

## 初三数学

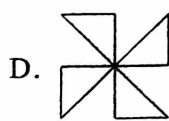
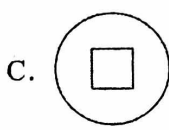
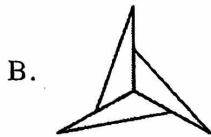


考生须知

1. 本试卷满分 100 分，考试时间 100 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题用 2B 铅笔作答，其它试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将答题卡交回。

## 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1. 下列图形中，既是中心对称图形，又是轴对称图形的是（ ）



2. 抛物线  $y = x^2 - 4x + 1$  的顶点坐标是（ ）

- A. (2,3)      B. (-2,3)      C. (-2, -3)      D. (2, -3)

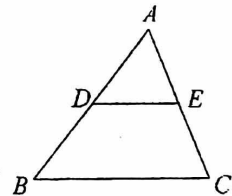
3. 下列关于函数  $y = x^2 - 1$  的结论中，正确的是（ ）

- A.  $y$  随  $x$  的增大而减小      B. 当  $x > 0$  时， $y$  随  $x$  的增大而增大  
C. 当  $x < 0$  时， $y$  随  $x$  的增大而增大      D. 当  $x > 0$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小

4. 如图， $DE$  是  $\triangle ABC$  的中位线，若  $\triangle ADE$  的面积为 1，

则四边形  $DBCE$  的面积为（ ）

- A. 4      B. 3  
C. 2      D. 1



5. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，将抛物线  $y = 3x^2$  先向右平移 4 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度，得到的抛物线是（ ）

- A.  $y = 3(x-4)^2 + 1$     B.  $y = 3(x-4)^2 - 1$     C.  $y = 3(x+4)^2 - 1$     D.  $y = 3(x+4)^2 + 1$

6. 某药品经过两次降价，每瓶零售价由 56 元降为 31.5 元，已知两次降价的百分比相同，设为  $x$ ，那么根据题意可以列方程为（ ）

- A.  $56(1-x) = 31.5$       B.  $56(1-2x) = 31.5$   
C.  $56(1-x)^2 = 31.5$       D.  $56(1-2x)^2 = 31.5$

学号

姓名

班级

7. 已知二次函数  $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$  的图象上部分对应点坐标如下表,  $m$  的值为 ( )

$x$	...	-1	-0.5	2.5	3	5	...
$y$	...	0	-3.5	-3.5	$m$	24	...

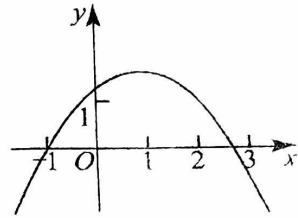
- A. 1                      B. 2                      C. 0                      D. -5

8. 如图, 抛物线  $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$  经过点  $(-1,0)$ . 下面有四个结论: ①  $a>0$ ;

②  $2a+b<0$ ; ③  $4a+2b+c>0$ ; ④ 关于  $x$  的不等式  $ax^2+(b-c)x>0$  的解集为

$x<-1$  或  $x>0$ . 其中所有正确结论的序号是 ( )

- A. ①②                      B. ②③  
C. ③④                      D. ②③④



## 二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

9. 方程  $x^2=3x$  的解是\_\_\_\_\_.

10. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2-4x+c=0$  有两个相等的实数根, 则实数  $c$  的值为\_\_\_\_\_.

11. 二次函数  $y=x^2-4x+3$  的图象与  $y$  轴的交点坐标为\_\_\_\_\_.

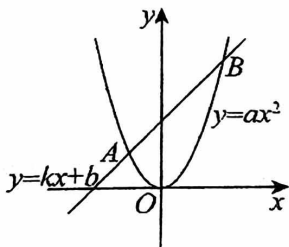
12. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 若点  $(2, y_1)$ ,  $(4, y_2)$  在抛物线  $y=2(x-3)^2-4$  上, 则

$y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$  (填“>”, “=”或“<”).

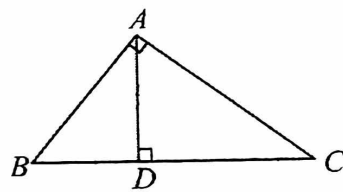
13. 如图, 一次函数  $y=kx+b(k\neq 0)$  与二次函数  $y=ax^2(a\neq 0)$  的图象分别交于点  $A(-2, 2)$ ,

$B(4, 8)$ . 则关于  $x$  的方程  $ax^2=kx+b$  的解为\_\_\_\_\_.

14. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle A=90^\circ$ ,  $AD\perp BC$ ,  $AD=3$ ,  $BD=2$ , 则  $CD$  的长为\_\_\_\_\_.



(第 13 题图)



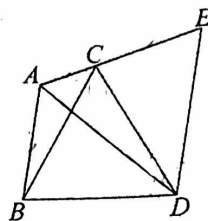
(第 14 题图)

学号

姓名

班级

15. 已知：如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle BAC = 120^\circ$ ，以  $BC$  为边向外作等边三角形  $\triangle BCD$ ，把  $\triangle ABD$  绕着点  $D$  按顺时针方向旋转  $60^\circ$  后得到  $\triangle ECD$ ，若  $AB = 3$ ， $AC = 2$ ， $AD$  的长为\_\_\_\_\_。



16. 已知抛物线  $y = x^2 - 2mx$  ( $-1 \leq m \leq 2$ ) 经过点  $A(p, t)$  和点  $B(p+2, t)$ ，则  $t$  的最小值是\_\_\_\_\_。

三、解答题（共 68 分，第 17 题 6 分，其中每小题 3 分，第 18-23 题，每题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27 题 7 分，第 28 题 7 分）

17. 解方程：

(1)  $x^2 - 6x + 8 = 0$ .

(2)  $x(2x - 5) = 4x - 10$ .

18. 已知实数  $a$  是  $x^2 - 5x - 17 = 0$  的根，不解方程，求  $(a-1)(2a-1) - (a+1)^2 + 1$  的值。

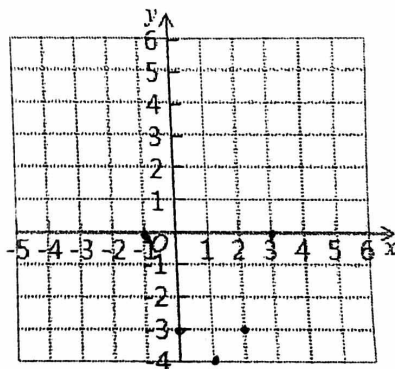
19. 已知二次函数  $y = x^2 - 2x - 3$ .

(1) 将其化为  $y = a(x-h)^2 + k$  的形式为\_\_\_\_\_；

(2) 在所给的平面直角坐标系  $xOy$  中，画出它的图象；

(3) 抛物线与  $x$  轴交点坐标为\_\_\_\_\_；

(4) 当  $-2 \leq x \leq 2$  时， $y$  的取值范围是\_\_\_\_\_。



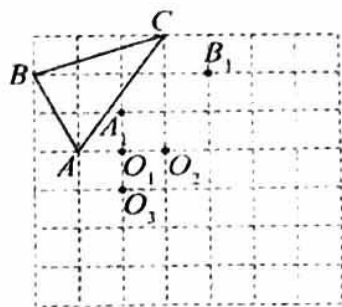
20. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (m+1)x + m = 0$ .

(1) 求证：方程总有两个实数根；

(2) 若  $m < 0$ ，且该方程两个实数根的差为 3，求  $m$  的值。



21. 如图,  $\triangle ABC$  绕某点按一定方向旋转一定角度后得到  $\triangle A_1B_1C_1$ , 点  $A, B, C$  分别对应点  $A_1, B_1, C_1$ .



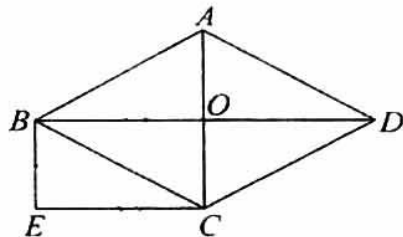
(1) 在图中画出  $\triangle A_1B_1C_1$ ;

(2)  $\triangle A_1B_1C_1$  是以点\_\_\_\_\_ (填“ $O_1$ ”, “ $O_2$ ”或“ $O_3$ ”) 为旋转中心, 将  $\triangle ABC$  \_\_\_\_\_ 时针旋转 \_\_\_\_\_ 度得到的.

22. 如图, 在菱形  $ABCD$  中,  $AC, BD$  相交于点  $O$ , 过  $B, C$  两点分别作  $AC, BD$  的平行线, 相交于点  $E$ .

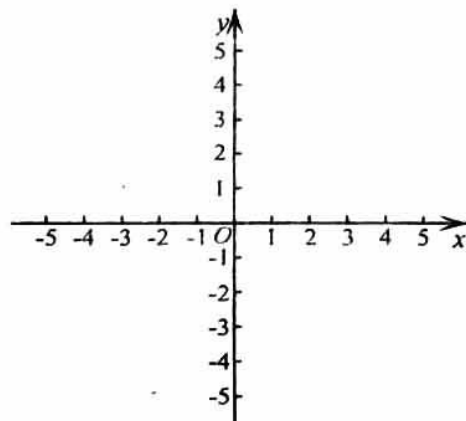
(1) 求证: 四边形  $BOCE$  是矩形;

(2) 连接  $EO$  交  $BC$  于点  $F$ , 连接  $AF$ , 若  $\angle ABC=60^\circ, AB=2$ , 求  $AF$  的长.



23. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  图象上部分点的横坐标  $x$ , 纵坐标  $y$  的对应值如下表所示:

$x$	...	-1	0	1	2	4	...
$y$	...	8	3	0	-1	3	...



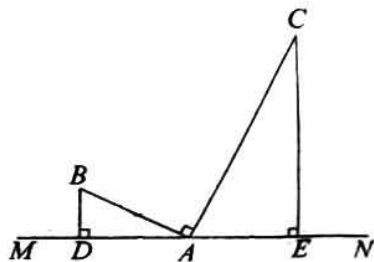
(1) 求二次函数的解析式及顶点坐标;

(2) 直接写出当  $y > 0$  时,  $x$  的取值范围.

24. 如图,  $A$  是直线  $MN$  上一点,  $\angle BAC = 90^\circ$ , 过点  $B$  作  $BD \perp MN$  于点  $D$ , 过点  $C$  作  $CE \perp MN$  于点  $E$ .

(1) 求证:  $\triangle ADB \sim \triangle CEA$ ;

(2) 若  $AB = \sqrt{5}, AD = AE = 2$ , 求  $CE$  的长.



25. 如图1, 灌溉车为公路绿化带草坪浇水, 图2是灌溉车浇水操作时的截面图. 现将灌溉车喷出水的上、下边缘线近似地看作平面直角坐标系  $xOy$  中两条抛物线的部分图象. 已知喷水口  $H$  离地竖直高度  $OH$  为  $1.2\text{m}$ , 草坪水平宽度  $DE = 3\text{m}$ , 竖直高度忽略不计. 上边缘抛物线最高点  $A$  离喷水口的水平距离为  $2\text{m}$ , 高出喷水口  $0.4\text{m}$ , 下边缘抛物线是由上边缘抛物线向左平移  $4\text{m}$  得到的, 设灌溉车到草坪的距离  $OD$  为  $d$  (单位:  $\text{m}$ ).



图1

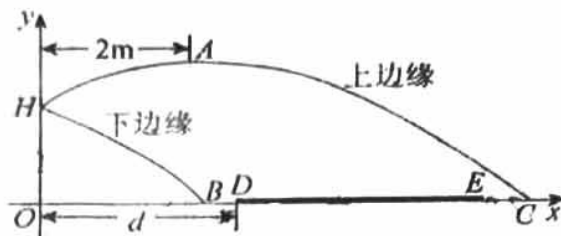


图2



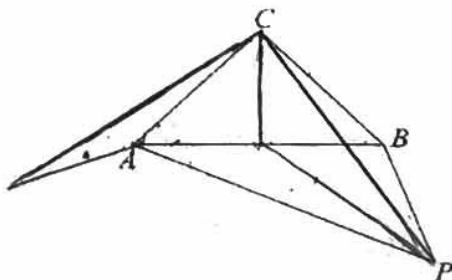
- (1) 求上边缘抛物线的函数解析式, 并求喷出水的最大射程  $OC$  的长;
- (2) 下边缘抛物线落地点  $B$  的坐标为\_\_\_\_\_;
- (3) 要使灌溉车行驶时喷出的水能浇灌到整个草坪,  $d$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

26. 已知二次函数  $y = ax^2 - 4ax + 3$  ( $a \neq 0$ ).

- (1) 求该二次函数的图象与  $y$  轴交点的坐标及对称轴.
- (2) 已知点  $(4, y_1)$ ,  $(0, y_2)$ ,  $(-2, y_3)$ ,  $(-3, y_4)$  都在该二次函数图象上,
  - ①请判断  $y_1$  与  $y_2$  的大小关系:  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$  (用“ $>$ ”“ $=$ ”“ $<$ ”填空);
  - ②若  $y_1, y_2, y_3, y_4$  四个函数值中有且只有一个小于零, 求  $a$  的取值范围.

27. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AC = BC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle APB = 45^\circ$ , 连接  $CP$ , 将线段  $CP$  绕点  $C$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到线段  $CQ$ , 连接  $AQ$ .

- (1) 依题意, 补全图形, 并证明:  $AQ = BP$ ;
- (2) 求  $\angle QAP$  的度数;
- (3) 若  $N$  为线段  $AB$  的中点, 连接  $NP$ , 请用等式表示线段  $NP$  与  $CP$  之间的数量关系, 并证明.



28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于抛物线  $C: y = x^2 + x$  和直线  $l: y = x + b$  给出如下定义:

过抛物线  $C$  上一点  $A(x_0, y_1)$  作垂直于  $x$  轴的直线  $AB$ , 交直线  $l$  于点  $B(x_0, y_2)$ , 若存在实数  $y_0$  满足  $y_1 \leq y_0 \leq y_2$ , 则称点  $P(x_0, y_0)$  是抛物线  $C$  的“如意点”, 点  $P$  关于直线  $l$  的对称点  $Q$  为点  $P$  与抛物线  $C$  的“称心点”.

(1) 若  $b = 2$ ,

①在点  $P_1(0, 0)$ ,  $P_2(-1, 2)$ ,  $P_3(1, 3)$ ,  $P_4(\sqrt{2}, \sqrt{2})$  中, 抛物线  $C$  的“如意点”是\_\_\_\_\_:

②若点  $D$  是抛物线  $C$  的“如意点”, 点  $E$  是点  $D$  与抛物线  $C$  的“称心点”, 直接写出  $DE$  的最大值\_\_\_\_\_:

(2) 若边长为  $2\sqrt{2}$  的正方形  $R_1R_2R_3R_4$  边上的点都是抛物线  $C$  的“如意点”或某点与抛物线  $C$  的“称心点”, 直接写出  $b$  的最小值\_\_\_\_\_.

