人大附中高一数学 统练一　　　2024年9月23号

班级：________　姓名：________　学号：________

一、选择题（共 10 道小题，每题 4 分，共 40 分。每道题只有一个正确答案，请把正确答案填在答题纸上）

1. 已知集合 $A=\{x \| x|<2\}, B=\{-2,0,1,2\}$，则 $A \cap B=$（　　）

A. $\{0, 1\}$　　B. $\{-1, 0, 1\}$　　C. $\{-2,0,1,2\}$　　D. $\{-1,0,1,2\}$

2. 已知命题 p：$\forall x \in R$，$x^2+1 \geq 2x$，则（　　）.

A. $\neg p$：$\exists x \in R$，$x^2+1 \geq 2x$　　B. $\neg p$：$\forall x \notin R$，$x^2+1 \geq 2x$

C. $\neg p$：$\exists x \in R$，$x^2+1<2x$　　D. $\neg p$：$\forall x \in R$，$x^2+1<2x$

3. 设集合 $M=\{x \mid 0<x \leq 3\}$，$N=\{x \mid 0<x \leq 2\}$，那么“$a \in M$”是“$a \in N$”的（　　）

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 若 $a,b \in R$，则使 $|a|+|b|>1$ 成立的一个充分不必要条件是（　　）

A. $|a+b| \geq 1$　　B. $a^2+b^2>1$　　C. $a<1$ 或 $b<1$　　D. $a \leq 1$ 或 $b \leq 1$

5. 已知 $U=\{1,2,a^2+2a-3\}$, $A=\{|a-2|,2\}$, $C_U A=\{0\}$, 则 a 的值为（　　）

A. -3 或 1　　B. 2　　C. 3 或 1　　D. 1

6. 已知 $m \in A$，$n \in B$，且集合 $A=\{x|x=2a，a \in \mathbf{Z}\}$，$B=\{x|x=2a+1，a \in \mathbf{Z}\}$，又 $C=\{x|x=4a+1，a \in \mathbf{Z}\}$，则 $m+n$ 属于集合（　　）

A. A　　B. B　　C. C　　D. 以上均不满足

7. 下列四个命题中，真命题的个数为(　　)

①$\forall x \in \mathbf{R}$，$x^2-3x+2>0$ 恒成立；　　②$\exists x \in \mathbf{Q}$，$x^2=2$；

③$\exists x \in \mathbf{R}$，$x^2+1=0$；　　④$\forall x \in \mathbf{R}$，$4x^2>2x-1+3x^2$.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 4

8. 某班共 30 人，其中 15 人喜爱篮球运动，10 人喜爱乒乓球运动，8 人对这两项运动都不喜爱，则喜爱篮球运动但不喜爱乒乓球运动的人数为（　　）.

A. 15　　B. 12　　C. 10　　D. 8

9. 记关于x的三个方程分别为：

①$x^2+a_1x+1=0$；

②$x^2+a_2x+2=0$；

③$x^2+a_3x+4=0$，其中a_1,a_2,a_3是正实数，且满足$a_2^2=a_1a_3$．

则下列选项中，能推出方程③无实根的是（　　）

A．方程①有实根，且②有实根

B．方程①有实根，且②无实根

C．方程①无实根，且②有实根

D．方程①无实根，且②无实根

10. 被誉为我国"宋元数学四大家"的李治对"天元术"进行了较为全面的总结和探讨，于1248年撰写《测圆海镜》，对一元高次方程和分式方程理论研究作出了卓越贡献.我国古代用算筹记数，表示数的算筹有纵式和横式两种，如图1所示.如果要表示一个多位数字，即把各位的数字依次横列，个位数用纵式表示，且各位数的筹式要纵横相间，例如614用算筹表示出来就是"T-||||"，数字0通常用"○"表示.按照李治的记法，多项式方程各系数均用算筹表示，在一次项旁记一"元"字，"元"向上每层增加一次幂，向下每层减少一次幂.如图2所示表示方程为$x^3+336x^2+4184x+88320+\frac{72}{x}=0$.根据以上信息，图3中表示的多项式方程的实根为(

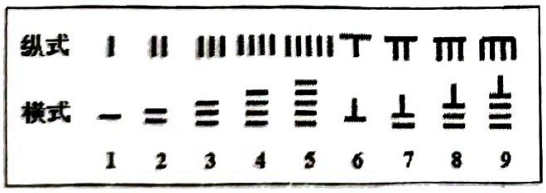

图1

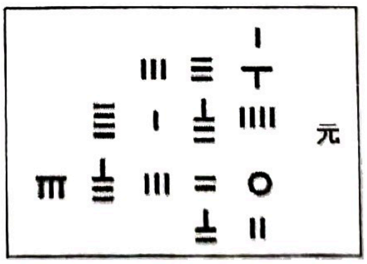

图2

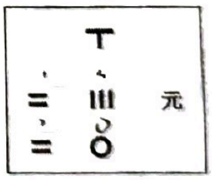

图3

A. $-\frac{4}{3}$和$-\frac{5}{2}$　　B. $-\frac{5}{6}$和-4　　C. $-\frac{5}{3}$和-2　　D. $-\frac{20}{3}$和$-\frac{1}{2}$

二、填空题（共5道小题，每题5分，共25分。每道题只有一个正确答案，请把正确答案填在答题纸上）

11. 已知集合$M=\left\{x\middle|\frac{k}{x}>-1\right\}$，且$-3\in M$，则$k$的取值范围是______

12. 已知命题$p:\exists x\in R$，$x^2+2ax+a\le 0$．若命题p是假命题，则实数a的取值范围是______

13. 已知集合$A=\{x|x^2-3x<0\}$，$B=\{1,a\}$，且$A\cap B$有4个子集，则实数a的取值范围是______

14、已知关于x的一元二次方程$x^2-6x+(4m+1)=0$的两个实数根为x_1,x_2，且$|x_1-x_2|=4$，则

（1）实数m的值为____；　　（2）$x_1^2x_2+x_1x_2^2=$________

15．某学习小组由学生和教师组成，人员构成同时满足以下三个条件：

（i）男学生人数多于女学生人数；

（ii）女学生人数多于教师人数；

（iii）教师人数的两倍多于男学生人数.

①若教师人数为4，则女学生人数的最大值为__________.

②该小组人数的最小值为__________.

三、解答题：（共3道小题，共35分。请把正确答案填在答题纸上）

16.（本题满分10分）已知集合$A=\{x|x^2-4x-12\le 0\}$，$B=\{x|x^2-2x+1-m^2\le 0,m>0\}$.

(1)求集合A，B；

(2)若$x\in A$是$x\in B$成立的________条件，判断实数m是否存在？若实数m存在，求出m的取值范围；若不存在，说明理由.

[请在①充分不必要条件，②必要不充分条件，③充要条件这三个条件中任选一个，补充在问题(2)中，并作答.]

17.（本题满分12分）

已知关于x，y的方程组$\begin{cases}2x^2+y^2=2\\ y=kx+1\end{cases}$其中$k\in\mathbf{R}$.

(1)当$k=1$时，求该方程组的解；

(2)证明：无论k为何值，该方程组总有两组不同的解；

(3)记该方程组的两组不同的解分别为$\begin{cases}x=x_1\\ y=y_1\end{cases}$和$\begin{cases}x=x_2\\ y=y_2\end{cases}$，判断$3(y_1+y_2)-2y_1y_2$是否为定值.若为定值，请求出该值；若不是定值，请说明理由.

18．设$n(n\geq 2)$为正整数，若$\alpha=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$满足:

①$x_i\in\{0,1,\cdots,n-1\},i=1,2,\cdots,n$；

②对于$1\leq i<j\leq n$，均有$x_i\neq x_j$.

则称$\alpha=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$具有性质$E(n)$.

对于$\alpha=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$和$\beta=(y_1,y_2,\cdots,y_n)$，

定义集合$T(\alpha,\ \beta)=\{t\,|\,t=|x_i-y_i|,\ i=1,2,\cdots,n\}$.

（1）（本小题6分）设$\alpha=(0,1,2)$，若$\beta=(y_1,y_2,y_3)$具有性质$E(3)$，写出一个β及相应的$T(\alpha,\ \beta)$；

（2）（本小题7分）设α和β具有性质$E(6)$，那么$T(\alpha,\ \beta)$是否可能为$\{0,1,2,3,4,5\}$，若可能，写出一组α和β，若不可能，说明理由；

（选做）（3）（本小题10分）设α和β具有性质$E(n)$，对于给定的α，求证：满足$T(\alpha,\ \beta)=\{0,1,\cdots,n-1\}$的$\beta$有偶数个.