

班级： 姓名： 考号： 总成绩

一、选择题(每题 3 分, 共 24 分)

1. 我国是一个多民族国家, 民俗文化丰富多彩. 下面是几幅具有浓厚民族特色的图案, 其中既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()



2. 一元二次方程 $3x^2 - 4x - 1 = 0$ 的二次项系数、一次项系数、常数项分别是 ()

- A. 3, -4, -1 B. 3, 4, 1
C. 3, 4, -1 D. 3, -1, 1

3. 若 $x=3$ 是关于 x 的方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 的一个根, 则 m 的值是

- A. -15 B. -3 C. 3 D. 15

4. 抛物线 $y = (x-1)^2 - 2$ 的顶点坐标是

- A. (1, 2) B. (1, -2) C. (-1, 2) D. (-1, -2)

5. 北京市公安交警部门提醒市民, 骑车出行必须严格遵守“一盔一带”的规定. 某头盔经销商统计了某品牌头盔 10 月份到 12 月份的销量, 该品牌头盔 10 月份销售 500 个, 12 月份销售 720 个, 10 月份到 12 月份销售量的月增长率相同, 求该品牌头盔销售量的月增长率. 可列方程:

- A. $500(1+x)^2 = 720$ B. $500x^2 = 720$
C. $500(1+2x) = 720$ D. $500 + 500(1+x) + 500(1+x)^2 = 720$

6. 已知 x 为矩形的一边长, 其面积为 y , 且 $y = x(4-x)$, 则自变量的取值范围是 ()

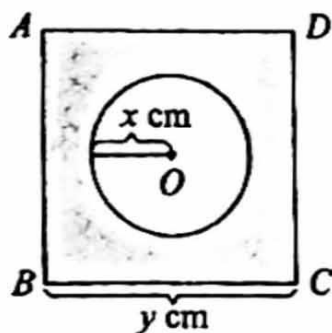
- A. $x > 0$ B. $0 < x < 4$ C. $0 \leq x \leq 4$ D. $x > 4$

7. 如图, 正方形 $ABCD$ 和 $\odot O$ 的周长之和为 a (a 为常数) cm , 设圆的半径为 $x \text{cm}$, 正方形的边长为 $y \text{cm}$, 阴影部分的面积为 $S \text{cm}^2$. 当 x 在一定范围内变化时, y 和 S 都随 x 的变化而变化, 则 y

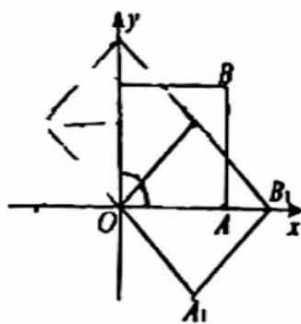


与 x , S 与 x 满足的函数关系分别是 ()

- A. 二次函数关系, 二次函数关系
 B. 二次函数关系, 一次函数关系
 C. 一次函数关系, 一次函数关系
 D. 一次函数关系, 二次函数关系



第7题



第8题

如图, 在平面直角坐标系中, 将正方形 $OABC$ 绕 O 点顺时针旋转 45° 后, 得到正方形 $OA_1B_1C_1$, 以此方式, 绕 O 点连续旋转 2023 次得到正方形 $OA_{2023}B_{2023}C_{2023}$, 如果点 C 坐标为 $(0,1)$, 那么点 B_{2023} 的坐标为 ()

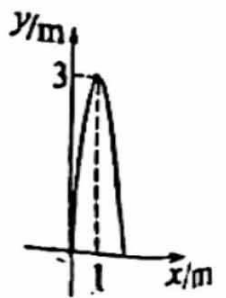
- A. $(-1,1)$ B. $(-\sqrt{2},0)$
 C. $(0,\sqrt{2})$ D. $(-1,-1)$



二、填空题 (每题 3 分, 共 24 分)

9. 把抛物线 $y = 2x^2$ 向下平移 3 个单位长度, 所得到的抛物线的解析式为_____.
10. 若一元二次方程 $x^2 + 6x - 1 = 0$ 经过配方, 变形为 $(x+3)^2 = n$ 的形式, 则 n 的值为_____.
11. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个相等的实数根, 则 m 的值为_____.
12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 A 的坐标为 $(1, 2)$, 点 B 与点 A 关于原点对称, 则点 B 的坐标为_____.
13. 已知二次函数 $y = x^2 + bx$, 当 $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而增大. 写出一个满足题意的 b 的值为_____.

14. 市中心广场有各种音乐喷泉, 其中一个喷泉管喷出的抛物线形水柱在与喷泉管的水平距离为 $\frac{1}{2}$ 处达到最高, 高度为 3, 在如图所示的平面直角坐标系中, 这个喷泉管喷出的抛物线形水柱的函数关系式是_____.



15. 阅读下面的问题: 解方程 $x^2 - |x| - 2 = 0$

解: (1) 当 $x \geq 0$ 时, 原方程化为 $x^2 - x - 2 = 0$, 解得: $x_1 = 2$, $x_2 = -1$ (不合题意, 舍去)

(2) 当 $x < 0$ 时, 原方程化为 $x^2 + x - 2 = 0$, 解得: $x_1 = -2$, $x_2 = 1$ (不合题意, 舍去)

综上所述, 原方程的根是 $x_1 = 2$, $x_2 = -2$

参照上述解题方法, 则 $x^2 - |x - 1| - 1 = 0$ 的解为_____.

16. 在关于 x 的二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 中, 自变量 x 可以取任意实数, 下表是自变量 x 与函数 y 的几组对应值:

x	...	-2	-1	0	1	2	3	4	..
y	...	-1.15	-2.45	-2.75	-2.05	-0.35	2.38	6.05	..

根据以上信息, 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两个实数根中, 其中的一个根 \leq 等于_____ (结果保留小数点后一位小数).

三、解答题 (本题共 52 分)

17. (3分) 解方程: $3x(x+1) = 2(x+1)$.



18. (3分) 解方程: $x^2 + 10x + 9 = 0$

19. (3分) 已知 m 是方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的一个根, 求 $(m-3)^2 + (m+2)(m-2)$ 的值.

20. (4分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 图象上部分点的横坐标 x , 纵坐标 y 的对应值如下表所示:

x	...	-1	0	1	2	4	...
y	...	8	3	0	-1	3	...

- (1) 求二次函数的解析式及顶点坐标;
- (2) 直接写出当 $y > 0$ 时, x 的取值范围.



21. (4分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + m + 4 = 0$ 有两个不相等的实数根.

- (1) 求 m 的取值范围;
- (2) 当 m 取满足条件的最大整数时, 求方程的根.

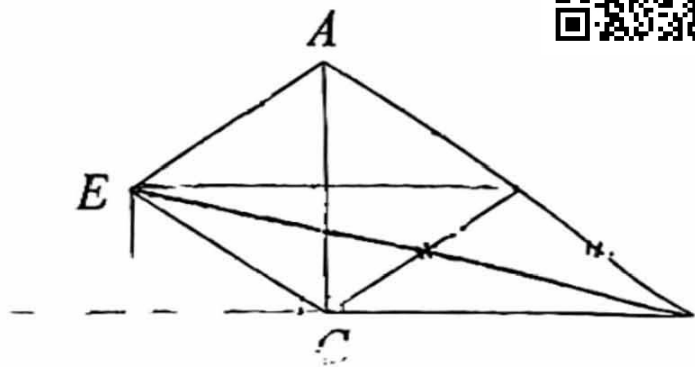
22. (4分) 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(m-1, y_1)$, $B(3, y_2)$ 是抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 - 4$ 上两点.

- (1) 将 $y = x^2 - 2mx + m^2 - 4$ 写成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式;
- (2) 若 $m = 0$, 比较 y_1 , y_2 的大小, 并说明理由.

23. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 为边 AB 上的中线, 点 E 与点 D 关于直线 AC 对称, 连接 AE , CE .

(1) 求证: 四边形 $AECD$ 是菱形;

(2) 连接 BE , 若 $\angle ABC = 30^\circ$, $AC = 2$, 求 BE 的长.



24. (5分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = x^2 + bx$ 的图象过点 $A(3, 3)$.

(1) 求该二次函数的解析式;

(2) 当 $0 < x < 3$ 时, 对于 x 的每一个值, 都有 $kx > x^2 + bx$, 直接写出 k 的取值范围.

AC

25. (6分) 食用果蔬前, 适当浸泡可降低农药的残留. 某小组针对同种果蔬研究了不同浸泡方式对某种农药去除率的影响.

方式一: 采用清水浸泡. 记浸泡时间为 t 分钟, 农药的去除率为 $y_1\%$, 部分实验数据记录如下:

t (分)	5	8	10	12	15	20
y_1 (%)	30	50	57	52	37	33

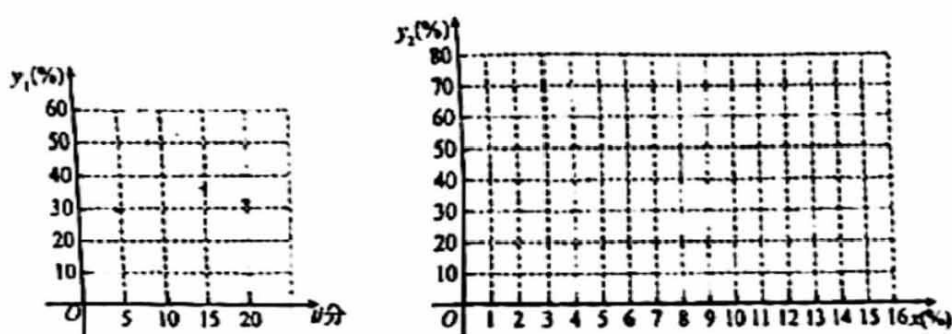
方式二: 采用不同浓度的食用碱溶液浸泡相同时间.

x (%)	2	5	7	10	12	15
y_2 (%)	43	52	57	76	57	25

记食用碱溶液的浓度为 $x\%$, 农药的去除率为 $y_2\%$, 部分实验数据记录如下:

结合实验数据和结果, 解决下列问题:

(1) 通过分析以上实验数据, 发现可以用函数刻画方式一中农药的去除率 $y_1\%$ 与浸泡时间 t (分)之间的关系, 方式二中农药的去除率 $y_2\%$ 与食用碱溶液的浓度 $x(\%)$ 之间的关系, 请分别在下面的平面直角坐标系中画出这两个函数的图象:



(2) 利用方式一的函数关系可以推断, 降低该种农药残留的最佳浸泡时间约为 _____ 分钟.

(3) 方式一和方式二的函数关系可以推断, 用食用碱溶液浸泡含该种农药的这种果蔬时, 要想不低于清水浸泡的最大去除率, 食用碱溶液的浓度 $x\%$ 中, x 的取值范围可以是 _____.

26. (4分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $(m+2, y_1)$, $(6, y_2)$ 为抛物线 $y = x^2 - 2mx + n$ 上两个不同的点.

(1) 求抛物线的对称轴 (用含 m 的式子表示);

(2) 若 $y_1 < n < y_2$, 求 m 的取值范围.



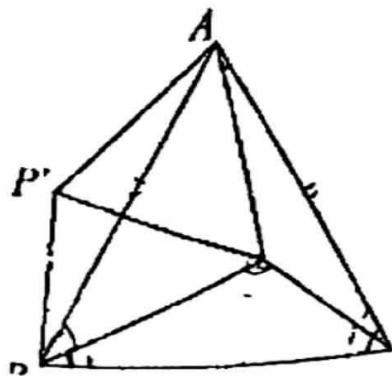
27. (6分) 如图, 在等边三角形 ABC 中, 点 P 为 $\triangle ABC$ 内一点, 连接 AP , BP , CP , 将线段 AP 绕点 A 顺时针旋转 60° 得到 AP' , 连接 PP' , BP' .

(1) 用等式表示 BP' 与 CP 的数量关系, 并证明;

(2) 当 $\angle BPC = 120^\circ$ 时,

①直接写出 $\angle P'BP$ 的度数为_____;

②若 M 为 BC 的中点, 连接 PM , 请用等式表示 PM 与 AP 的数量关系, 并证明.



28. (6分) 对某一个函数给出如下定义: 如果存在实数 M , 对于任意的函数值 y , 都满足 $y \leq M$, 那么称这个函数是有上界函数. 在所有满足条件的 M 中, 其最小值称为这个函数的上确界.

例如, 图中的函数 $y = -(x-3)^2 + 2$ 是有上界函数, 其上确界是 2.

(1) 函数① $y = x^2 + 2x + 1$ 和② $y = 2x - 3 (x \leq 2)$ 中是有上界函数的为_____ (只填序号即可), 其上确界为_____;

(2) 如果函数 $y = -x + 2 (a \leq x \leq b, b > a)$ 的上确界是 b , 且这个函数的最小值不超过 $2a + 1$, 求 a 的取值范围;

(3) 如果函数 $y = x^2 - 2ax + 2 (-a \leq x \leq -a + 1)$ 是以 3 为上确界的有上界函数, 求实数 a 的值.

