



# 人大附中朝阳学校初三年级国庆作业验收

(数学 学科)

(考试时间: 120 分钟)

满分: 100 分)

## 一、选择题 (共 16 分, 每题 2 分)

第 1-8 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个.

1. 若关于  $x$  的方程  $(m-1)x^2 + mx - 1 = 0$  是一元二次方程, 则  $m$  的取值范围是

- A.  $m \neq 1$       B.  $m = 1$       C.  $m \geq 1$       D.  $m \neq 0$

2. 抛物线  $y = (x-2)^2 + 2$  的顶点坐标是

- A.  $(-2, 2)$       B.  $(2, -2)$       C.  $(2, 2)$       D.  $(-2, -2)$

3. 抛物线  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}$  的对称轴是

- A.  $x=3$       B.  $x=-3$       C.  $x=6$       D.  $x = -\frac{5}{2}$

4. 用配方法解方程  $x^2 + 8x + 9 = 0$ , 变形后的结果正确的是

- A.  $(x+4)^2 = -7$       B.  $(x+4)^2 = -9$       C.  $(x+4)^2 = 7$       D.  $(x+4)^2 = 25$

5. 要得到抛物线  $y = 2(x-4)^2 - 1$ , 可以将抛物线  $y = 2x^2$

- A. 向左平移 4 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度  
B. 向左平移 4 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度  
C. 向右平移 4 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度  
D. 向右平移 4 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度

6. 已知方程  $2x^2 + 4x - 3 = 0$  的两根分别为  $x_1$  和  $x_2$ , 则  $x_1 + x_2$  的值等于

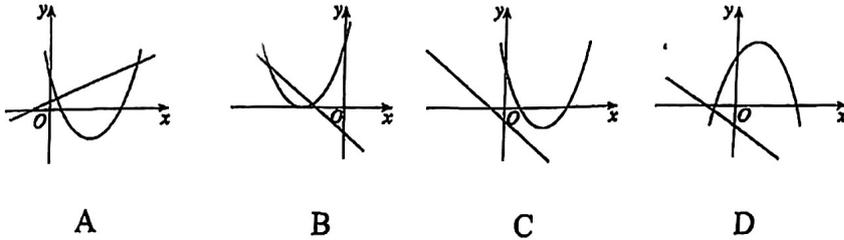
- A. 2      B. -2      C.  $\frac{3}{2}$       D.  $-\frac{3}{2}$

考号:

姓名:

班级:

7. 如图, 函数  $y = ax^2 - 2x + 1$  和  $y = ax + a$  ( $a$  是常数, 且  $a \neq 0$ ) 在同一平面直角坐标系中的图象可能是



8. 如图 1, 在菱形  $ABCD$  中,  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $AB = 2$ ,  $E$  是  $DC$  边上一个动点,  $F$  是  $AB$  边上一点,  $\angle AEF = 30^\circ$ . 设  $DE = x$ , 图中某条线段长为  $y$ ,  $y$  与  $x$  满足的函数关系的图象大致如图 2 所示, 则这条线段可能是图中的 ( )

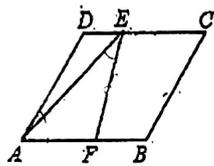


图1

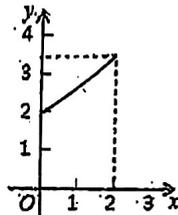


图2

- A. 线段  $EC$       B. 线段  $AE$       C. 线段  $EF$       D. 线段  $BF$

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

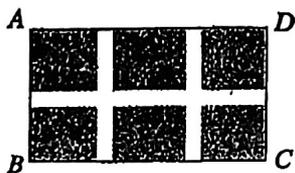
9. 方程  $x^2 = 2x$  的根是  $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 已知  $a$  是方程  $3x^2 + 6x - 1 = 0$  的一个根, 则  $a^2 + 2a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

11. 请写出一个当  $x > 0$  时,  $y$  随  $x$  增大而增大的函数的表达式  $\underline{\hspace{4cm}}$ .

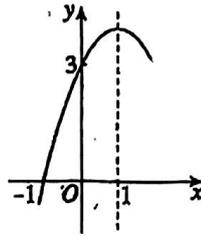
12. 已知  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  是函数  $y = -2x^2$  图象上的两点, 如果  $x_1 < x_2 < 0$ , 那么  $y_1, y_2$  的大小关系是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

13. 如图所示, 某小区规划在一个长 16 m, 宽 9 m 的矩形场地  $ABCD$  上, 修建同样宽的小路, 使其中两条与  $AB$  平行, 另一条与  $AD$  平行, 其余部分种草. 如果使草坪部分的总面积为  $112 \text{ m}^2$ , 设小路的宽为  $x \text{ cm}$ , 那么  $x$  满足的方程是  $\underline{\hspace{4cm}}$ .



14. 菱形  $ABCD$  的一条对角线长为 6, 边  $AB$  的长是方程  $x^2 - 7x + 12 = 0$  的一个根, 则菱形  $ABCD$  的周长为\_\_\_\_\_.

15. 抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的部分图象如图所示, 则当  $y > 3$  时,  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



16. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的图象如图所示, 则下列结论中正确的是\_\_\_\_\_.

①  $ac > 0$ ;

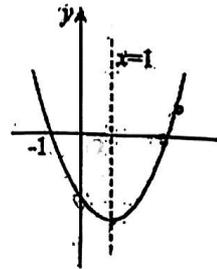
② 当  $x > 1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小;

③  $b - 2a = 0$ ;

④  $x = 3$  是关于  $x$  的方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  的一个根;

⑤ 若  $A(0, m)$ ,  $B(2.5, n)$ ,  $C(3, t)$  均在二次函数的图象上, 则  $m > n > t$ ;

⑥ 若抛物线与  $y$  轴的交点在  $(0, -3)$  与  $(0, -2)$  之间 (包含边界), 则系数  $a$  的取值范围是  $\frac{2}{3} \leq a \leq 1$ .



三、解答题 (共 68 分, ) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. (8 分) 解下列一元二次方程:

(1)  $x^2 - 4x - 1 = 0$

(2)  $(x+1)^2 - 25 = 0$

18. (5 分) 解不等式组  $\begin{cases} 2+x > 7-4x, \\ x < \frac{4+x}{2}. \end{cases}$  并将解集表示在数轴上.

19. (5分) 已知  $x+2y-1=0$ , 求代数式  $\frac{2x+4y}{x^2+4xy+4y^2}$  的值.

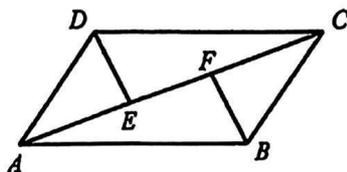


20. (5分) 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+(k+1)x+k=0$ .

- (1) 求证: 方程总有两个实数根;
- (2) 若该方程有一个根是正数, 求  $k$  的取值范围.

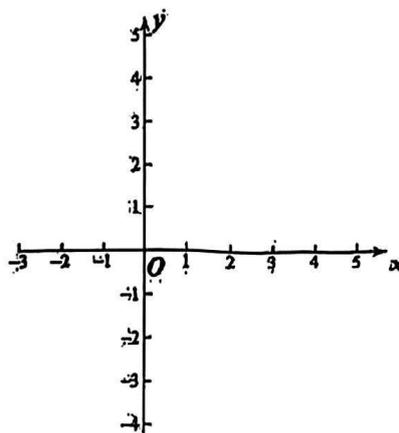
21. (5分) 已知: 如图,  $E, F$  是平行四边形  $ABCD$  的对角线  $AC$  上的两点,  $AF=CE$ .

求证:  $BF=DE$ .



22. (5分) 已知抛物线  $y = x^2 - 4x + 3$ .

- (1) 在平面直角坐标系中画出这条抛物线;
- (2) 当  $x$  取什么值时,  $y > 0$ ;
- (3) 当  $x$  取什么值时,  $y$  随  $x$  的增大而减小?



23. (5分) 二次函数  $y = ax^2 + bx - 3$  中的  $x, y$  满足下表:

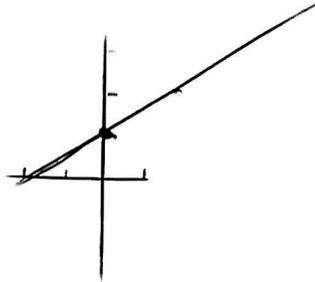
$x$	...	-1	0	1	2	3	...
$y$	...	0	-3	-4	-3	$m$	...

- (1) 求这个二次函数的解析式;  
 (2) 求  $m$  的值.



24. (5分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象过点  $(4, 3)$ ,  $(-2, 0)$ , 且与  $y$  轴交于点  $A$ .

- (1) 求该函数的解析式及点  $A$  的坐标;  
 (2) 当  $x > 0$  时, 对于  $x$  的每一个值, 函数  $y = tx + n$  的值都大于函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的值, 直接写出  $n$  的取值范围.



25. (5分) 某商店销售一种销售成本为 40 元/千克的水产品, 若按 50 元/千克销售, 一个月可售出 500 kg, 销售价每涨价 1 元, 月销售量就减少 10 kg.

- (1) 设涨价  $x$  元, 则销售量为 \_\_\_\_\_ kg (用含  $x$  的式子表示), 月销售利润  $y$  (单位: 元) 与涨价  $x$  (单位: 元/千克) 之间的函数解析式为 \_\_\_\_\_;  
 (2) 求当涨价多少元时利润最大?

26. (6分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知抛物线:  $y=ax^2-2ax+4$  ( $a>0$ ).

(1) 抛物线的对称轴为  $x=$ \_\_\_\_\_ ; 抛物线与  $y$  轴的交点坐标为\_\_\_\_\_ ;

(2) 若抛物线的顶点恰好在  $x$  轴上, 写出抛物线的顶点坐标, 并求它的解析式;

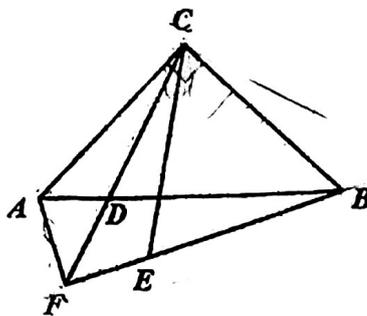
(3)  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  是此抛物线上的两点, 若  $x_1 < x_2$ , 且  $x_1+x_2 > 2$ , 比较  $y_1, y_2$  的大小, 并说明理由.



27. (7分) 已知: 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AC=BC$ ,  $\angle ACB=90^\circ$ , 点  $D$  在  $AB$  边上, 点  $A$  关于直线  $CD$  的对称点为  $E$ , 射线  $BE$  交直线  $CD$  于点  $F$ , 连接  $AF$ .

(1) 设  $\angle ACD=\alpha$ , 则  $\angle CBF=$ \_\_\_\_\_ (用含  $\alpha$  的式子表示);

(2) 用等式表示线段  $AF, CF, BF$  之间的数量关系, 并证明.



28. (7分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于点  $P(x_0, y_0)$ , 给出如下定义: 若存在实数  $x_1, x_2, y_1, y_2$ , 使得  $x_0 - x_1 = x_1 - x_2$  且  $y_0 - y_1 = y_1 - y_2$ , 则称点  $P$  为以点  $(x_1, y_1)$  和  $(x_2, y_2)$  为端点的线段的等差点.

(1) 若线段  $m$  的两个端点坐标分别为  $(1, 2)$  和  $(3, -2)$ , 则下列点是线段  $m$  等差点的有\_\_\_\_\_ ; (填写序号即可)

- ①  $P_1(-1, 6)$ ; ②  $P_2(2, 0)$ ; ③  $P_3(4, -4)$ ; ④  $P_4(5, -6)$

(2) 点  $A, B$  都在直线  $y = -x$  上, 已知点  $A$  的横坐标为  $-2$ ,  $M(t, 0)$ ,  $N(t+1, 1)$ .

① 如图 1, 当  $t = -1$  时, 线段  $AB$  的等差点在线段  $MN$  上, 求满足条件的点  $B$  的坐标;

② 如图 2, 点  $B$  横坐标为 2, 以  $AB$  为对角线构造正方形  $ACBD$ , 在正方形  $ACBD$  的边上 (包括顶点) 任取两点连线的线段中, 若线段  $MN$  上存在其中某条线段的等差点, 直接写出  $t$  的取值范围\_\_\_\_\_.

