

初三第一次学业水平调研 数学

( 时长 : 120 分钟 总分值 : 100 分 )

一、选择题(本题共 16 分, 每小题 2 分)

1. 风力发电机可以在风力作用下发电. 如图的转子叶片图案绕中心  $O$  旋转  $n^\circ$  后能与原来的图案重合, 那么  $n$  的值可能是 ( )



- A. 120                      B. 90                      C. 60                      D. 45

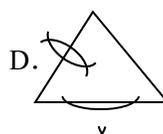
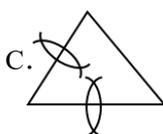
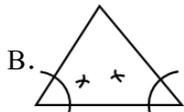
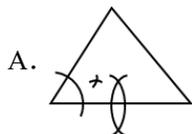
2. 用配方法解方程  $x^2+4x=1$ , 变形后结果正确的是 ( )

- A.  $(x+2)^2=5$       B.  $(x+2)^2=2$       C.  $(x-2)^2=5$       D.  $(x-2)^2=24$

3. 将抛物线  $y=x^2$  向右平移 3 个单位, 再向上平移 1 个单位得到的解析式是 ( )

- A.  $y=(x-3)^2-1$       B.  $y=(x+3)^2-1$       C.  $y=(x-3)^2+1$       D.  $y=(x+3)^2+1$

4. 根据圆规作图的痕迹, 可用直尺成功找到三角形内心的是( )

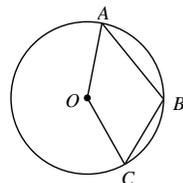


5. 同时抛掷两枚质地均匀的硬币, 则一枚硬币正面向上、一枚硬币反面向上的概率是( )

- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{2}{3}$

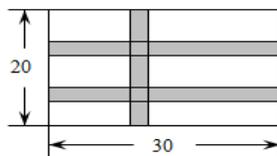
6. 如图, 点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  都在  $\odot O$  上, 若  $\angle AOC=150^\circ$ , 则  $\angle ABC$  的度数 ( )

- A.  $30^\circ$                       B.  $150^\circ$                       C.  $105^\circ$                       D.  $110^\circ$



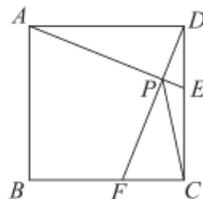
7. 如图, 在一块长 30m, 宽 20m 的矩形苗圃基地上修建两横一纵三条等宽的道路, 剩余空地种植花苗, 设道路的宽为  $x$  m, 若种植花苗的面积为  $522 \text{ m}^2$ , 依题意列方程 ( )

- A.  $20x+30 \times 2x=600-522$       B.  $20x+30 \times 2x-x^2=600-522$   
 C.  $(20-2x)(30-x)=522$       D.  $(20-x)(30-2x)=522$



8. 如图, 在边长为2的正方形  $ABCD$  中,  $E, F$  分别是边  $DC, CB$  上的动点, 且始终满足  $DE=CF$ ,  $AE, DF$  交于点  $P$ . 连接  $CP$ , 线段  $CP$  长的最小值为( )

- A.  $\sqrt{3}-1$       B.  $\sqrt{3}+1$       C.  $\sqrt{5}-1$       D.  $\sqrt{5}+1$



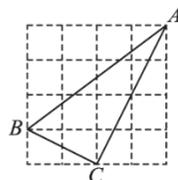
**二、填空题(本题共 16 分, 每小题 2 分)**

9. 请写出一个开口向上, 经过点  $(0, 4)$  的抛物线的解析式\_\_\_\_\_.

10. 平面直角坐标系中, 若点  $A(3, -1)$ , 则点  $A$  关于原点中心对称的点的坐标是\_\_\_\_\_.

11. 半径为 4 的圆中, 圆心角为  $60^\circ$  的扇形面积为\_\_\_\_\_.

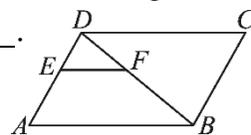
12. 在  $4 \times 4$  的正方形网格图中, 小正方形的顶点称为格点,  $\triangle ABC$  的顶点都在格点上, 则  $\angle BAC$  的正弦值是\_\_\_\_\_.



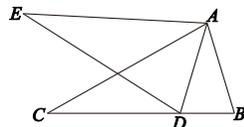
13. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - x + m - 2 = 0$ , 有一个根是 0, 则  $m =$ \_\_\_\_\_.

14. 如图, 在  $\square ABCD$  中, 点  $E, F$  分别在边  $AD, BD$  上,  $EF \parallel AB$ ,

$DE:EA = 2:3, EF = 4$ , 则  $CD$  的长为\_\_\_\_\_.



15. 如图, 将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  顺时针旋转  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ) 得到  $\triangle ADE$ , 点  $B$  的对应点  $D$  恰好落在边  $BC$  上, 则  $\angle ADE =$ \_\_\_\_\_ . (用含  $\alpha$  的式子表示)



16. 某校今年“ $\pi$ 节”策划了五个活动, 规则见下图:

小云参与了所有活动.

(1) 若小云只挑战成功一个, 则挑战成功的活动名称为\_\_\_\_\_;

(2) 若小云共挑战成功两个, 且她参与的第四个活动成功, 则小云最终剩下的“ $\pi$ 币”数量的所有可能取值为\_\_\_\_\_.

“ $\pi$ 节”活动规则

- 活动前每人先发放一枚“ $\pi$ 币”
- 每参与一个活动消耗一枚“ $\pi$ 币”
- 没有“ $\pi$ 币”不能参与活动
- 每个活动至多参与一次
- 挑战成功, 按右表发放奖励
- 挑战失败, 谢谢参与

活动名称	奖励的“ $\pi$ 币”数量 / 枚
24点	2
数独	2
华容道	3
魔方	3
鲁班锁	4

**三、解答题(本题共 68 分, 17-22 题每小题 5 分, 23-26 题每题 6 分, 27、28 题每题 7 分)**

17. 解一元二次方程:  $x^2 - 5x = 6$

18. 下面是“过圆外一点作圆的切线”的尺规作图过程.

已知: 如图 1,  $\odot O$  和  $\odot O$  外一点  $P$ .

求作: 过点  $P$  的  $\odot O$  的切线.

作法: 如图 2,

(1) 连结  $OP$ , 作线段  $OP$  的中点  $M$ ;

图 1

(2) 以  $M$  为圆心,  $MP$  的长为半径作圆, 交  $\odot O$  于点  $A, B$ ;

(3) 作直线  $PA$  和  $PB$ .

直线  $PA, PB$  即为所求作  $\odot O$  的切线.

请在图 2 中补全图形, 并完成下面的证明.

证明: 连接  $OA$

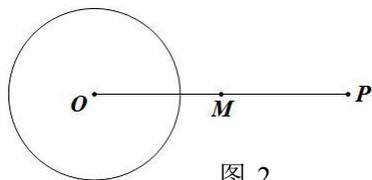


图 2

由作法可知,  $OP$  为  $\odot M$  的直径,

$\therefore \angle OAP = 90^\circ$  ( \_\_\_\_\_ ) (填推理的依据)

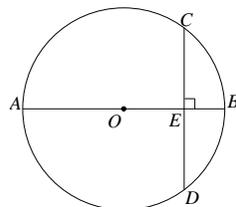
$\therefore OA \perp PA$

$\therefore$  点  $A$  在  $\odot O$  上

$\therefore$  直线  $PA$  是圆的切线 ( \_\_\_\_\_ ) (填推理的依据)

同理, 直线  $PB$  也是圆的切线.

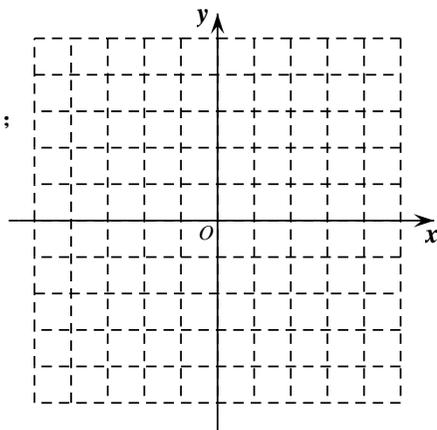
19. 如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径, 弦  $CD \perp AB$  于点  $E$ , 若  $CD=8$ ,  $EB=2$ , 求半径的长.



20. 已知二次函数  $y = -x^2 + 2x + 3$ .

(1) 补全表格, 并在平面直角坐标系中用描点法画出该函数图象:

$x$	...	-1	0	1	2	3	...
$y$	...	0			3		...



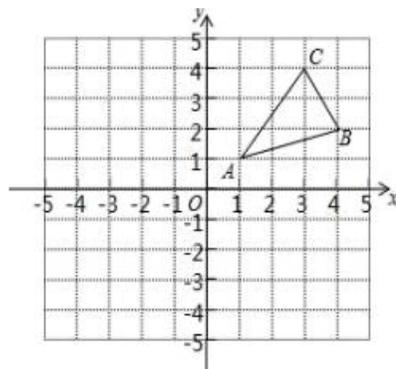
(2) 根据图象回答:  $y > 0$  时,  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_;

(3) 根据图象回答: 当  $-1 < x < 2$  时,  $y$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

21. 如图,  $\triangle ABC$  三个顶点的坐标分别为  $A(1,1), B(4,2), C(3,4)$ .

(1) 请在图中作出  $\triangle ABC$  绕点  $A$  逆时针方向旋转  $90^\circ$  后得到的图形  $\triangle AB_1C_1$ ;

(2) 求点  $C$  运动到点  $C_1$  所经过的路径的长 (结果保留  $\pi$ ).



22. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - mx + 2m - 4 = 0$ .

(1) 求证: 方程总有两个实数根;

(2) 若方程有一个根小于 1, 求  $m$  的取值范围.



23. 某学校举办航天知识讲座, 需要两名引导员, 决定从  $A, B, C, D$  四名志愿者中, 通过抽签的方式确定两人. 抽签规则: 将四名志愿者的名字分别写在四张完全相同且不透明卡片的正面, 把四张卡片背面朝上, 洗匀后放在桌面上, 先从中随机抽取一张卡片, 记下名字, 再从剩余的三张卡片中随机抽取第二张, 记下名字.

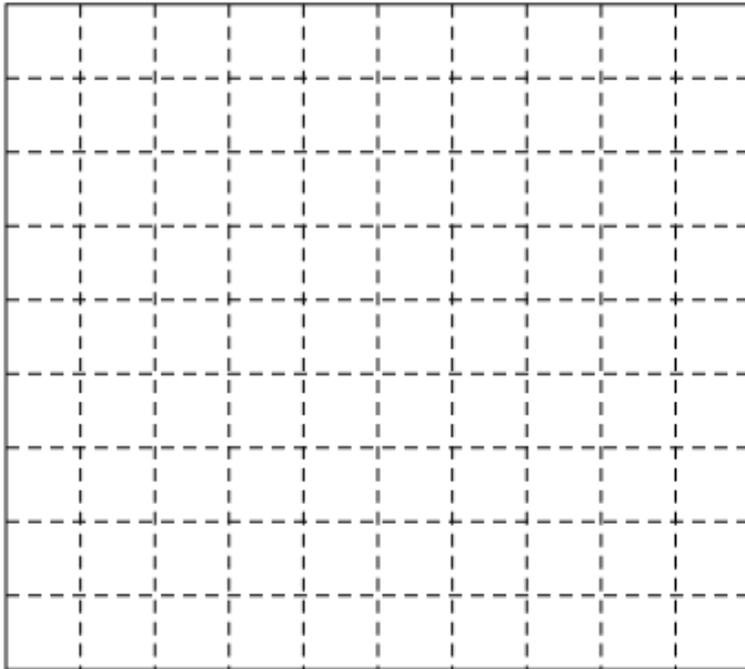
(1) “ $A$  志愿者被选中”是\_\_\_\_\_ 事件 (填“随机”或“不可能”或“必然”);

(2) 用画树状图或列表的方法求出  $A, B$  两名志愿者同时被选中的概率.

24.某公园在垂直于湖面的立柱上安装了一个多孔喷头，从喷头每个孔喷出的水柱形状相同，可以看作是抛物线的一部分，当喷头向四周同时喷水时，形成一个环状喷泉．安装通过测量其中一条水柱，获得如下数据，在距立柱水平距离为  $d$  米的地点，水柱距离湖面高度为  $h$  米．请解决以下问题：

$d$ (米)	0	1.0	3.0	5.0	7.0
$h$ (米)	3.2	4.2	5.0	4.2	1.8

(1) 在网格中建立适当的平面直角坐标系，根据已知数据描点,并用平滑的曲线连接；



(2) 结合表中所给数据或所画图象，直接写出这条水柱最高点距离湖面的高度\_\_\_\_\_；

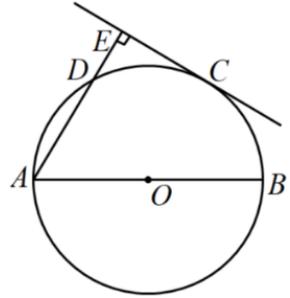
(3) 求所画图象对应的函数表达式；

(4) 从安全的角度考虑，需要在这组喷泉外围设立一圈正方形护栏，这个喷泉的任何一条水柱在湖面上的落点到护栏的距离不能小于 1 米，请通过计算说明公园至少需要准备多少米的护栏（不考虑接头等其他因素）。

25. 如图, 已知  $AB$  为  $\odot O$  的直径,  $D$  是  $\odot O$  上的一点, 且点  $C$  是弧  $DB$  的中点, 过点  $C$  作  $CE \perp$  直线  $AD$  于点  $E$ .

(1) 求证: 直线  $CE$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 连接  $AC$ , 过点  $O$  作  $OF \perp AC$  于  $F$ , 延长  $FO$  交  $\odot O$  于  $M$ , 若  $B$  为弧  $CM$  的中点, 半径为 4, 求  $OF$  的长.



26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知抛物线  $y=ax^2+bx-3(a<0)$ .

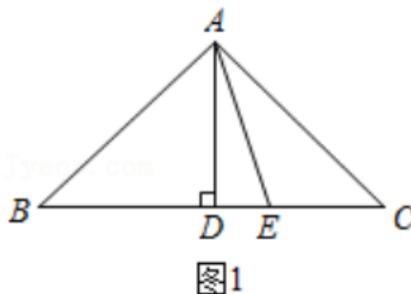
(1) 若抛物线过点  $(4, -3)$ , 求该抛物线的对称轴;

(2) 若  $A(-4, y_1)$ ,  $B(-2, y_2)$ ,  $C(-1, y_3)$  在抛物线上, 且满足  $y_3 < y_1 < y_2$ , 当抛物线对称轴为直线  $x=t$  时, 求  $t$  的取值范围.



27. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle BAC=90^\circ$ ，过点 $A$ 作 $BC$ 的垂线 $AD$ ，垂足为 $D$ ， $E$ 为线段 $DC$ 上一动点(不与点 $C$ 重合)，连接 $AE$ ，以点 $A$ 为中心，将线段 $AE$ 逆时针旋转 $90^\circ$ 得到线段 $AF$ ，连接 $BF$ ，与直线 $AD$ 交于点 $G$ 。

- (1) 依题意补全图形；并直接写出 $BC$ 与 $CF$ 的位置关系；
- (2) 求证：点 $G$ 为 $BF$ 的中点。
- (3) 写出 $AE$ ， $BE$ ， $AG$ 之间的数量关系，并证明。



28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知点  $A$  和  $B$ , 对于点  $P$  定义如下: 以点  $A$  为对称中心作点  $P$  的对称点, 再将对称点绕点  $B$  逆时针旋转  $90^\circ$ , 得到点  $Q$ , 称点  $Q$  为点  $P$  的反转点.

(1) 如图, 点  $A(1, 1)$ ,  $B(3, 0)$ , 点  $P(0, b)$ , 点  $Q$  为点  $P$  的反转点.

①当  $b=0$  时, 在图中画出点  $Q$ , 并写出点  $Q$  的坐标为\_\_\_\_\_;

②当  $-1 \leq b \leq 2$  时, 求线段  $AQ$  长的取值范围;

(2) 已知  $\odot O$  的半径为  $\sqrt{3}$ , 点  $A$  是  $\odot O$  上一点, 点  $B$  和  $P$  是  $\odot O$  外两个点, 点  $Q$  为点  $P$  的反转点. 若点  $P$  在第一象限内, 点  $B$  在第四象限内, 当点  $A$  在  $\odot O$  上运动时, 直接写出线段  $PQ$  长的最大值和最小值的差.

