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.



17. 如右图, 已知  $\angle B = 45^\circ$ , 请你添加一个条件: \_\_\_\_\_, 使得  $EF \parallel BC$ .

18. 下图是小华对“分式运算与解分式方程”这部分知识的梳理:



其中, 图中 (1) “通分” 的依据是 \_\_\_\_\_, 图中 (2) “将分式方程转化为整式方程” 的具体方法是 \_\_\_\_\_.



19. 小丽周二在某面包店花 15 元买了几个面包，周六再去买时，恰好该面包店搞优惠酬宾活动，同样的面包每个比原来便宜 1 元，结果小丽比上次少花了 1 元，却比上次多买了 2 个面包，若设她周二买了  $x$  个面包，根据题意可列方程为\_\_\_\_\_。

20. 小明观看了纸牌魔术表演，非常感兴趣，并做了如下实验和探究：

将几张纸牌摆起来（从上面分别记为第 1 张，第 2 张，第 3 张……），先将第 1 张牌放到整摞牌的下面，再去掉第 2 张牌；继续将第 3 张牌放在整摞的下面，再去掉第 4 张牌……如此循环往复，最终到只留下一张纸牌为止。

例如，若将 4 张纸牌摆起来，按上述规则操作，陆续去掉第 2 张，第 4 张，第 3 张，最终留下第 1 张纸牌。

若将 8 张纸牌摆起来，按上述规则操作，最终留下的是第\_\_\_\_\_张纸牌；将  $m$  张纸牌摆起来，按上述规则操作，若最终留下的是第 1 张纸牌，则  $m = \frac{n}{\quad}$ （用含  $n$  的代数式表示，其中  $n$  为自然数）。

### 三、解答题（共 60 分）

21. (10 分) 计算：(1)  $\frac{a^2}{a-1} + \frac{1}{1-a}$

(2)  $\left(\frac{y}{-3x}\right)^2 \cdot \left(-\frac{x}{y^2}\right) + \left(-\frac{y}{x}\right)^4$

22. (10 分) 解分式方程：(1)  $\frac{1}{x} = \frac{2}{3x-1}$

(2)  $\frac{2x}{x+3} + 1 = \frac{\quad}{2x+6}$

23. (4 分) 已知  $a-b-1=0$ ，求代数式  $\frac{3(a-2b)+3b}{a^2-2ab+b^2}$  的值。



24. (5分) 学习了分式运算后, 老师布置了这样一道计算题:  $\frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x-1}$ , 下面是一位同学有错的解答过程:

$$\begin{aligned} & \frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} \\ &= \frac{2}{(x+1)(x-1)} - \frac{1}{x-1} \quad \text{①} \\ &= \frac{2}{(x+1)(x-1)} - \frac{1}{(x+1)(x-1)} \quad \text{②} \\ &= \frac{2-1}{(x+1)(x-1)} \quad \text{③} \\ &= \frac{1}{(x+1)(x-1)} \quad \text{④} \end{aligned}$$

(1) 该同学的解答过程的错误步骤是 \_\_\_\_\_; (填序号)

你认为该同学错误的原因 \_\_\_\_\_.

(2) 请写出正确解答过程.

25. (5分) 请将下面的证明过程补充完整:

如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle BCD = 40^\circ$ ,  $\angle BAD = 80^\circ$ ,  $\angle BAD$  的角平分线交  $BC$  于点  $E$ , 求证:  $AE \parallel DC$ .

证明:  $\because AE$  平分  $\angle BAD$ ,  $\angle BAD = 80^\circ$  (已知),

$$\therefore \angle DAE = \frac{1}{2} \angle BAD = 40^\circ$$

(理由: \_\_\_\_\_).

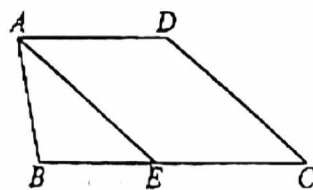
$\because AD \parallel BC$  (已知),

$$\therefore \underline{\hspace{2cm}} = \angle DAE = 40^\circ \text{ (理由: _____)}.$$

$\because \angle BCD = 40^\circ$  (已知),

$$\therefore \angle BCD = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (等量代换)}.$$

$\therefore AE \parallel DC$  (理由: \_\_\_\_\_).





26. (5分) 先化简:  $(1 - \frac{1-a}{a+1}) + \frac{a}{a^2+2a+1}$ , 再选一个适当的  $a$ , 代入求值.

27. (4分) 甲、乙两组学生去距学校 4.5 千米的敬老院打扫卫生, 甲组学生步行出发半小时后, 乙组学生骑自行车开始出发, 结果两组学生同时到达敬老院, 如果步行的速度是骑自行车的速度的  $\frac{1}{3}$ , 求步行和骑自行车的速度各是多少?

28. (5分) 已知关于  $x$  的分式方程  $\frac{1-ax}{x-2} - 2 = \frac{1}{2-x}$  的解是正数, 求  $a$  的取值范围;

29. (5分) 对于任意的  $x$  值都有  $\frac{2x-7}{x^2-1} = \frac{M}{x+1} + \frac{N}{1-x}$ , 求  $M, N$  的值



30. (7分) 定义：如果一个分式能化成一个整式与一个分子为常数的分式的和的形式，则称这个分式为“和谐分式”。如：

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1} = \frac{x-1}{x-1} + \frac{2}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1},$$

$$\frac{2x-3}{x+1} = \frac{2x+2-5}{x+1} = \frac{2x+2}{x+1} + \frac{-5}{x+1} = 2 + \frac{-5}{x+1},$$
 则  $\frac{x+1}{x-1}$  和  $\frac{2x-3}{x+1}$  都是“和谐分式”。

(1) 下列分式中，不属于“和谐分式”的是\_\_\_\_\_ (填序号)。

①  $\frac{2x+3}{x}$     ②  $\frac{3+x}{3}$     ③  $\frac{x+4}{x+3}$     ④  $\frac{y^2+5}{y^2}$

(2) 将“和谐分式” $\frac{a^2-4a-5}{a-2}$  化成一个整式与一个分子为常数的分式的和的形式。

(3) 应用：先化简  $\frac{3x+6}{x+1} - \frac{x-1}{x} + \frac{x^2-1}{x^2+2x}$ ，并求  $x$  取什么整数时，该式的值为整数。