

# 2024 北京清华附中朝阳学校初三 9 月月考

## 数 学

### 一、填空题（每题 3 分，共 24 分）

1. 下列变量具有二次函数关系的是（ ）

- A. 圆的周长  $C$  与半径  $r$
- B. 在弹性限度内，弹簧的长度  $y$  与所挂物体的质量  $x$
- C. 正三角形的面积  $S$  与边长  $a$
- D. 匀速行驶的汽车，路程  $s$  与时间  $t$

2. 抛物线  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}$  的对称轴是（ ）

- A.  $x=3$
- B.  $x=-3$
- C.  $x=6$
- D.  $x=-\frac{5}{2}$

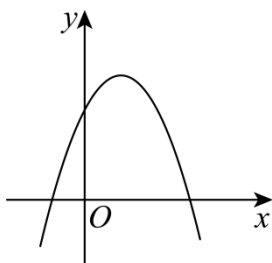
3. 下列所给方程中，没有实数根的是（ ）

- A.  $x^2 + x = 0$
- B.  $4x^2 - 5x + 2 = 0$
- C.  $5x^2 - 4x - 1 = 0$
- D.  $3x^2 - 4x + 1 = 0$

4. 用配方法解方程  $x^2 - 2x - 4 = 0$ ，配方正确的是（ ）

- A.  $(x-1)^2 = 3$
- B.  $(x-1)^2 = 4$
- C.  $(x-1)^2 = 5$
- D.  $(x+1)^2 = 3$

5. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象如图所示，则下列结论中，正确的是（ ）

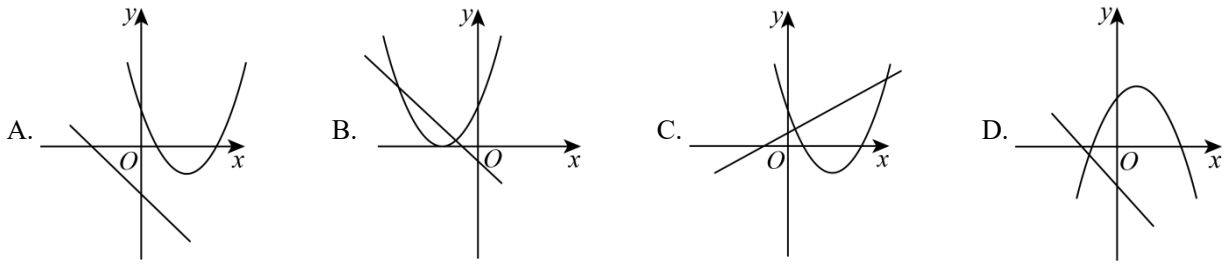


- A.  $a > 0, b > 0, c > 0$
- B.  $a < 0, b > 0, c > 0$
- C.  $a < 0, b > 0, c < 0$
- D.  $a < 0, b < 0, c > 0$

6. 已知方程  $2x^2 + 4x - 3 = 0$  的两根分别为  $x_1$  和  $x_2$ ，则  $x_1 + x_2$  的值等于（ ）

- A. 2
- B. -2
- C.  $\frac{3}{2}$
- D.  $-\frac{3}{2}$

7. 函数  $y = ax^2 - 2x + 1$  和  $y = ax + a$  ( $a$  是常数，且  $a \neq 0$ ) 在同一平面直角坐标系中的图象可能是（ ）



8. 已知一个二次函数图象经过  $P_1(-3, y_1)$ ,  $P_2(-1, y_2)$ ,  $P_3(1, y_3)$ ,  $P_4(3, y_4)$  四点, 若  $y_3 < y_2 < y_4$ , 则  $y_1, y_2, y_3, y_4$  的最值情况是( )

- A.  $y_3$  最小,  $y_1$  最大  
 B.  $y_3$  最小,  $y_4$  最大  
 C.  $y_1$  最小,  $y_4$  最大  
 D. 无法确定

**二、填空题 (每题 3 分, 共 24 分)**

9. 关于  $x$  的一元二次方程  $(m-1)x^2 + x + m^2 - 1 = 0$  有一根为 0, 则  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ .

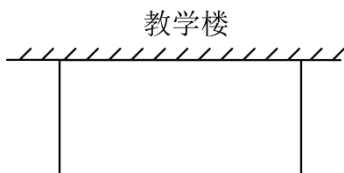
10. 方程  $x^2 = x$  的解是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

11. 把函数  $y = -3x^2$  的图象向左平移 2 个单位, 再向上平移 5 个单位, 得到的图象的解析式是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

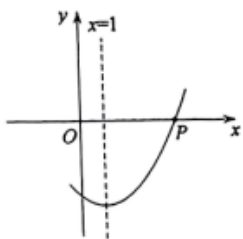
12. 已知抛物线  $y = x^2 + 2x$  经过点  $(-4, y_1), (1, y_2)$ , 则  $y_1 \underline{\hspace{1cm}} y_2$ . (填“>”, “=”, “<”)

13. 二次函数  $y = -x^2 + 2x - 3$ , 用配方法化为  $y = a(x-h)^2 + k$  的形式为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 如图, 要在空地上用 40 米长的竹篱笆围出一个矩形园地, 矩形的一边靠教学楼 25 米的外墙, 其余三边用竹篱笆. 设矩形垂直于的一边为  $x$  米, 面积为  $y$  平方米. 写出  $y$  与  $x$  的函数关系式  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 自变量  $x$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



15. 如图, 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  的部分图象如图所示, 若点  $P$  的坐标为  $(4, 0)$ , 则抛物线与  $x$  轴的另一个交点坐标是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



16. 车间里有五台车床同时出现故障. 已知第一台至第五台修复的时间如下表:

车床代号	A	B	C	D	E
修复时间 (分钟)	13	7	23	5	9

若每台车床停产一分钟造成经济损失 10 元, 修复后即可投入生产.

(1) 若只有一名修理工，且一名修理工每次只能修理一台机床，则下列三个修复车床的顺序：①  $D \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B$ ；②  $D \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow C$ ；③  $C \rightarrow A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow D$  中，经济损失最少的是\_\_\_\_\_（填序号）；

(2) 若由两名修理工同时修复车床，且每台机床只由一名修理工修理，则最少经济损失为\_\_\_\_\_元。

### 三、解答题（17-19 每题 4 分，20~23 每题 5 分，24 题 6 分，25~26 每题 7 分，共 52 分）

17. 解方程： $x(x+2) = 3x+2$  .

18. 解方程  $4x^2 - 4x + 1 = (x+5)^2$

19. 已知 -1 是方程  $x^2+ax - b=0$  的一个根，求  $a^2 - b^2+2b$  的值.

20. 已知关于  $x$  的方程  $x^2 - (m+3)x + m + 2 = 0$  .

(1) 求证：无论实数  $m$  取何值时，方程总有实数根；

(2) 若方程有一个根的平方等于 4，求  $m$  的值.

21. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象经过点  $A(2,1)$  和  $B(0,-1)$  .

(1) 求该函数解析式；

(2) 当  $x > -2$  时，对于  $x$  的每一个值，函数  $y = \frac{1}{2}x + n$  的值小于函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的值且大于 -4，直接写出  $n$  的取值范围.

22. 一个小球以  $6\text{m/s}$  的速度开始向前滚动，并且均匀减速， $4\text{s}$  后小球停止滚动.

(1) 小球的滚动速度平均每秒减少\_\_\_\_\_米，滚动\_\_\_\_\_米后停止.

(2) 小球滚动  $11\text{m}$  约用了多少秒？（结果保留小数点后一位， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ）（提示：匀变速直线运动中，每个时间段内的平均速度  $v$ （初速度与末速度的算术平均数）与路程  $s$ ，时间  $t$  的关系为  $s = vt$ ）

23. 已知：二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  中的  $x$  和  $y$  满足下表：

$x$	...	0	1	2	3	4	5	...
$y$	...	3	0	-1	0	$m$	8	...

(1) 直接写出  $m$  的值为\_\_\_\_\_；

(2) 求这个二次函数的解析式；

(3) 当  $-1 < x < 4$  时， $y$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

### 24. 综合与实践

#### 【项目背景】

无核柑橘是我省西南山区特产，该地区某村有甲、乙两块成龄无核柑橘园. 在柑橘收获季节，班级同学前往该村开展综合实践活动，其中一个项目是：在日照、土质、空气湿度等外部环境基本一致的条件下，对两块柑橘园的优质柑橘情况进行调查统计，为柑橘园的发展规划提供一些参考.

#### 【数据收集与整理】

从两块柑橘园采摘的柑橘中各随机选取 200 个. 在技术人员指导下, 测量每个柑橘的直径, 作为样本数据. 柑橘直径用  $x$  (单位:  $\text{cm}$ ) 表示.

将所收集的样本数据进行如下分组:

组别	$A$	$B$	$C$	$D$	$E$
$x$	$3.5 \leq x < 4.5$	$4.5 \leq x < 5.5$	$5.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 7.5$	$7.5 \leq x \leq 8.5$

整理样本数据, 并绘制甲、乙两园样本数据的频数直方图, 部分信息如下:

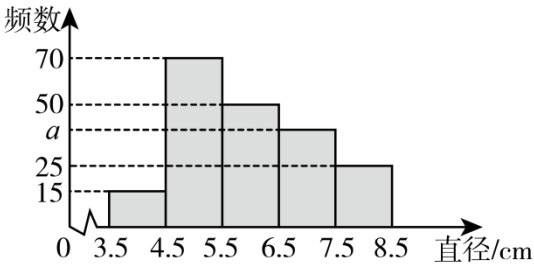


图1 甲园样本数据频数直方图

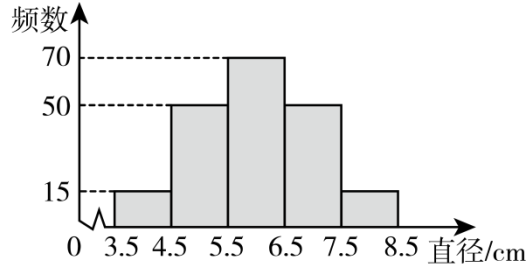


图2 甲园样本数据频数直方图

任务 1 求图 1 中  $a$  的值.

**【数据分析与运用】**

任务 2  $A, B, C, D, E$  五组数据的平均数分别取为 4, 5, 6, 7, 8, 计算乙园样本数据的平均数.

任务 3 下列结论一定正确的是\_\_\_\_\_ (填正确结论的序号).

- ①两园样本数据的中位数均在  $C$  组;
- ②两园样本数据的众数均在  $C$  组;
- ③两园样本数据的最大数与最小数的差相等.

任务 4 结合市场情况, 将  $C, D$  两组的柑橘认定为一级,  $B$  组的柑橘认定为二级, 其它组的柑橘认定为三级, 其中一级柑橘的品质最优, 二级次之, 三级最次. 试估计哪个园的柑橘品质更优, 并说明理由.

根据所给信息, 请完成以上所有任务.

25. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $y = 4x + 4$  与  $x$  轴、 $y$  轴分别交于点  $A, B$ , 抛物线

$y = ax^2 + bx - 3a$  经过点  $A$ , 将点  $B$  向右平移 5 个单位长度, 得到点  $C$ .

- (1) 求点  $C$  的坐标;
- (2) 求抛物线的对称轴;
- (3) 若抛物线与线段  $BC$  恰有一个公共点, 结合函数图象, 求  $a$  的取值范围.

26. 四边形  $ABCD$  是正方形,  $AC$  是对角线,  $E$  是平面内一点, 且  $CE < BC$ , 过点  $C$  作  $FC \perp CE$ , 且  $CF = CE$ , 连接  $AE, AF, M$  是  $AF$  的中点, 作射线  $DM$  交  $AE$  于点  $N$ .

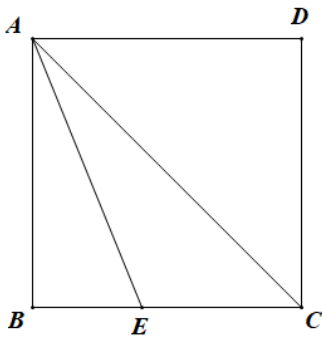


图1

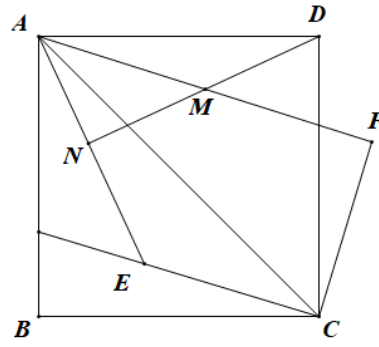


图2

(1) 如图1, 若点  $E$  在  $BC$  边上,  $F$  在  $CD$  边上.

① 请补全图形;

② 请问  $DN$  和  $AE$  有怎样的位置关系, 并证明;

(2) 如图2, 若点  $E$  在四边形  $ABCD$  内, 点  $F$  在直线  $BC$  上方, 求  $\angle EAC$  与  $\angle ADN$  的度的度数.

## 参考答案

### 一、填空题（每题3分，共24分）

#### 1. 【答案】C

【分析】本题主要考查的是二次函数的定义，根据题意列出函数关系式是解题的关键。根据二次函数的定义判断即可得解，

【详解】解：A.  $C = 2\pi r$ ，圆的周长  $C$  与半径  $r$  之间是一次函数的关系；

B. 弹簧的长度  $y$  是随着物体的质量  $x$  增大而增长的，是一次函数关系；

C. 正三角形的面积  $S = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$ ，正三角形的面积  $S$  与边长  $a$  之间是二次函数关系；

D.  $S = vt$ ，故匀速行驶的汽车，路程  $s$  与时间  $t$  之间是一次函数关系；

故选：C.

#### 2. 【答案】A

【详解】解：∵  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}$

∴  $a = -\frac{1}{2}$ ， $b = 3$

∴ 对称方程为  $x = -\frac{3}{2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = 3$

故选 A.

【点睛】本题考查二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的对称轴方程为： $x = -\frac{b}{2a}$ .

#### 3. 【答案】B

【分析】本题考查了一元二次方程根的判别式；逐一求出四个选项中方程的根的判别式的值，取其小于零的选项即可得出结论.

【详解】解：A、∵  $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 0 = 1 > 0$ ，

∴ 一元二次方程有两个不相等的实数根；

B、∵  $\Delta = (-5)^2 - 4 \times 4 \times 2 = -7 < 0$ ，

∴ 一元二次方程没有实数根；

C、∵  $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 5 \times (-1) = 36 > 0$ ，

∴ 一元二次方程有两个不相等的实数根；

D、∵  $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 3 \times 1 = 4 > 0$ ，

∴ 一元二次方程有两个不相等的实数根.

故选：B.

#### 4. 【答案】C

【分析】把常数项-4移项后，应该在左右两边同时加上一次项系数-2的一半的平方。

【详解】解：把方程  $x^2-2x-4=0$  的常数项移到等号的右边，得到  $x^2-2x=4$ ，  
方程两边同时加上一次项系数一半的平方，得到  $x^2-2x+1=4+1$ ，  
配方得  $(x-1)^2=5$ 。

故选 C。

【点睛】本题考查了解一元二次方程--配方法。配方法的一般步骤：

- (1) 把常数项移到等号的右边；
- (2) 把二次项的系数化为 1；
- (3) 等式两边同时加上一次项系数一半的平方。

#### 5. 【答案】B

【分析】本题考查二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  系数符号的确定。由抛物线的开口方向判断  $a$  的符号，由抛物线与  $y$  轴的交点判断  $c$  的符号，然后根据对称轴的位置及开口方向可判断  $b$  的符号，进而对所得结论进行判断。

【详解】解：由抛物线的开口向下知  $a < 0$ ，  
与  $y$  轴的交点为在  $y$  轴的正半轴上，  
 $\therefore c > 0$ ，

对称轴为  $x = -\frac{b}{2a} > 0$ ，

$\therefore a、b$  异号，即  $b > 0$ 。

故选：B。

#### 6. 【答案】B

【分析】直接根据根与系数的关系求解。

【详解】方程  $2x^2+4x-3=0$  中， $a=2$ ， $b=4$ ， $c=-3$ ，

故  $x_1+x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{4}{2} = -2$ 。

故选：B。

【点睛】本题考查了根与系数的关系：若  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 的两根时， $x_1+x_2 =$

$-\frac{b}{a}$ ， $x_1x_2 = \frac{c}{a}$ 。

#### 7. 【答案】C

【分析】本题考查了一次函数与二次函数的图象性质：可先根据一次函数的图象判断  $a$  的符号，再判断二次函数图象与实际是否相符，判断正误。正确掌握相关性质内容是解题的关键。

【详解】解：A、由一次函数  $y = ax + a$  的图象可得： $a < 0$ ，此时二次函数  $y = ax^2 - 2x + 1$  的图象应该开口向下，故选项错误；

B、由一次函数  $y = ax + a$  的图象可得： $a < 0$ ，此时二次函数  $y = ax^2 - 2x + 1$  的图象应该开口向下，故选

项错误；

C、由一次函数  $y = ax + a$  的图象可得： $a > 0$ ，此时二次函数  $y = ax^2 - 2x + 1$  的图象应该开口向上，对称轴  $x = -\frac{-2}{2a} > 0$ ，故选项正确；

D、由一次函数  $y = ax + a$  的图象可得： $a < 0$ ，此时二次函数  $y = ax^2 - 2x + 1$  的对称轴  $x = -\frac{-2}{2a} < 0$ ，故选项错误。

故选：C。

8. 【答案】A

【分析】根据题意判断抛物线开口向上，对称轴在直线  $x = 0$  与直线  $x = 1$  之间，然后根据点到对称轴的距离的大小即可判断。

【详解】∵二次函数图象经过  $P_1(-3, y_1)$ ， $P_2(-1, y_2)$ ， $P_3(1, y_3)$ ， $P_4(3, y_4)$  四点，且  $y_3 < y_2 < y_4$ ，  
∴抛物线的开口向上，且对称轴在直线  $x = 0$  与直线  $x = 1$  之间，

∴  $P_1(-3, y_1)$  离对称轴的距离最大， $P_3(1, y_3)$  离对称轴的距离最小，

∴  $y_3$  最小， $y_1$  最大，

故答案为：A。

【点睛】本题考查了二次函数图象上点的坐标的特征，二次函数的性质，判断开口方向及对称轴的位置是解题的关键。

## 二、填空题（每题 3 分，共 24 分）

9. 【答案】-1

【分析】本题考查了一元二次方程的解，一元二次方程的定义，解一元二次方程，根据一元二次方程的解的定义，将  $x = 0$  代入原方程，列出关于  $m$  的方程，通过解关于  $m$  的方程即可求得  $m$  的值，熟练掌握知识点的应用是解题的关键。

【详解】解：∵关于  $x$  的一元二次方程  $(m-1)x^2 + x + m^2 - 1 = 0$  有一根为 0，

∴  $x = 0$  满足关于  $x$  的一元二次方程  $(m-1)x^2 + x + m^2 - 1 = 0$ ，且  $m-1 \neq 0$ ，

$$\text{即} \begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ m - 1 \neq 0 \end{cases},$$

解得： $m = -1$ ，

故答案为：-1。

10. 【答案】 $x_1 = 0$ ， $x_2 = 1$

【分析】本题考查一元二次方程的知识，解题的关键是因式分解解一元二次方程，即可。

【详解】解： $x^2 = x$ ，

移项得： $x^2 - x = 0$ ，



提公因式得： $x(x-1)=0$ ，

$\therefore x=0$ 或 $x-1=0$ ，

解得： $x_1=0$ ， $x_2=1$ ，

故答案为： $x_1=0$ ， $x_2=1$ 。

11. 【答案】  $y=-3(x+2)^2+5$

【分析】根据左上加的平移原则计算即可。

本题考查了二次函数的平移计算，熟练掌握做上加，左右平移，位于 $x$ 上，上下平移，对于 $y$ 实施是解题的关键。

【详解】解：根据题意，得 $y=-3(x+2)^2+5$ 。

故答案为： $y=-3(x+2)^2+5$ 。

12. 【答案】  $>$

【分析】求出 $y_1, y_2$ 的值即可判断。

【详解】解： $x=-4$ 时， $y_1=8$ ，

$x=1$ 时， $y_2=3$ ，

$\therefore y_1 > y_2$ ，

故答案为： $>$ 。

【点睛】本题考查二次函数图象上点的坐标特征，解题的关键是熟练掌握待定系数法。

13. 【答案】  $y=-(x-1)^2-2$

【分析】直接利用配方法表示出顶点式即可。

【详解】 $\because y=-x^2+2x-3$

$=-(x^2-2x)-3$

$=-(x-1)^2-2$ 。

故答案为 $y=-(x-1)^2-2$ 。

【点睛】此题主要考查了二次函数的三种形式，正确配方法是解题关键。

14. 【答案】 ①.  $y=-2x^2+40x$  ②.  $7.5 \leq x < 20$

【分析】本题考查二次函数的应用、矩形的周长和面积公式，熟练掌握二次函数的性质是解答的关键。先用 $x$ 表示出矩形的长，再利用矩形的面积公式得出 $y$ 与 $x$ 的函数关系式，再结合矩形的性质与墙的长度列不等式组解题即可；

【详解】解：由题意，设矩形垂直于的一边为 $x$ 米，则矩形的长为 $(40-2x)$ 米，

则矩形的面积 $y=x(40-2x)=-2x^2+40x$ ，

即 $y$ 与 $x$ 的函数关系式为 $y=-2x^2+40x$ ；

$$\therefore \begin{cases} x > 0 \\ 0 < 40 - 2x \leq 25 \end{cases},$$

解得：  $7.5 \leq x < 20$ ；

故答案为：  $y = -2x^2 + 40x$ ，  $7.5 \leq x < 20$

15. 【答案】  $(-2, 0)$

【分析】 本题考查二次函数的图象与性质，根据二次函数的对称性求解即可。

【详解】 解：根据图象，该二次函数的对称轴为直线  $x = 1$ ，

$\therefore$  点  $P$  的坐标为  $(4, 0)$ ，

$\therefore$  当  $x = -2$  和  $x = 4$  时，  $y = 0$ ，

$\therefore$  抛物线与  $x$  轴的另一个交点坐标是  $(-2, 0)$ ，

故答案为：  $(-2, 0)$ 。

16. 【答案】 ①. ② ②. 850

【分析】 本题考查了逻辑推理，有理数的加法和乘法混合运算的实际应用，找出方案是解题的关键。

(1) 因为要经济损失最少，就要使总停产的时间尽量短，显然先修复时间短的，分别根据题意求解判断即可；

(2) 一名修理工修按  $B \rightarrow E \rightarrow A$  的顺序修，另一名修理工修按  $D \rightarrow C$ ，修复时间最短，据此计算即可；

【详解】 解：(1) 要使经济损失最少，就要使总停产最短即可，

则先修复时间短，让机器尽快回复运转，

$\therefore 5 \rightarrow 7 \rightarrow 9 \rightarrow 13 \rightarrow 23$ ，即修复车床的顺序：②  $D \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow C$ ，

故答案为：②；

(2) 一名修理工修理 7 分钟，9 分钟，13 分钟，共需 29 分钟，另一名修理工修理 5 分钟，理 23 分钟，共需 28 分钟，

$\therefore$  五台机器总停产时间为  $7 \times 3 + 9 \times 2 + 13 \times 1 + 5 \times 2 + 23 \times 1 = 85$  (分)，

$\therefore$  则最少经济损失为  $85 \times 10 = 850$  (元)，

故答案为：850。

三、解答题 (17-19 每题 4 分，20~23 每题 5 分，24 题 6 分，25~26 每题 7 分，共 52 分)

17. 【答案】  $x_1 = -1, x_2 = 2$

【分析】 利用因式分解法法求解即可。

本题考查了因式分解法求解方程的根，选择适当解方程的方法是解题的关键。

【详解】 解： $\because x(x+2) = 3x+2$ ，

$\therefore x^2 - x - 2 = 0$

$$\therefore (x-2)(x+1)=0,$$

解得  $x_1 = -1, x_2 = 2$ .

18. 【答案】  $x_1 = 6, x_2 = -\frac{4}{3}$

【分析】 本题考查的是一元二次方程的应用，把方程化为  $(2x-1)^2 = (x+5)^2$ ，再利用直接开平方法解方程即可。

【详解】 解：  $4x^2 - 4x + 1 = (x+5)^2$ ,

$$\therefore (2x-1)^2 = (x+5)^2,$$

$$\therefore 2x-1 = x+5 \text{ 或 } 2x-1 = -x-5,$$

解得：  $x_1 = 6, x_2 = -\frac{4}{3}$ .

19. 【答案】 1

【分析】 把  $x=-1$  代入方程  $x^2 + ax - b = 0$ , 得  $a+b=1$ , 再代入  $a^2 - b^2 + 2b$  中即可。

【详解】 解：  $\because -1$  是方程  $x^2 + ax - b = 0$  的一个根，

$$\therefore 1 - a - b = 0.$$

$$\therefore a + b = 1.$$

$$\therefore a^2 - b^2 + 2b$$

$$= (a+b)(a-b) + 2b$$

$$= a - b + 2b$$

$$= a + b$$

$$= 1.$$

【点睛】 本题考查了一元二次方程的解。一元二次方程的根一定满足该方程。

20. 【答案】 (1) 证明见解析

(2) 0 或 -4

【分析】 (1) 利用根的判别式计算判断即可。

(2) 根据题意得到  $x = \pm 2$  是原方程的根，将其代入列出关于  $m$  的新方程，通过解新方程求得  $m$  的值。

【小问 1 详解】

证明：  $\because x^2 - (m+3)x + m + 2 = 0$ ,

$$\therefore \Delta = [-(m+3)]^2 - 4(m+2) = m^2 + 2m + 1 = (m+1)^2 \geq 0,$$

$\therefore$  无论实数  $m$  取何值，方程总有实数根。

【小问 2 详解】

解：∵方程有一个根的平方等于 4，且  $(\pm 2)^2 = 4$ ，

∴  $x = \pm 2$  是原方程的根，

当  $x = 2$  时， $4 - 2(m + 3) + m + 2 = 0$ 。

解得  $m = 0$ ；

当  $x = -2$  时， $4 + 2(m + 3) + m + 2 = 0$ 。

解得  $m = -4$ 。

综上所述， $m$  的值为 0 或 -4。

【点睛】 本题考查的是根的判别式及一元二次方程的解的定义，在解答（2）时要分类讨论，这是此题的易错点。

21. 【答案】 (1)  $y = x - 1$

(2)  $-3 \leq n \leq -2$

【分析】 本题考查待定系数法求一次函数解析式，一次函数图象及性质等。

(1) 将点  $A(2, 1)$  和  $B(0, -1)$  代入  $y = kx + b (k \neq 0)$  中即可得到本题答案；

(2) 根据  $y = x - 1$  可得与  $y$  轴交于  $(0, -1)$ ，再画出符合题意的图象进行分析即可得到本题答案。

【小问 1 详解】

解：由题意得：将点  $A(2, 1)$  和  $B(0, -1)$  代入  $y = kx + b (k \neq 0)$  中得：

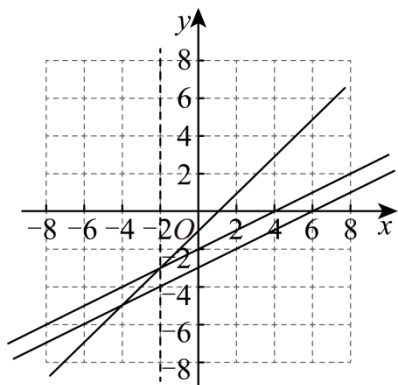
$$\begin{cases} 2k + b = 1 \\ b = -1 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

∴该函数解析式为： $y = x - 1$ ；

【小问 2 详解】

解：当  $x = -2$  时，代入  $y = x - 1$  得： $y = -3$ ，

在平面直角坐标系中画出直线  $y = x - 1$  和满足条件的直线  $y = \frac{1}{2}x + n$ ，如图：



∴当  $x > -2$  时，对于  $x$  的每一个值，函数  $y = \frac{1}{2}x + n$  的值小于函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的值，

∴当  $y = \frac{1}{2}x + n$  过  $(-2, -3)$  时满足题意

$$\therefore \frac{1}{2} \times (-2) + n = -3, \quad n = -2,$$

∴当  $x > -2$  时, 对于  $x$  的每一个值, 函数  $y = \frac{1}{2}x + n$  的值大于  $-4$ ,

∴当  $y = \frac{1}{2}x + n$  过  $(-2, -4)$  时满足题意,

$$\therefore \frac{1}{2} \times (-2) + n = -4, \quad n = -3,$$

综上: 满足条件的  $n$  的取值范围为:  $-3 \leq n \leq -2$ .

22. 【答案】(1)  $\frac{3}{2}$ , 12;

(2) 2.8s.

【分析】本题考查了一元二次方程的应用, 重点在于求出平均每秒小球的运动减少的速度, 而平均每秒小球的运动减少的速度 = (初始速度 - 末速度) ÷ 时间.

(1) 从滚动到停下平均每秒速度减少值为: 速度变化 ÷ 小球运动速度变化的时间;

(2) 利用等量关系: 速度 × 时间 = 路程, 时间为  $x$ s, 根据题意列出方程:  $\frac{6 + (6 - \frac{3}{2}x)}{2} \cdot x = 11$  求解即可.

可.

【小问 1 详解】

解: 从滚动到停下平均每秒速度减少值为: 速度变化 ÷ 小球运动速度变化的时间,

$$\text{即 } 6 \div 4 = \frac{3}{2} \text{ (m/s),}$$

∴小球的滚动速度平均每秒减少  $\frac{3}{2}$  m/s,

∴小球的瞬时速度为  $6 - \frac{3}{2}t$ ,

∴小球滚动距离  $\frac{1}{2} \left( 6 + 6 - \frac{3}{2}t \right) t = -\frac{3}{4}t^2 + 6t$ ,

当  $t = 4$  时,  $-\frac{3}{4}t^2 + 6t = -\frac{3}{4} \times 4^2 + 6 \times 4 = -12 + 24 = 12$  (m),

∴小球滚动 12 米后停止;

故答案为:  $\frac{3}{2}$ , 12;

【小问 2 详解】

解：设小球滚动到11m用了 $x$  s，

$$\frac{6+(6-\frac{3}{2}x)}{2} \cdot x = 11'$$

整理，得 $3x^2 - 24x + 44 = 0$ ，

$$\text{解得 } x_1 = 4 + \frac{2}{3}\sqrt{3} \text{ (舍)}, x_2 = 4 - \frac{2}{3}\sqrt{3} \approx 2.8.$$

答：小球滚动到11m约用了2.8s.

23. 【答案】(1) 3 (2)  $y = (x-2)^2 - 1$  (或  $y = x^2 - 4x + 3$ )

(3)  $-1 < y < 8$

【分析】本题考查待定系数法求二次函数的解析式、二次函数的性质，正确求得二次函数解析式是解答的关键.

(1) 根据表格数据及二次函数的对称性求解即可；

(2) 利用待定系数法求解二次函数解析式即可；

(3) 根据二次函数的对称性和增减性求解即可.

【小问1详解】

解：根据表格数据，当 $x=1$ 和 $x=3$ 时， $y=0$ ，

该二次函数图象的对称轴为直线 $x=2$ ，

$\therefore$ 当 $x=0$ 和 $x=4$ 时， $y=3$ ，

$\therefore m=3$ ，

故答案为：3；

【小问2详解】

解：根据表格数据，该二次函数图象的顶点坐标为 $(2, -1)$ ，

故设该二次函数的解析式为 $y = a(x-2)^2 - 1$ ，

将 $x=0$ ， $y=3$ 代入，得 $3 = 4a - 1$ ，解得 $a=1$ ，

$\therefore$ 该二次函数的解析式为 $y = (x-2)^2 - 1$  (或  $y = x^2 - 4x + 3$ )；

【小问3详解】

解：由 $y = (x-2)^2 - 1$ 得：当 $x > 2$ 时， $y$ 随 $x$ 的增大而增大，当 $x < 2$ 时， $y$ 随 $x$ 的增大而减小，

$\therefore -1 < x < 4$ ，

$\therefore$ 当 $x = -1$ 时， $y$ 取最大值，最大值为 $y = -1 - 2^2 - 1 = 8$ ，

当 $x = 2$ 时， $y$ 取最小值，最小值为 $-1$ ，

$\therefore$ 当 $-1 < x < 4$ 时， $y$ 的取值范围为 $-1 < y < 8$ ，

故答案为： $-1 < y < 8$ 。

24. 【答案】任务 1: 40; 任务 2: 6; 任务 3: ①; 任务 4: 乙园的柑橘品质更优, 理由见解析

【分析】题目主要考查统计表及频数分布直方图, 平均数、中位数及众数的求法, 根据图标获取相关信息是解题关键.

任务 1: 直接根据总数减去各部分的数据即可;

任务 2: 根据加权平均数的计算方法求解即可;

任务 3: 根据中位数、众数的定义及样本中的数据求解即可;

任务 4: 分别计算甲和乙的一级率, 比较即可.

【详解】解: 任务 1:  $a = 200 - 15 - 70 - 50 - 25 = 40$ ;

任务 2:  $\frac{15 \times 4 + 50 \times 5 + 70 \times 6 + 50 \times 7 + 15 \times 8}{200} = 6$ ,

乙园样本数据的平均数为 6;

任务 3: ①:  $15 + 70 \langle 100, 15 + 70 + 50 \rangle 101$ ,

$\therefore$  甲园样本数据的中位数在 C 组,

$\therefore 15 + 50 \langle 100, 15 + 50 + 70 \rangle 101$ ,

$\therefore$  乙园样本数据的中位数在 C 组, 故①正确;

②由样本数据频数直方图得, 甲园样本数据的众数均在 B 组, 乙园样本数据的众数均在 C 组, 故②错误;

③无法判断两园样本数据的最大数与最小数的差是否相等, 故③错误;

故答案为: ①;

任务 4: 甲园样本数据的一级率为:  $\frac{50 + 40}{200} \times 100\% = 45\%$ ,

乙园样本数据的一级率为:  $\frac{70 + 50}{200} \times 100\% = 60\%$ ,

$\therefore$  乙园样本数据的一级率高于甲园样本数据的一级率,

$\therefore$  乙园的柑橘品质更优.

25. 【答案】(1) C (5, 4); (2)  $x=1$ ; (3)  $a < -\frac{4}{3}$  或  $a \geq \frac{1}{3}$  或  $a = -1$ .

【详解】分析: (1) 根据直线  $y = 4x + 4$  与  $x$  轴、 $y$  轴交于 A、B. 即可求出 A (-1, 0), B (0, 4), 根据点的平移即可求出点 C 的坐标;

(2) 根据抛物线  $y = ax^2 + bx - 3a$  过 A (-1, 0), 代入即可求得  $b = -2a$ , 根据抛物线的对称轴方程即可求出抛物线的对称轴;

(3) 分①当抛物线过点 C 时. ②当抛物线过点 B 时. ③当抛物线顶点在 BC 上时. 三种情况进行讨论即可.

详解: (1) 解:  $\therefore$  直线  $y = 4x + 4$  与  $x$  轴、 $y$  轴交于 A、B.

$\therefore$  A (-1, 0), B (0, 4)

$\therefore$  C (5, 4)

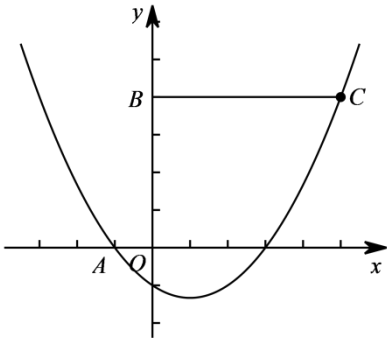
(2) 解：抛物线  $y = ax^2 + bx - 3a$  过 A  $(-1, 0)$

$$\therefore a - b - 3a = 0. \quad b = -2a$$

$$\therefore y = ax^2 - 2ax - 3a$$

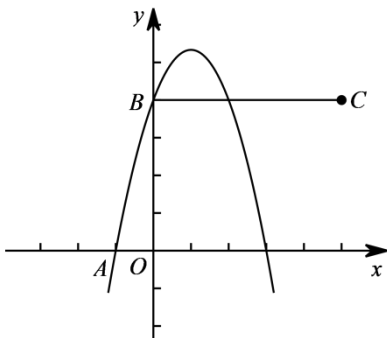
$$\therefore \text{对称轴为 } x = -\frac{-2a}{2a} = 1.$$

(3) 解：①当抛物线过点 C 时.



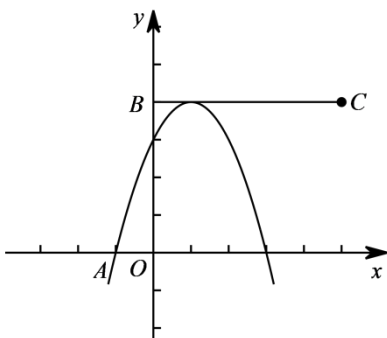
$$25a - 10a - 3a = 4, \text{ 解得 } a = \frac{1}{3}.$$

②当抛物线过点 B 时.



$$-3a = 4, \text{ 解得 } a = -\frac{4}{3}.$$

③当抛物线顶点在 BC 上时.



此时顶点为  $(1, 4)$



$\therefore a - 2a - 3a = 4$ , 解得  $a = -1$ .

$\therefore$  综上所述  $a < -\frac{4}{3}$  或  $a \geq \frac{1}{3}$  或  $a = -1$ .

点睛：属于二次函数的综合题，考查了一次函数与坐标轴的交点，点的平移，抛物线对称轴，抛物线与线段交点问题，注意分类讨论思想在解题中的应用.

26. 【答案】(1) ① 补全图见解析；②  $DN \perp AE$ ，理由见解析；

(2)  $\angle ADN + \angle EAC = 45^\circ$ .

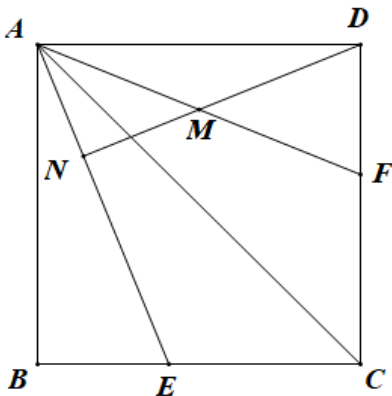
【分析】(1) ① 根据题意画图即可；

② 由正方形的性质得  $\angle ABE = \angle ADF = 90^\circ$ ， $AB = BC = CD = AD$ ，通过“SAS”可证  $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ ，可得  $\angle BAE = \angle DAF$ ，然后由直角三角形的性质可得  $\angle BAE = \angle ADN$ ，最后由直角三角形的性质可得结论；

(2) 延长  $AD$  至  $H$ ，使得  $DH = AD$ ，连接  $FH$ ， $CH$ ，由“SAS”可得  $\triangle ACE \cong \triangle HCF$ ，可得  $\angle EAC = \angle FHC$ ，由三角形中位线定理可得  $\angle ADN = \angle AHF$ ，即可求解.

【小问1详解】

① 如图，



②  $DN \perp AE$ ，理由，

$\because$  四边形  $ABCD$  是正方形，

$\therefore \angle ABE = \angle ADF = 90^\circ$ ， $AB = BC = CD = AD$ ，

$\because CE = CF$ ，

$\therefore BC - CE = CD - CF$ ，

$\therefore DF = BE$ ，

在  $\triangle ABE$  和  $\triangle ADF$  中，

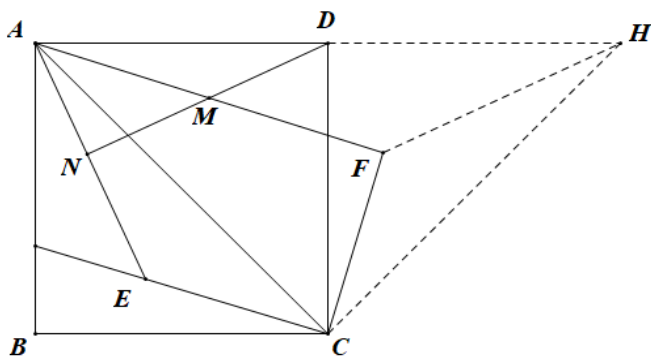
$$\begin{cases} BE = DF \\ \angle ABE = \angle ADF = 90^\circ \\ AB = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADF$  (SAS)，

$\therefore \angle BAE = \angle DAF$  ,  
 $\because M$  是  $AF$  的中点,  $\angle ADF = 90^\circ$  ,  
 $\therefore AM = DM$  ,  
 $\therefore \angle ADN = \angle DAF$  ,  
 $\therefore \angle BAE = \angle ADN$  ,  
 $\because \angle BAE + EAD = 90^\circ$  ,  
 $\therefore \angle EAD + \angle ADN = 90^\circ$  ,  
 $\therefore DN \perp AE$  ;

**【小问 2 详解】**

如图, 延长  $AD$  至  $H$ , 使得  $DH = AD$ , 连接  $FH$ ,  $CH$ ,



$\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,  
 $\therefore \angle ABE = \angle ADF = 90^\circ$ ,  $\angle CAD = \angle CAB = 45^\circ$  ,  
 $\therefore CD$  垂直平分  $AH$  ,  
 $\therefore AC = HC$  ,  
 $\therefore \angle CAD = \angle CHD = 45^\circ$  ,  
 $\therefore \angle ACH = 90^\circ$  ,  
 $\because FC \perp CE$  ,  
 $\therefore \angle ECF = 90^\circ$  ,  
 $\therefore \angle ACH = 90^\circ = \angle ECF$  ,  
 $\therefore \angle ACH - \angle ACD = \angle ECF - \angle ACD$  ,  
 $\therefore \angle ACE = \angle HCF$  ,  
 $\therefore \begin{cases} CE = CF \\ \angle ACE = \angle HCF , \\ AC = CH \end{cases}$   
 $\therefore \triangle ACE \cong \triangle HCF$  (SAS),  
 $\therefore \angle EAC = \angle FHC$  ,  
 $\because M$  是  $AF$  的中点,  $D$  是  $AH$  的中点,

$$\therefore DM \parallel FH ,$$

$$\therefore \angle ADN = \angle AHF ,$$

$$\therefore \angle ADN + \angle EAC = \angle AHF + \angle FHC = \angle AHC = 45^\circ .$$

**【点睛】** 本题考查了正方形的性质，中位线定理，垂直平分线的性质，直角三角形的性质，平行线的性质，全等三角形的判定与性质，垂直的定义，熟练掌握知识点的应用是解题的关键。