北师大实验中学 2024-2025 学年第一学期高三统练（一）

高三数学

2024.10

命题人：曹絮　　　审题人：黎宁

本试卷共 4 页，共 150 分. 考试时长 120 分钟. 考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效.

一、选择题：共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1．已知集合 $A=\{x\mid x^2-3x-10<0\}$， $B=\{x\mid 1-x<0\}$，则 $A\cap B=($　　$)$

A．$\{x\mid 1<x<5\}$　　B．$\{x\mid -2<x<1\}$　　C．$\{x\mid 1<x<2\}$　　D．$\{x\mid -5<x<1\}$

2．设 $a=(\frac{3}{4})^{0.5},b=(\frac{4}{3})^{0.5},c=\log_{\frac{3}{4}}(\log_3 4)$，则$($　　$)$

A．$c<b<a$　　B．$c<a<b$　　C．$a<b<c$　　D．$a<c<b$

3．若实数 a、b 满足 $a^2>b^2>0$，则下列不等式中成立的是$($　　$)$

A．$a>b$　　B．$2^a>2^b$

C．$a>|b|$　　D．$\log_2 a^2>\log_2 b^2$

4．若函数 $f(x)=\begin{cases}x-1,x<0,\\0,x=0,\\x+1,x>0\cdot\end{cases}$ 则“$x_1+x_2>0$”是“$f(x_1)+f(x_2)>0$”的$($　　$)$

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．已知复数 z 的共轭复数是 $1+i$，则复数 $\frac{z}{2-i}$ 在复平面内对应的点在$($　　$)$

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

6．已知 $f(x)$ 是偶函数，它在 $[0,+\infty)$ 上是增函数．若 $f(lgx)>f(1)$，则 x 的取值范围是$($　　$)$

A．$(\frac{1}{10},1)$　　B．$(0,\frac{1}{10})\cup(10,+\infty)$

C．$(\frac{1}{10},10)$　　D．$(0，1)\cup(10，+\infty)$

7．函数 $f(x)=(e^x+e^{-x})\sin x-2$ 在 $[-2,2]$ 上的最大值和最小值分别为 M ， N ，则 $M+N=($　　$)$

A． -4　　　　B． 0　　　　C． 2　　　　D． 4

8．已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数， $g(x)$ 是定义在 R 上的偶函数，且 $f(x)+g(x)=e^x$ ，则 $2f(x)+4g(x)$ 的最小值是 $($　　$)$

A． 2　　　　B． $2\sqrt{3}$　　　　C． 4　　　　D． $2\sqrt{5}$

9．某渔场鱼群的最大养殖量为 m 吨，为保证鱼群的生长空间，实际的养殖量 x 要小于 m ，留出适当的空闲量，已知鱼群的年增长量 y （吨）和实际养殖量 x （吨）与空闲率（空闲量与最大养殖量的比值叫空闲率）的乘积成正比（设比例系数 $k>0$ ），则鱼群年增长量的最大值为 $($　　$)$

A． $\dfrac{mk}{2}$　　　　B． $\dfrac{mk}{4}$　　　　C． $\dfrac{m}{2}$　　　　D． $\dfrac{m}{4}$

10．英国物理学家牛顿用“作切线”的方法求函数的零点时，给出的“牛顿数列”在航空航天中应用广泛. 若数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_{n+1}=x_n-\dfrac{f(x_n)}{f'(x_n)}$,则称数列 $\{x_n\}$ 为牛顿数列. 若 $f(x)=\dfrac{1}{x}$,数列 $\{x_n\}$ 为牛顿数列，且 $x_1=1$ ， $x_n\neq 0$ ，数列 $\{x_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，则满足 $S_n\leqslant 2024$ 的最大正整数 n 的值为 $($　　$)$

A． 10　　　　B． 11　　　　C． 12　　　　D． 13

二、填空题：共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11．等比数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和为 S_n ，已知 S_1 ， $2S_2$ ， $3S_3$ 成等差数列，则 $\left\{a_n\right\}$ 的公比为__________.

12．能够说明“设 a ， b ， c 是任意实数，若 $a<b<c$ ，则 $ac<bc$ ”是假命题的一组整数 a ， b ， c 的值依次为 __________.

13．已知函数 $y=f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数，且 $f(-1)=0$ ．若对任意的 x_1 、 $x_2\in(0,+\infty)$ 且 $x_1\neq x_2$ ，都有 $\dfrac{x_1f(x_2)-x_2f(x_1)}{x_2-x_1}>0$ 成立，则不等式 $f(x)>0$ 的解集是 __________.

14．已知函数 $f(x)=lg(x^2+ax+1)$ 在区间 $(-\infty,-2)$ 上单调递减，则 a 的取值范围为 __________.

15． 华人数学家李天岩和美国数学家约克给出了“混沌的数学定义，由此发展的混沌理论在生物学、经济学和社会学领域都有重要作用．在混沌理论中，函数的周期点是一个关键概念，定义如下：设 $f(x)$ 是定义在 R 上的函数，对于 $x_0\in R$ ，令 $x_n=f(x_{n-1})(n=1，2，3，\cdots)$ ，若存在正整数 k 使得 $x_k=x_0$ ，且当 $0<j<k$ 时， $x_j\neq x_0$ ，则称 x_0 是 $f(x)$ 的一个周期为 k 的周期点，给

出下列四个结论：

①若 $f(x)=2x-1$，则 $f(x)$ 存在唯一一个周期为 1 的周期点；

②若 $f(x)=2(1-x)$，则 $f(x)$ 存在周期为 2 的周期点；

③若 $f(x)=\begin{cases}2x & ,x<\dfrac{1}{2}\\ 2(1-x), & x\geqslant\dfrac{1}{2}\end{cases}$，则 $f(x)$ 存在周期为 3 的周期点；

④若 $f(x)=x(1-x)$，则对任意正整数 n，$\dfrac{1}{2}$ 都不是 $f(x)$ 的周期为 n 的周期点.

其中所有正确结论的序号是 ________.

三、解答题：共 6 小题，共 85 分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16.（本小题 13 分）已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，$a_1=1$，且 a_1，a_3，a_9 成等比数列.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的公差；

（2）求数列 $\{2^{a_n}\}$ 的前 n 项和 S_n.

17.（本小题 13 分）已知函数 $f(x)=a(x^2-lnx)+(1-2a^2)x(a\geqslant 0)$.

（Ⅰ）若 $x=1$ 是函数 $y=f(x)$ 的极值点，求 a 的值；

（Ⅱ）求函数 $y=f(x)$ 的单调区间.

18.（本小题 14 分）随着“中华好诗词”节目的播出，掀起了全民诵读传统诗词经典的热潮．某社团为调查大学生对于“中华诗词”的喜好，从甲、乙两所大学各随机抽取了 40 名学生，记录他们每天学习“中华诗词”的时间，并整理得到如下频率分布直方图：

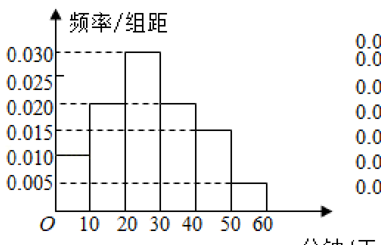

图1: 甲大学

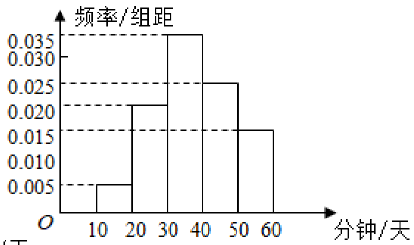

图2: 乙大学

根据学生每天学习“中华诗词”的时间，可以将学生对于“中华诗词”的喜好程度分为三个等级：

学习时间 t（分钟 / 天）	$t<20$	$20\leqslant t<50$	$t\geqslant 50$
等级	一般	爱好	痴迷

（Ⅰ）从甲大学中随机选出一名学生，试估计其“爱好”中华诗词的概率；

（Ⅱ）从两组“痴迷”的同学中随机选出 2 人，记ξ为选出的两人中甲大学的人数，求ξ的分布列和数学期望$E(\xi)$；

（Ⅲ）试判断选出的这两组学生每天学习“中华诗词”时间的平均值$\bar{X}_{甲}$与$\bar{X}_{乙}$的大小，及方差$S_{甲}^2$与$S_{乙}^2$的大小.（只需写出结论）

19.（本小题 15 分）已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{1}{2}$，长轴的左端点为$A(-2,0)$.

（Ⅰ）求C的方程；

（Ⅱ）过椭圆C的右焦点的任一直线l与椭圆C分别相交于M，N两点，且AM，AN与直线$x=4$分别相交于D，E两点，求证：以DE为直径的圆恒过x轴上定点，并求出定点.

20.（本小题 15 分）已知函数$f(x)=2e^x-ax^2-2x-2$

（Ⅰ）求曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程；

（Ⅱ）当$a\le 0$时，求证：函数$f(x)$有且只有一个零点；

（Ⅲ）当$a>0$时，写出函数$f(x)$的零点的个数.（只需写出结论）

21.（本小题 15 分）无穷数列$\{a_n\}$满足：a_1为正整数，且对任意正整数n，a_{n+1}为前n项$a_1,a_2,\cdots,a_n$中等于a_n的项的个数.

（Ⅰ）若$a_1=2$，请写出数列$\{a_n\}$的前 7 项；

（Ⅱ）求证：对于任意正整数 M，必存在$k\in\mathbf{N}^*$，使得$a_k>M$；

（Ⅲ）求证：“$a_1=1$”是“存在$m\in\mathbf{N}^*$，当$n\ge m$时，恒有$a_{n+2}\ge a_n$成立”的充要条件.

北师大实验中学 2024-2025 学年第一学期高三统练（一）

参考答案

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1．A　2．B　3．D　4．C　5．D　6．B　7．A　8．B　9．B　10．A

二、填空题 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11．$\dfrac{1}{3}$　　12．如：-2，-1，0（答案不唯一）

13．$(-1，0)\cup(1，+\infty)$　　14．$(-\infty，\dfrac{5}{2}]$　　15．①③④

注：15 题不选、错选 0 分，少选 3 分，选全对 5 分

三、解答题共 6 小题，共 85 分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16．（本小题 13 分）

解：（1）设 $\{a_n\}$ 的公差为 d，则由题意，$(1+2d)^2=1+8d$，

解得 $d=1$ 或 $d=0$.

（2）由（1）得数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=1$ 或 $a_n=n$.

由于 $2^{a_n}=2$ 或 $2^{a_n}=2^n$，

由等比数列前 n 项和公式得 $S_n=2n$ 或 $S_n=\dfrac{2(1-2^n)}{1-2}=2^{n+1}-2$.

17．（本小题 13 分）

解：（Ⅰ）函数 $f(x)=a(x^2-lnx)+(1-2a^2)x(a\geqslant 0)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，

$f'(x)=a(2x-\dfrac{1}{x})+1-2a^2=\dfrac{(2ax+1)(x-a)}{x}$，

因为 $x=1$ 是函数 $y=f(x)$ 的极值点，

所以 f'（1）$=0$，即 $(2a+1)(1-a)=0$，$a\geqslant 0$，

解得 $a=1$，经检验知，当 $a=1$ 时，$x=1$ 是函数 $y=f(x)$ 的极值点，

所以 $a=1$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $f'(x)=\dfrac{(2ax+1)(x-a)}{x}$，$a\geqslant 0$，

当 $a=0$ 时，$f'(x)>0$，所以函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0,+\infty)$，无减区间；

当 $a>0$ 时，当 $0<x<a$ 时，$f'(x)<0$，当 $x>a$ 时，$f'(x)>0$，

所以函数 $f(x)$ 的递减区间为 $(0,a)$，增区间为 $(a,+\infty)$.

综上，当 $a=0$ 时，函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0,+\infty)$，无减区间；

当 $a>0$ 时，函数 $f(x)$ 的递减区间为 $(0,a)$，增区间为 $(a,+\infty)$.

18．（本小题 14 分）

解：（Ⅰ）由图知，甲大学随机选取的 40 名学生中，

“爱好”中华诗词的频率为 $(0.030+0.020+0.015)\times 10=0.65$，

所以从甲大学中随机选出一名学生，“爱好”中华诗词的概率为 0.65.

（Ⅱ）甲大学随机选取的 40 名学生中“痴迷”的学生有 $40\times 0.005\times 10=2$ 人，

乙大学随机选取的 40 名学生中“痴迷”的学生有 $40\times0.015\times10=6$ 人，
所以，随机变量 ξ 的取值为 $\xi=0$，1，2．

所以 $P(\xi=0)=\dfrac{C_2^0C_6^2}{C_8^2}=\dfrac{15}{28}$， $P(\xi=1)=\dfrac{C_2^1C_6^1}{C_8^2}=\dfrac{3}{7}$， $P(\xi=2)=\dfrac{C_2^2C_6^0}{C_8^2}=\dfrac{1}{28}$.

所以 ξ 的分布列为：

ξ	0	1	2
P	$\dfrac{15}{28}$	$\dfrac{3}{7}$	$\dfrac{1}{28}$

$\therefore\xi$ 的数学期望为 $E(\xi=0)=0\times\dfrac{15}{28}+1\times\dfrac{3}{7}+2\times\dfrac{1}{28}=\dfrac{1}{2}$.

（III） $\bar{X}_{甲}<\bar{X}_{乙}$， $S_{甲}^2>S_{乙}^2$.

19．（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）因为椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{1}{2}$，长轴的左端点为 $A(-2,0)$，

所以 $\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2},a=2$，得 $b=\sqrt{3}$，

所以椭圆 C 的方程： $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$；

（Ⅱ）证明：椭圆右焦点坐标为 $(1,0)$，由题直线斜率不为零，设直线 l 方程为 $x=my+1$，

设 $M(x_1,\ y_1)$， $N(x_2,\ y_2)$，

由题，联立方程组 $\begin{cases}x=my+1\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1\end{cases}$，消去 x 得 $(3m^2+4)y^2+6my-9=0$，

所以 $y_1+y_2=\dfrac{-6m}{3m^2+4},y_1y_2=\dfrac{-9}{3m^2+4}$，直线 $AM:y=\dfrac{y_1}{x_1+2}(x+2)$，得 $D(4,\dfrac{6y_1}{x_1+2})$，

同理，直线 $AN:y=\dfrac{y_2}{x_2+2}(x+2)$，得 $E(4,\dfrac{6y_2}{x_2+2})$，设 x 轴上一点 $P(t,0)$，则 $\overrightarrow{PD}=(4-t,\dfrac{6y_1}{x_1+2})$，同理得：

$\overrightarrow{PE}=(4-t,\dfrac{6y_2}{x_2+2})$，

所以 $\overrightarrow{PD}\cdot\overrightarrow{PE}=(4-t,\dfrac{6y_1}{x_1+2})\cdot(4-t,\dfrac{6y_2}{x_2+2})=(4-t)^2+\dfrac{36y_1y_2}{(x_1+2)(x_2+2)}$，

因为 $(x_1+2)(x_2+2)=(my_1+3)(my_2+3)$，所以

$\overrightarrow{PD}\cdot\overrightarrow{PE}=(4-t)^2+\dfrac{36y_1y_2}{(my_1+3)(my_2+3)}=(4-t)^2+\dfrac{36\times(-9)}{-9m^2-18m^2+27m^2+36}=(4-t)^2-9=0$,

解得： $t-4=\pm3$，即 $t=1$ 或 $t=7$，
所以以 DE 为直径的圆恒过 x 轴上定点，定点分别为 $(1,0)$， $(7,0)$.

20．（本小题 15 分）

（Ⅰ）因为函数 $f(x)=2\mathbf{e}^x-ax^2-2x-2$，所以 $f'(x)=2\mathbf{e}^x-2ax-2$，

故 $f(0)=0$，$f'(0)=0$，曲线 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程为 $y=0$

（Ⅱ）当 $a\le 0$ 时，令 $g(x)=f'(x)=2\mathbf{e}^x-2ax-2$，则 $g'(x)=2\mathbf{e}^x-2a>0$

故 $g(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数. 由 $g(0)=0$，

故当 $x<0$ 时，$g(x)<0$，当 $x>0$ 时，$g(x)>0$.

即当 $x<0$ 时，$f'(x)<0$，当 $x>0$ 时，$f'(x)>0$.

故 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 单调递减，在 $(0,+\infty)$ 单调递增.

函数 $f(x)$ 的最小值为 $f(0)$，由 $f(0)=0$，故 $f(x)$ 有且仅有一个零点.

（Ⅲ）当 $0<a<1$ 时，$f(x)$ 有两个零点.

当 $a=1$ 时，$f(x)$ 有一个零点；

当 $a>1$ 时，$f(x)$ 有两个零点.

21.（本小题 15 分）

（Ⅰ）若 $a_1=2$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 7 项为 2，1，1，2，2，3，1

（Ⅱ）证法一

假设存在正整数 M，使得对任意的 $k\in\mathbf{N}^*$，$a_k\le M$.

由题意，$a_k\in\{1,2,3,\ldots,M\}$，故数列 $\{a_n\}$ 多有 M 个不同的取值

考虑数列 $\{a_n\}$ 的前 M^2+1 项：a_1，a_2，a_3，…，a_{M^2+1}

其中至少有 $M+1$ 项的取值相同，不妨设 $a_{i_1}=a_{i_2}=\cdots=a_{i_{M+1}}$

此时有：$a_{i_{M+1}+1}=M+1>M$，矛盾.

故对于任意的正整数 M，必存在 $k\in\mathbf{N}^*$，使得 $a_k>M$.

（Ⅱ）证法二

假设存在正整数 M，使得对任意的 $k\in\mathbf{N}^*$，$a_k\le M$.

由题意，$a_k\in\{1,2,3,\ldots,M\}$，故数列 $\{a_n\}$ 多有 M 个不同的取值

对任意的正整数m，数列$\{a_n\}$中至多有M项的值为m，事实上若数列$\{a_n\}$中至少有$M+1$项的值为m，其$M+1$项为$a_{i_1},a_{i_2},a_{i_3},\cdots,a_{i_{M-1}},a_{i_M},a_{i_{M+1}}$，此时有：$a_{i_{M+1}+1}=M+1>M$，矛盾.

故数列$\{a_n\}$至多有M^2项，这与数列$\{a_n\}$有无穷多项矛盾.

故对于任意的正整数M，必存在$k\in\mathbf{N}^*$，使得$a_k>M$.

（III）充分性：

若$a_1=1$，则数列$\{a_n\}$的项依次为

$$1，1，2，1，3，1，4，1，\cdots，k-2，1，k-1，1，k，1，\cdots$$

特别地，数列$\{a_n\}$的通项公式为

$$a_n=\begin{cases}k, & n=2k-1\\ 1, & n=\ 2k\end{cases}，即 a_n=\begin{cases}\dfrac{n+1}{2}, & n=2k-1\\ 1, & n=\ 2k\end{cases}$$

故对任意的$n\in\mathbf{N}^*$

（1）若n为偶数，则$a_{n+2}=a_n=1$

（2）若n为奇数，则$a_{n+2}=\dfrac{n+3}{2}>\dfrac{n+1}{2}=a_n$

综上，$a_{n+2}\ge a_n$恒成立，特别地，取$m=1$有当$n\ge m$时，恒有$a_{n+2}\ge a_n$成立

必要性：

方法一

假设存在$a_1=k$（$k>1$），使得“存在$m\in N^*$，当$n\ge m$时，恒有$a_{n+2}\ge a_n$成立”

则数列$\{a_n\}$的前k^2+1项为

$$k，\underbrace{1,1,2,1,3,1,4,\ldots,1,k-2,1,k-1,1,k}_{2k-1\text{项}}，\underbrace{2,2,3,2,4,2,5,\ldots,2,k-2,2,k-1,2,k}_{2k-3\text{项}}，$$

$$\underbrace{3,3,4,3,5,3,6,\ldots,3,k-2,3,k-1,3,k}_{2k-5\text{项}}，\cdots，\underbrace{k-2,k-2,k-1,k-2,k}_{5\text{项}}，\underbrace{k-1,k-1,k}_{3\text{项}}，k$$

后面的项顺次为

$$\underbrace{k+1,1,k+1,2,k+1,3,\ldots,k+1,k-2,k+1,k-1,k+1,k}_{2k\text{项}}，$$

$$\underbrace{k+2,1,k+2,2,k+2,3,\ldots,k+2,k-2,k+2,k-1,k+2,k}_{2k\text{项}}，$$

$$\underbrace{k+3,1,k+3,2,k+3,3,\ldots,k+3,k-2,k+3,k-1,k+3,k}_{2k项},$$

$$\cdots$$

$$\underbrace{k+t,1,k+t,2,k+t,3,\ldots,k+t,k-2,k+t,k-1,k+t,k}_{2k项},$$

$$\cdots$$

故对任意的 $s=1,2,3,\ldots,k-2,k-1,k$，$t\in\mathbf{N}^*$

$$\begin{cases}a_{k^2+1+2(t-1)k+2s-1}=k+t\\a_{k^2+1+2(t-1)k+2s}=s\end{cases}$$

对任意的 m，取 $t=\left[\dfrac{m}{2k}\right]+1$，其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，则 $2kt>m$，令 $n=k^2+1+2kt$，

则 $n>m$，此时 $a_n=k$，$a_{n+2}=1$

有 $a_n>a_{n+2}$，这与 $a_n\le a_{n+2}$ 矛盾，故若存在 $m\in N^*$，当 $n\ge m$ 时，恒有 $a_{n+2}\ge a_n$ 成立，必有 $a_1=1$

方法二 若存在 $m\in N^*$，当 $n\ge m$ 时，$a_{n+2}\ge a_n$ 恒成立，记 $\max\{a_1,a_2,\cdots,a_m\}=s$.

由第（2）问的结论可知：存在 $k\in N^*$，使得 $a_k>s$（由 s 的定义知 $k\ge m+1$）

不妨设 a_k 是数列 $\{a_n\}$ 中第一个大于等于 $s+1$ 的项，即 $a_1,a_2,\cdots,a_{k-1}$ 均小于等于 s.

则 $a_{k+1}=1$.因为 $k-1\ge m$，所以 $a_{k+1}\ge a_{k-1}$，即 $1\ge a_{k-1}$ 且 a_{k-1} 为正整数，所以 $a_{k-1}=1$.

记 $a_k=t\ge s+1$，由数列 $\{a_n\}$ 的定义可知，在 $a_1,a_2,\cdots,a_{k-1}$ 中恰有 t 项等于 1.

假设 $a_1\ne1$，则可设 $a_{i_1}=a_{i_2}=\cdots=a_{i_t}=1$，其中 $1<i_1<i_2<\cdots<i_t=k-1$，

考虑这 t 个 1 的前一项，即 $a_{i_1-1},a_{i_2-1},\cdots,a_{i_t-1}$，

因为它们均为不超过 s 的正整数，且 $t\ge s+1$，所以 $a_{i_1-1},a_{i_2-1},\cdots,a_{i_t-1}$ 中一定存在两项相等，

将其记为 a，则数列 $\{a_n\}$ 中相邻两项恰好为（a，1）的情况至少出现 2 次，但根据数列 $\{a_n\}$ 的定义可知：第二个 a 的后一项应该至少为 2，不能为 1，所以矛盾！

故假设 $a_1\ne1$ 不成立，所以 $a_1=1$，即必要性得证！

综上，“$a_1=1$”是“存在 $m\in N^*$，当 $n\ge m$ 时，恒有 $a_{n+2}\ge a_n$ 成立”的充要条件.