

初三第一次学业水平调研 数学

(时长 : 120 分钟 总分值 : 100 分)

一、选择题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

1. 风力发电机可以在风力作用下发电. 如图的转子叶片图案绕中心 O 旋转 n° 后能与原来的图案重合, 那么 n 的值可能是 ()



- A. 120 B. 90 C. 60 D. 45

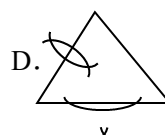
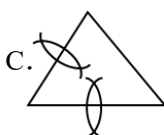
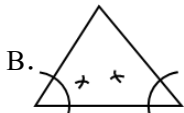
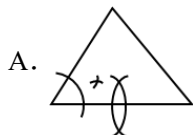
2. 用配方法解方程 $x^2+4x=1$, 变形后结果正确的是 ()

- A. $(x+2)^2=5$ B. $(x+2)^2=2$ C. $(x-2)^2=5$ D. $(x-2)^2=24$

3. 将抛物线 $y=x^2$ 向右平移 3 个单位, 再向上平移 1 个单位得到的解析式是 ()

- A. $y=(x-3)^2-1$ B. $y=(x+3)^2-1$ C. $y=(x-3)^2+1$ D. $y=(x+3)^2+1$

4. 根据圆规作图的痕迹, 可用直尺成功找到三角形内心的是()

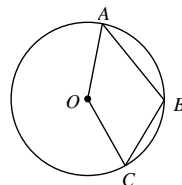


5. 同时抛掷两枚质地均匀的硬币, 则一枚硬币正面向上、一枚硬币反面向上的概率是()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

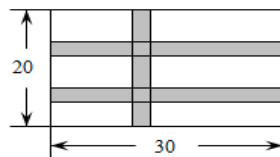
6. 如图, 点 A 、 B 、 C 都在 $\odot O$ 上, 若 $\angle AOC=150^\circ$, 则 $\angle ABC$ 的度数 ()

- A. 30° B. 150° C. 105° D. 110°



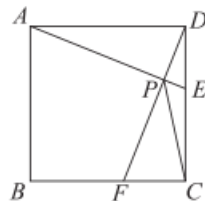
7. 如图, 在一块长 30m, 宽 20m 的矩形苗圃基地上修建两横一纵三条等宽的道路, 剩余空地种植花苗, 设道路的宽为 x m, 若种植花苗的面积为 522 m^2 , 依题意列方程 ()

- A. $20x+30 \times 2x=600-522$ B. $20x+30 \times 2x-x^2=600-522$
 C. $(20-2x)(30-x)=522$ D. $(20-x)(30-2x)=522$



8. 如图, 在边长为2的正方形 $ABCD$ 中, E, F 分别是边 DC, CB 上的动点, 且始终满足 $DE=CF$, AE, DF 交于点 P . 连接 CP , 线段 CP 长的最小值为()

- A. $\sqrt{3}-1$ B. $\sqrt{3}+1$ C. $\sqrt{5}-1$ D. $\sqrt{5}+1$



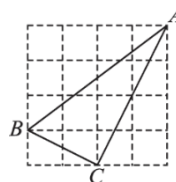
二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 请写出一个开口向上, 经过点 $(0, 4)$ 的抛物线的解析式_____.

10. 平面直角坐标系中, 若点 $A(3, -1)$, 则点 A 关于原点中心对称的点的坐标是_____.

11. 半径为 4 的圆中, 圆心角为 60° 的扇形面积为_____.

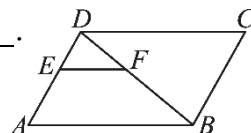
12. 在 4×4 的正方形网格图中, 小正方形的顶点称为格点, $\triangle ABC$ 的顶点都在格点上, 则 $\angle BAC$ 的正弦值是_____.



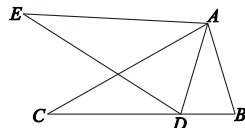
13. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x + m - 2 = 0$, 有一个根是 0, 则 $m =$ _____.

14. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E, F 分别在边 AD, BD 上, $EF \parallel AB$,

$DE:EA = 2:3, EF = 4$, 则 CD 的长为_____.



15. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) 得到 $\triangle ADE$, 点 B 的对应点 D 恰好落在边 BC 上, 则 $\angle ADE =$ _____ . (用含 α 的式子表示)



16. 某校今年“ π 节”策划了五个活动, 规则见下图:

小云参与了所有活动.

(1) 若小云只挑战成功一个, 则挑战成功的活动名称为_____;

(2) 若小云共挑战成功两个, 且她参与的第四个活动成功, 则小云最终剩下的“ π 币”数量的所有可能取值为_____.

“ π 节”活动规则

- 活动前每人先发放一枚“ π 币”
- 每参与一个活动消耗一枚“ π 币”
- 没有“ π 币”不能参与活动
- 每个活动至多参与一次
- 挑战成功, 按右表发放奖励
- 挑战失败, 谢谢参与

活动名称	奖励的“ π 币”数量 / 枚
24点	2
数独	2
华容道	3
魔方	3
鲁班锁	4

三、解答题(本题共 68 分, 17-22 题每小题 5 分, 23-26 题每题 6 分, 27、28 题每题 7 分)

17. 解一元二次方程: $x^2 - 5x = 6$

18. 下面是“过圆外一点作圆的切线”的尺规作图过程.

已知: 如图 1, $\odot O$ 和 $\odot O$ 外一点 P .

求作: 过点 P 的 $\odot O$ 的切线.

作法: 如图 2,

(1) 连结 OP , 作线段 OP 的中点 M ;

图 1

(2) 以 M 为圆心, MP 的长为半径作圆, 交 $\odot O$ 于点 A, B ;

(3) 作直线 PA 和 PB .

直线 PA, PB 即为所求作 $\odot O$ 的切线.

请在图 2 中补全图形, 并完成下面的证明.

证明: 连接 OA

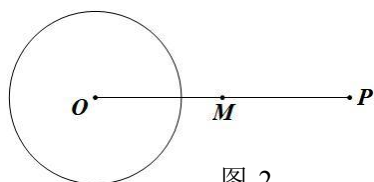


图 2

由作法可知, OP 为 $\odot M$ 的直径,

$\therefore \angle OAP = 90^\circ$ (_____) (填推理的依据)

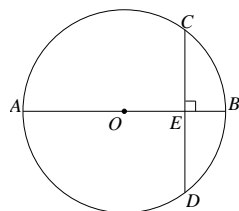
$\therefore OA \perp PA$

\therefore 点 A 在 $\odot O$ 上

\therefore 直线 PA 是圆的切线 (_____) (填推理的依据)

同理, 直线 PB 也是圆的切线.

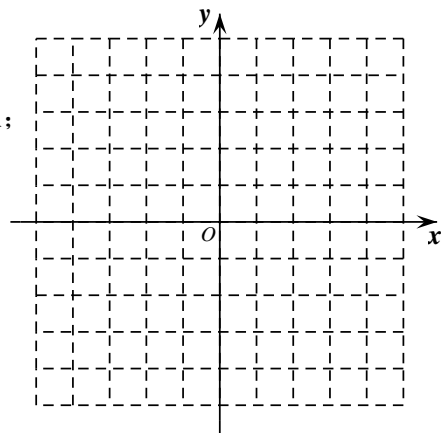
19. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , 若 $CD=8$, $EB=2$, 求半径的长.



20. 已知二次函数 $y = -x^2 + 2x + 3$.

(1) 补全表格, 并在平面直角坐标系中用描点法画出该函数图象:

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	0			3		...



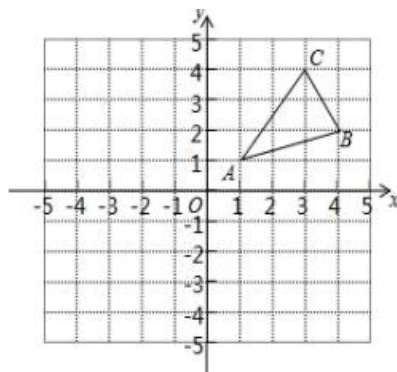
(2) 根据图象回答: $y > 0$ 时, x 的取值范围是 _____;

(3) 根据图象回答: 当 $-1 < x < 2$ 时, y 的取值范围是 _____.

21. 如图, $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(1,1), B(4,2), C(3,4)$.

(1) 请在图中作出 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针方向旋转 90° 后得到的图形 $\triangle AB_1C_1$;

(2) 求点 C 运动到点 C_1 所经过的路径的长 (结果保留 π).



22. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx + 2m - 4 = 0$.

(1) 求证: 方程总有两个实数根;

(2) 若方程有一个根小于 1, 求 m 的取值范围.



23. 某学校举办航天知识讲座, 需要两名引导员, 决定从 A, B, C, D 四名志愿者中, 通过抽签的方式确定两人. 抽签规则: 将四名志愿者的名字分别写在四张完全相同且不透明卡片的正面, 把四张卡片背面朝上, 洗匀后放在桌面上, 先从中随机抽取一张卡片, 记下名字, 再从剩余的三张卡片中随机抽取第二张, 记下名字.

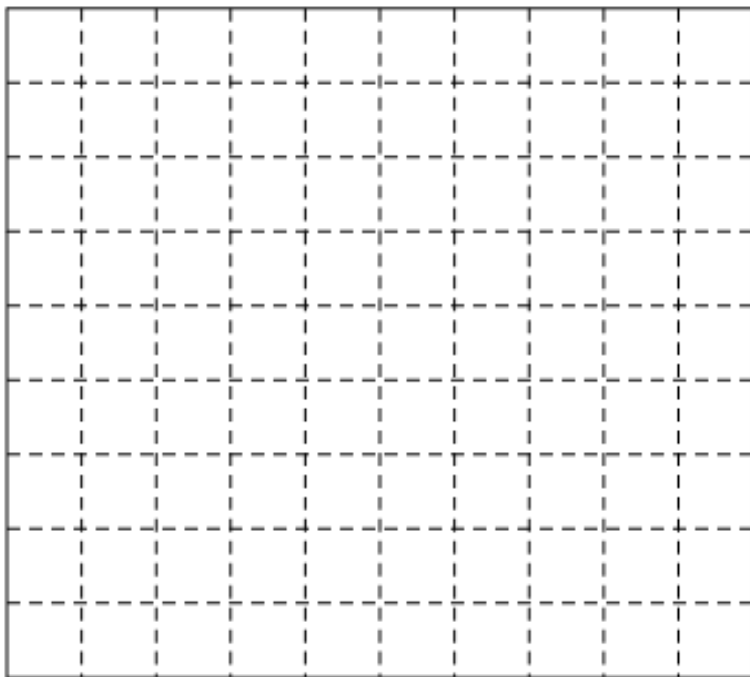
(1) “ A 志愿者被选中”是_____事件 (填“随机”或“不可能”或“必然”);

(2) 用画树状图或列表的方法求出 A, B 两名志愿者同时被选中的概率.

24.某公园在在垂直于湖面的立柱上安装了一个多孔喷头，从喷头每个孔喷出的水柱形状相同，可以看作是抛物线的一部分，当喷头向四周同时喷水时，形成一个环状喷泉．安装通过测量其中一条水柱，获得如下数据，在距立柱水平距离为 d 米的地点，水柱距离湖面高度为 h 米．请解决以下问题：

d (米)	0	1.0	3.0	5.0	7.0
h (米)	3.2	4.2	5.0	4.2	1.8

(1) 在网格中建立适当的平面直角坐标系，根据已知数据描点,并用平滑的曲线连接；



(2) 结合表中所给数据或所画图象，直接写出这条水柱最高点距离湖面的高度_____；

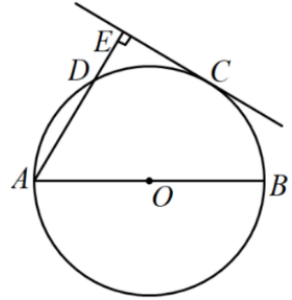
(3) 求所画图象对应的函数表达式；

(4) 从安全的角度考虑，需要在这组喷泉外围设立一圈正方形护栏，这个喷泉的任何一条水柱在湖面上的落点到护栏的距离不能小于 1 米，请通过计算说明公园至少需要准备多少米的护栏（不考虑接头等其他因素）。

25. 如图, 已知 AB 为 $\odot O$ 的直径, D 是 $\odot O$ 上的一点, 且点 C 是弧 DB 的中点, 过点 C 作 $CE \perp$ 直线 AD 于点 E .

(1) 求证: 直线 CE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 AC , 过点 O 作 $OF \perp AC$ 于 F , 延长 FO 交 $\odot O$ 于 M , 若 B 为弧 CM 的中点, 半径为 4, 求 OF 的长.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y=ax^2+bx-3(a<0)$.

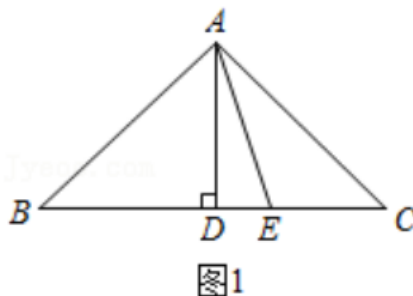
(1) 若抛物线过点 $(4, -3)$, 求该抛物线的对称轴;

(2) 若 $A(-4, y_1)$, $B(-2, y_2)$, $C(-1, y_3)$ 在抛物线上, 且满足 $y_3 < y_1 < y_2$, 当抛物线对称轴为直线 $x=t$ 时, 求 t 的取值范围.



27. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle BAC=90^\circ$ ，过点 A 作 BC 的垂线 AD ，垂足为 D ， E 为线段 DC 上一动点(不与点 C 重合)，连接 AE ，以点 A 为中心，将线段 AE 逆时针旋转 90° 得到线段 AF ，连接 BF ，与直线 AD 交于点 G 。

- (1) 依题意补全图形；并直接写出 BC 与 CF 的位置关系；
- (2) 求证：点 G 为 BF 的中点。
- (3) 写出 AE ， BE ， AG 之间的数量关系，并证明。



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 A 和 B , 对于点 P 定义如下: 以点 A 为对称中心作点 P 的对称点, 再将对称点绕点 B 逆时针旋转 90° , 得到点 Q , 称点 Q 为点 P 的反转点.

(1) 如图, 点 $A(1, 1)$, $B(3, 0)$, 点 $P(0, b)$, 点 Q 为点 P 的反转点.

①当 $b=0$ 时, 在图中画出点 Q , 并写出点 Q 的坐标为_____;

②当 $-1 \leq b \leq 2$ 时, 求线段 AQ 长的取值范围;

(2) 已知 $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{3}$, 点 A 是 $\odot O$ 上一点, 点 B 和 P 是 $\odot O$ 外两个点, 点 Q 为点 P 的反转点. 若点 P 在第一象限内, 点 B 在第四象限内, 当点 A 在 $\odot O$ 上运动时, 直接写出线段 PQ 长的最大值和最小值的差.

