

# 2024-2025 学年度第一学期初三年级数学练习 2

2024.10

命题人：王 宇  审题人：孙 芳、左丽华

- |                  |  |
|------------------|--|
| 考<br>生<br>须<br>知 | <p>1. 本试卷共 6 页，共两部分，28 道题。满分 100 分。考试时间 100 分钟。</p> <p>2. 在试卷和答题卡上准确填写姓名、班级和学号。</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。</p> <p>4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。</p> <p>5. 考试结束，将答题卡和草稿纸一并交回。</p> |
|------------------|--|

## 第一部分 选择题

### 一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。



1. 一元二次方程  $2x^2 - x - 3 = 0$  的二次项系数、一次项系数、常数项分别是
- (A) 2, 1, 3      (B) 2, 1, -3      (C) -2, 1, 3      (D) 2, -1, -3
2. 巴黎奥运会后，受到奥运健儿的感召，全民健身再次成为了一种时尚，球场上出现了更多年轻人的身影。下面四幅球类的平面图案中，是中心对称图形的是



(A)



(B)



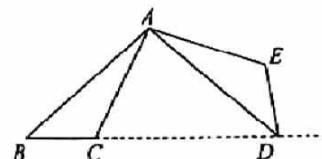
(C)



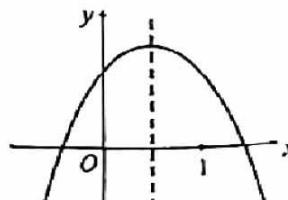
(D)

3. 抛物线  $y = (x - 4)^2 - 5$  的开口方向和顶点坐标分别是
- (A) 开口向下，(4, -5)      (B) 开口向上，(4, -5)  
(C) 开口向下，(-4, -5)      (D) 开口向上，(-4, -5)

4. 如图，将  $\triangle ABC$  绕点 A 逆时针旋转  $100^\circ$ ，得到  $\triangle ADE$ 。若点 D 在线段 BC 的延长线上，则  $\angle B$  的大小为
- (A)  $60^\circ$       (B)  $50^\circ$   
(C)  $40^\circ$       (D)  $30^\circ$

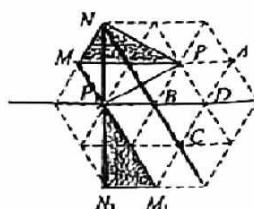


5. 用配方法解方程  $x^2 - 4x + 2 = 0$ ，配方正确的是
- (A)  $(x + 2)^2 = 2$       (B)  $(x - 2)^2 = 2$       (C)  $(x - 2)^2 = -2$       (D)  $(x - 2)^2 = 6$
6. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象如图所示，则下列选项中错误的是
- (A)  $a < 0$       (B)  $c > 0$   
(C)  $b > 0$       (D)  $2a + b > 0$



7. 如图，在正三角形网格中，以某点为中心，将 $\triangle MNP$ 旋转，得到 $\triangle M_1N_1P_1$ ，则旋转中心是

(A) 点 A      (B) 点 B  
(C) 点 C      (D) 点 D



8. 已知点 $P(x_1, 2024)$ ,  $Q(x_2, 2024)$  ( $x_1 \neq x_2$ ) 在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象上，则当 $x=x_1+x_2$ 时， $y$ 的值为

(A) 1      (B) 2025      (C) -1      (D) 2024



北京中考

## 第二部分 非选择题

### 二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

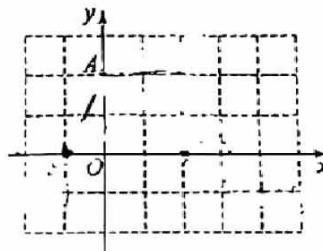
9. 方程 $x^2=5x$ 的根为\_\_\_\_\_.

10. 点 $P(-1, 2)$ 关于原点的对称点的坐标为\_\_\_\_\_.

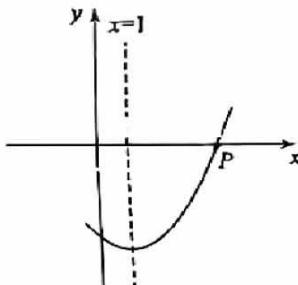
11. 若关于 $x$ 的方程 $kx^2+3x-1=0$ 有两个不相等的实数根，则 $k$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

12. 将抛物线 $y=2x^2-3$ 向右平移 2 个单位，向下平移 1 个单位后，所得抛物线的顶点坐标为\_\_\_\_\_.

13. 如图，在平面直角坐标系 $xOy$ 中，点 $A$ ，点 $B$ 的坐标分别为 $(0, 2)$ ,  $(-1, 0)$ ，将线段 $AB$ 绕点 $(2, 2)$ 逆时针旋转 $\alpha$ 角 $(0^\circ < \alpha < 180^\circ)$ ，若点 $A$ 的对应点 $A'$ 的坐标为 $(2, 0)$ ，则 $\alpha$ 为\_\_\_\_\_，点 $B$ 的对应点 $B'$ 的坐标为\_\_\_\_\_.

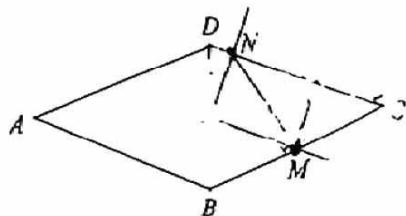


14. 如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为 $x=1$ ，点 $P$ ，点 $Q$ 是抛物线与 $x$ 轴的两个交点，若点 $P$ 的坐标为 $(4, 0)$ ，则点 $Q$ 的坐标为\_\_\_\_\_.



15. 我国古代数学家杨辉的《田亩比类乘除捷法》中记载：“直田积八百六十四步，只云长阔共六十步，问长多阔几何。”其意思是：一块矩形田地的面积为 864 平方步，只知道它的长和宽共 60 步，问它的长比宽多多少步。若设该矩形田地的长为 $x$ 步，则可列方程为\_\_\_\_\_.

16. 如图,菱形 $ABCD$ 的边长为6,将一个直角的顶点置于菱形 $ABCD$ 的对称中心 $O$ 处,此时这个直角的两边分别交边 $BC$ , $CD$ 于 $M$ , $N$ ,若 $ON \perp CD$ ,且 $ON=2$ ,则 $MN$ 的长为\_\_\_\_\_.

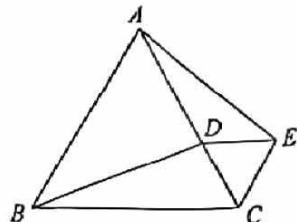


三、解答题(共68分,第17题4分,第18-20题,每题5分,第21题4分,第22题5分,第23-25题,每题6分,第26题8分,第27-28题,每题7分)  
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解方程:  $x^2 - 3x = x + 3$ .



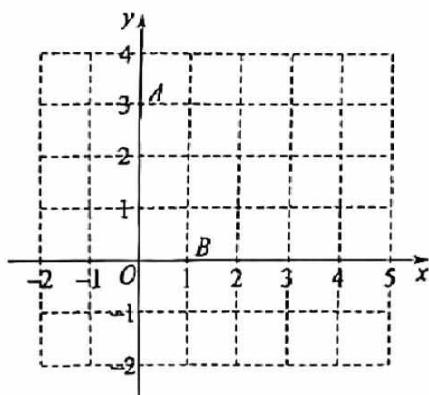
18. 如图,  $\triangle ABC$ 是等边三角形,点 $D$ 在边 $AC$ 上,以 $CD$ 为边作等边 $\triangle CDE$ .  
连接 $BD$ , $AE$ .  
求证:  $BD=AE$ .



19. 已知 $x=1$ 是关于 $x$ 的方程 $x^2 - 3mx + m^2 = 0$ 的根,求代数式 $(m-2)^2 + (m-3)(m+1)$ 的值.

20. 已知二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象过点 $A(0,3)$ , $B(1,0)$ .

- (1) 求这个二次函数的解析式;  
(2) 画出这个函数的图象;  
(3) 写出当 $-1 < x < 3$ 时,函数值 $y$ 的取值范围.



21. 在等腰三角形 $ABC$ 中, $\angle A,\angle B,\angle C$ 所对边的长分别为 $a,b,c$ ,已知 $a=3$ , $b,c$ 分别是方程 $x^2 - 12x + m = 0$ 的两个实数根,试求 $m$ 的值和 $\triangle ABC$ 的周长.

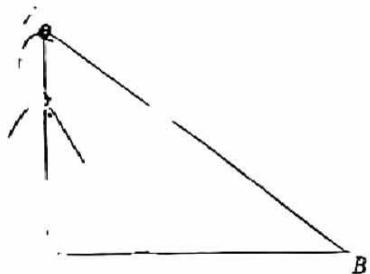
22. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2mx - 3m^2 = 0$ .

- (1) 求证: 该方程总有两个实数根;  
(2) 若方程恰有一个实根大于  $-1$ , 求  $m$  的取值范围.



23. 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AC=6$ ,  $BC=8$ . 动点  $P$ ,  $Q$  分别从  $A$ ,  $C$  两点同时出发, 点  $P$  沿边  $AC$  向  $C$  以每秒 3 个单位长度的速度运动, 点  $Q$  沿边  $BC$  向  $B$  以每秒 4 个单位长度的速度运动, 当  $P$ ,  $Q$  到达终点  $C$ ,  $B$  时, 运动停止. 设运动时间为  $t$  (单位: 秒).

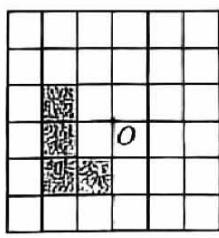
- (1) ①当运动停止时,  $t$  的值为 \_\_\_\_\_.  
②设  $P$ ,  $C$  之间的距离为  $y$ , 则  $y$  与  $t$  满足 \_\_\_\_\_ (选填“正比例函数关系”, “一次函数关系”, “二次函数关系”)  
(2) 设  $\triangle PCQ$  的面积为  $S$ ,  
①求  $S$  的表达式 (用含有  $t$  的代数式表示), 并写出  $t$  的取值范围;  
② $S$  是否可以为 7? 若可以, 请求出此时  $t$  的值, 若不能, 请通过计算说明理由.



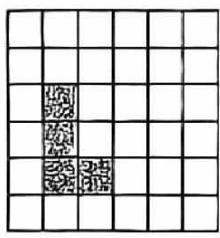
24. 如图, 下列  $6 \times 6$  的网格图都是由相同的小正方形组成的,

每个网格图中均有 4 个小方格被涂黑成“L 形”.

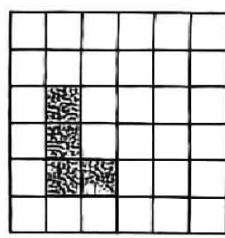
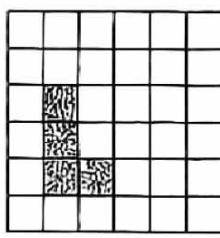
- (1) 在图①中再涂黑 4 个小方格, 使新涂黑的图形与原来的“L 形”关于点  $O$  对称;  
(2) 在图②的每个网格图中再涂黑 4 个小方格, 使新涂黑的图形与原来的“L 形”所组成的新图形既是轴对称图形, 又是中心对称图形 (要求画出三种).



①



②



25. 如图 1, 某公园在入园处搭建了一道“气球拱门”, 拱门两端落在地面上. 若将拱门看作抛物线的一部分, 建立如图 2 所示的平面直角坐标系. 当拱门上的点到  $O$  点的水平距离为  $x$  (单位: m) 时, 它距地面的竖直高度为  $y$  (单位: m).

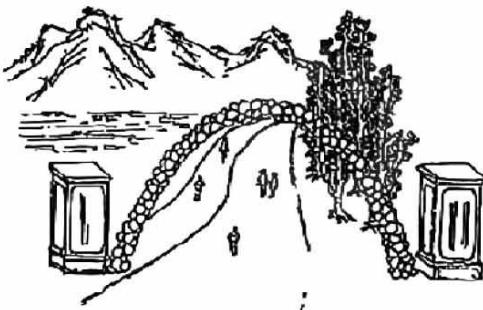


图 1

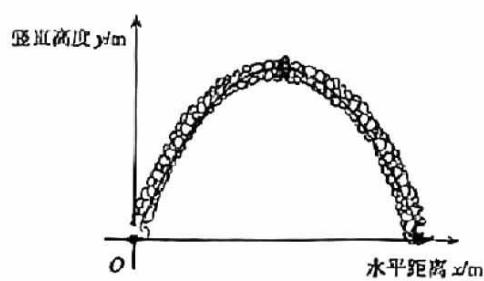


图 2

- (1) 经过对拱门进行测量, 发现  $x$  与  $y$  的几组数据如下:

$x/m$	2	3	6	8	10	12
$y/m$	4	5.4	7.2	6.4	4	0

根据上述数据, 直接写出该拱门的高度(即最高点到地面的距离)和跨度(即拱门底部两个端点间的距离), 并求  $y$  与  $x$  满足的函数关系式.

- (2) 在一段时间后, 公园重新维修拱门. 在同样的坐标系下, 新拱门上的点距地面的竖直高度  $y$  (单位: m) 与它到  $O$  点的水平距离  $x$  (单位: m) 近似满足函数关系  $y = -0.18(x-h)^2 + 7.30$ , 若记原拱门的跨度为  $d_1$ , 新拱门的跨度为  $d_2$ , 则  $d_1$  \_\_\_\_\_  $d_2$  (填“ $>$ ”, “ $=$ ”或“ $<$ ”).

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $(x_1, y_1)$ ,  $(a+1, y_2)$  在抛物线  $y = x^2 - 2ax + c$  上.

- (1) 抛物线的对称轴为 \_\_\_\_\_ (用含  $a$  的式子表示),

当  $0 < a < 1$  时,  $y_2$  与  $c$  的大小关系为  $y_2$  \_\_\_\_\_  $c$  (填“ $>$ ”, “ $<$ ”或“ $=$ ”);

- (2) 若  $-1 < x_1 < 0$ , 且对于每个  $x_1$ , 都有  $y_1 > y_2$  成立.

①求  $a$  的取值范围;

②若抛物线还过点  $(3a, y_3)$ , 求证: 如果  $y_1 y_2 y_3 < 0$ , 那么  $y_2(y_1 - y_3) > 0$ .

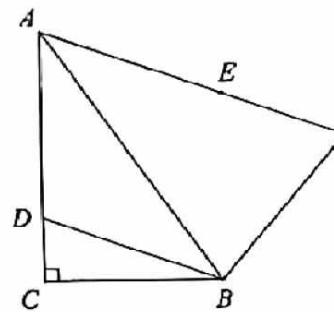
27. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle BAC < 45^\circ$ ， $D$ 为边 $AC$ 上一点（不与点 $A, C$ 重合），点 $D$ 关于直线 $AB$ 的对称点为 $E$ ，连接 $BD$ ，将线段 $BD$ 绕点 $B$ 旋转，使点 $D$ 的对应点 $F$ 恰好在线段 $AE$ 的延长线上.

(1) 求证： $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle DBF$ ；

(2) 连接 $DF$ ，过点 $C$ 作 $AB$ 的垂线，分别交 $AB, DF$ 于点 $G, H$ .

①依题意补全图形；

②用等式表示 $DH$ 与 $HG$ 的数量关系，并证明.



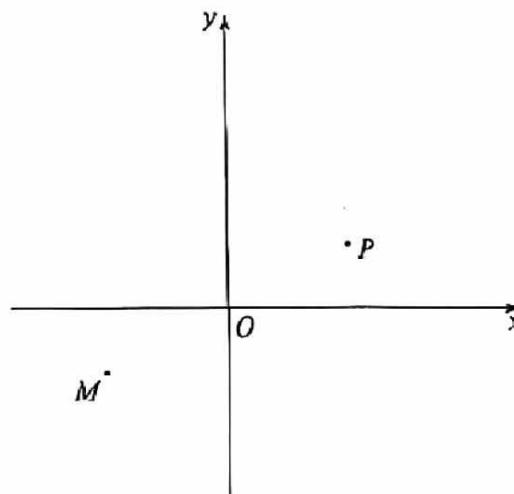
28. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，已知点 $P(a, b)$ ，对于点 $M$ 给出如下定义：将点 $M$ 向右 $(a \geq 0)$ 或向左 $(a < 0)$ 平移 $|a|$ 个单位长度，得到点 $M'$ ，点 $M'$ 关于点 $P$ 的对称点为 $N$ ，称点 $N$ 为点 $M$ 关于点 $P$ 的“联络点”.

(1) 若点 $M(-2, 0)$ ，点 $P(1, 1)$ ，则点 $M$ 关于点 $P$ 的“联络点”的坐标为\_\_\_\_\_；

(2) 如图，若点 $M$ 与点 $P$ 关于原点 $O$ 对称，点 $M$ 关于点 $P$ 的“联络点”为点 $N$ .

①求作：点 $M'$ 和点 $N$ （尺规作图，保留作图痕迹）；

②连接 $MN$ ，在 $MN$ 上取点 $T$ ，使 $PT \parallel x$ 轴，连接 $OT$ ，求证： $OT = \frac{1}{4}MN$ ；



- (3) 已知点 $C$ 是直线 $y=x+2$ 上的动点，点 $D$ 是直线 $y=-x$ 上的定点，点 $C$ 关于点 $D$ 的“联络点”为点 $E$ ，若线段 $CE$ 长的取值范围是 $CE \geq 3\sqrt{2}$ ，直接写出所有符合题意的点 $D$ 的横坐标 $x_D$ 的取值范围.