2024北京广渠门中学初三9月月考

数　学

一、选择题

1. 抛物线$y=-3x^2+6x+2$的对称轴是（　）

A. 直线$x=2$　　B. 直线$x=-2$　　C. 直线$x=1$　　D. 直线$x=-1$

2. 若方程$(m+3)x^{|m+1|}-2x=1$是关于x的一元二次方程，则m的值为（ ）

A. -3　　B. 1　　C. -1　　D. 3

3. 解一元二次方程$x^2-8x-3=0$，配方后正确的是（　）

A. $(x+4)^2=19$　　B. $(x+4)^2=13$　　C. $(x-4)^2=19$　　D. $(x-4)^2=13$

4. 将抛物线$y=2x^2$向左平移1个单位，再向上平移2个单位，所得的抛物线表达式为（ ）

A. $y=2(x+1)^2-2$　　B. $y=2(x+1)^2+2$

C. $y=2(x-1)^2+2$　　D. $y=2(x-1)^2-2$

5. 已知x_1，x_2是一元二次方程$x^2-2x-1=0$的两根，则$x_1+x_2-x_1\cdot x_2$的值是（　）

A. 1　　B. 3　　C. －1　　D. －3

6. 市政府为了解决市民看病难的问题，决定下调药品的价格．某种药品经过连续两次降价后，由每盒 200 元下调至162元，设这种药品平均每次降价的百分率为x，则可列方程（ ）

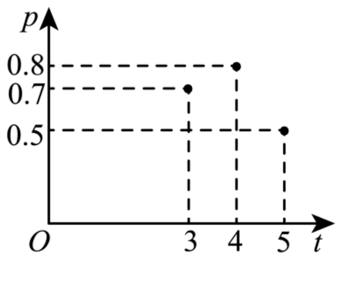
A. $200(1-x)^2=162$　　B. $162(1-x)^2=200$

C. $200(1+x)^2=162$　　D. $162(1+x)^2=200$

7. 二次函数$y=a(x-t)^2+3$，当$x>1$时，y随x的增大而减小，则实数a和t满足（　）

A. $a>0$，$t\le 1$　　B. $a<0$，$t\le 1$　　C. $a>0$，$t\ge 1$　　D. $a<0$，$t\ge 1$

8. 加工爆米花时，爆开且不糊的粒数占加工总粒数的百分比称为“可食用率”．在特定条件下，可食用率p与加工时间t（单位：分钟）满足的函数关系$p=at^2+bt+c$（a，b，c是常数），如图记录了三次实验的数据．根据上述函数模型和实验数据，可得到最佳加工时间为（　　）



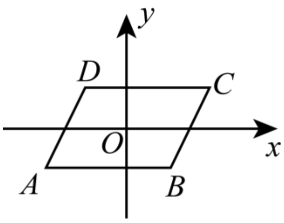
A. 4.25分钟　　B. 4.00分钟　　C. 3.75分钟　　D. 3.50分钟

二、填空题

9. 若关于 x 的函数 $y=(a+1)x^2-2x+3$ 是二次函数，则 a 的取值范围是________.

10. 已知关于 x 的方程 $x^2+2x+k-1=0$ 有两个相等的实数根，则 k 的值是_________

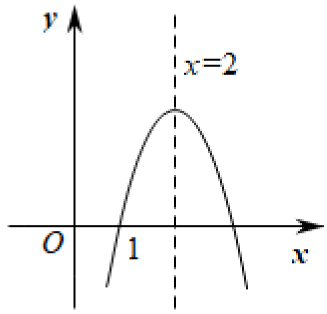
11. 以▱$ABCD$ 的对角线的交点 O 为原点，平行于 AB 边的直线为 x 轴，建立如图所示的平面直角坐标系．若 A 点坐标为 $\left(-2,-1\right)$，则 C 点坐标为______.



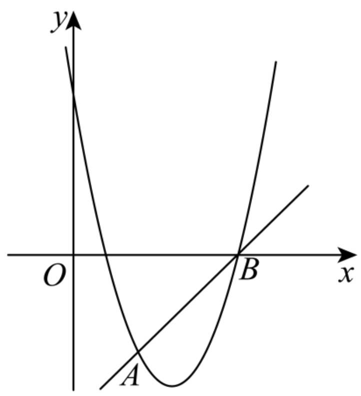
12. 写出一个开口向下且过 $\left(0,1\right)$ 的抛物线的表达式______.

13. 抛物线 $y=\left(x-2\right)^2+1$ 的顶点坐标是______.

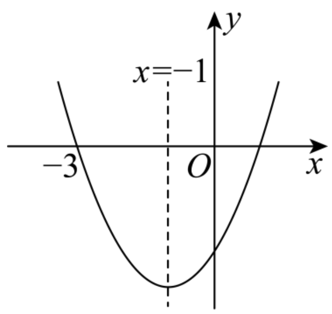
14. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为直线 $x=2$，与 x 轴的一个交点为 $(1,0)$，则关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解为__________.



15. 如图，直线 $y=mx+n$ 与抛物线 $y=x^2+bx+c$ 交于 A，B 两点，其中点 $A\left(2,-3\right)$，点 $B\left(5,0\right)$，不等式 $x^2+bx+c<mx+n$ 的解集为___________.



16. 已知函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）的图象如图所示，现有下列 4 个结论：



①$abc<0$；

②$(4a+c)^2<(2b)^2$；

③若(x_1, y_1)，(x_2, y_2)是抛物线上的两点，则当$|x_1+1|>|x_2+1|$时，$y_1<y_2$；

④抛物线的顶点坐标为$(-1, m)$，则关于x的方程$ax^2+bx+c=m-1$无实数根.

其中所有正确结论的序号是______.

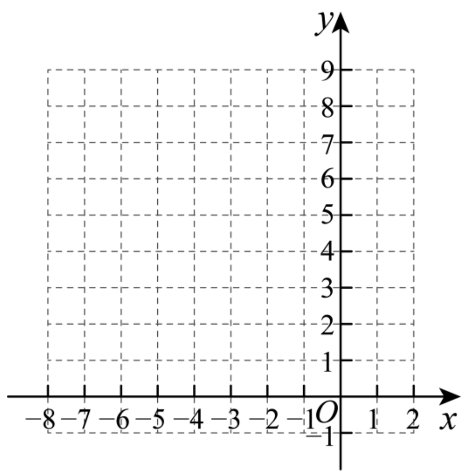
三、解答题

17. 用适当方法解下列方程：

（1）$4x^2=9$；

（2）$x^2-8x-1=0$.

18. 已知二次函数$y=-x^2-4x+5$.



（1）用配方法求函数的顶点坐标；（写过程）

（2）补全表格，并在平面直角坐标系中用描点法画出该二次函数的图象.

x	…	-5	-4	0	1	…
y	…	0	5			…

（3）根据图象回答下列问题：

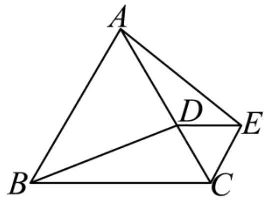
①当x______时，y随x的增大而减小；

②当x______时，函数y有最______值，是______；

③当 $y>0$ 时，x 的取值范围是______；

④当 $-5<x<0$ 时，y 的取值范围是______.

19. 如图，$\triangle ABC$ 是等边三角形，点 D 在边 AC 上，以 CD 为边作等边 $\triangle CDE$．连接 BD，AE．求证：$BD=AE$．



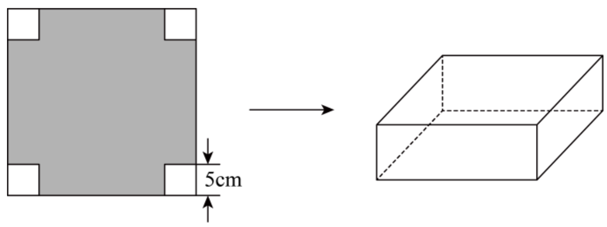
20. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=a(x-3)^2-1$ 经过点 $(2,1)$．

（1）求该抛物线的表达式；

（2）将该抛物线向上平移_______个单位后，所得抛物线与 x 轴只有一个公共点.

21. 已知 a 是方程 $2x^2+7x-1=0$ 的一个根，求代数式 $(a-2)^2-3a(a+1)$ 的值.

22. 列方程解应用题：如图，在一块边长为 $x$cm 的正方形铁皮的四角各截去一边长为 5cm 的小正方形，折成一个无盖的长方体盒子，它的容积是 2000cm^3，求边长 x.

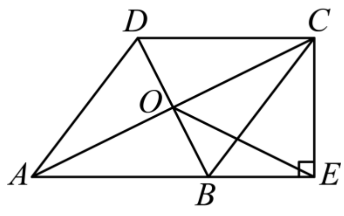


23. 已知关于 x 的方程 $kx^2-\sqrt{5}x+2=0$ 有两个实数根.

（1）求 k 的取值范围；

（2）当 k 取最大整数，求此时方程的解.

24. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB\parallel DC$，$AB=AD$，对角线 AC，BD 交于点 O，AC 平分 $\angle BAD$，过点 C 作 $CE\perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E，连接 OE．



（1）求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

（2）若 $AB=\sqrt{5}$，$BD=2$，求 OE 的长.

25. 有这样一个问题：探究函数 $y=\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{x}$ 的图象与性质，小东根据学习函数的经验，对函数 $y=\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{x}$ 的图象与性质进行了探究．下面是小东的探究过程，请补充完整：

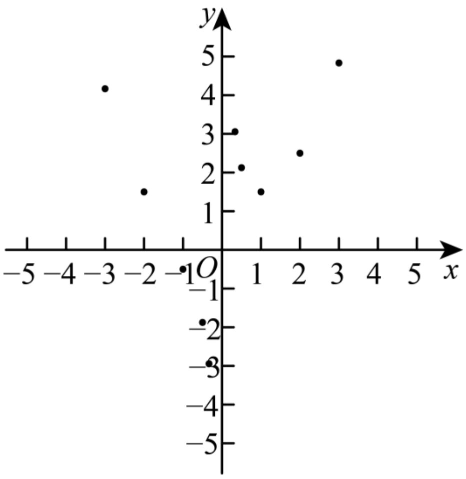
（1）函数 $y=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{x}$ 的自变量 x 的取值范围是____；

（2）下表是 y 与 x 的几组对应值．

x	…	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	…
y	…	$\frac{25}{6}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{15}{8}$	$-\frac{53}{18}$	$\frac{55}{18}$	$\frac{17}{8}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	m	…

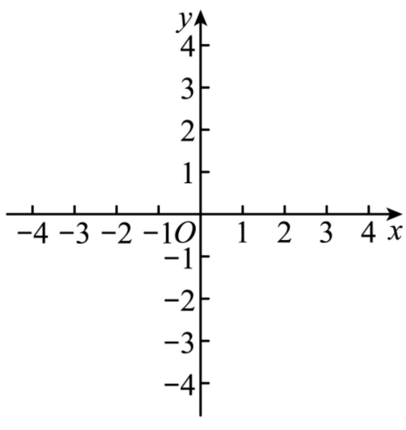
则 $m=$__________；

（3）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点．根据描出的点，画出该函数的图象；



（4）进一步探究发现，该函数图象在第一象限内的最低点的坐标是 $\left(1,\frac{3}{2}\right)$，结合函数的图象，写出该函数的其它性质（一条即可）______．

26. 已知：二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 的图象过点 $A(-1,0)$ 和 $C(0,2)$．



（1）求二次函数的表达式及对称轴；

（2）将二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 的图象在直线 $y=1$ 上方的部分沿直线 $y=1$ 翻折，图象其余的部分保持

不变，得到的新函数图象记为 G，点 $M\left(m, y_1\right)$ 在图象 G 上，且 $y_1 \geq 0$，画出新函数 G 的图象，并直接写出 m 的取值范围.

27. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB = AC$，$\angle BAC = 90°$，点 D 在边 BC 上.

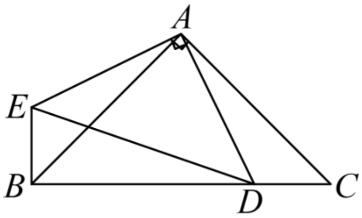


图 1

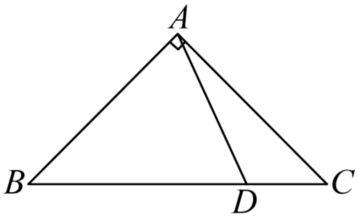


图 2

（1）如图 1，$\angle EAD = 90°$，$EA = DA$，判断线段 EB，BD，AD 的数量关系，并证明；

（2）在图 2 中，在线段 BD 取一点 F，使得 $DF = DC$，以 BF 为斜边向 $\triangle ABC$ 外作等腰直角三形 BGF，连接 AG.

①补全图形；

②判断线段 AG 与 AD 的数量关系，并证明.

28. 发现问题

小明买菠萝时发现，通常情况下，销售员都是先削去菠萝的皮，再斜着铲去菠萝的籽.

提出问题

销售员斜着铲去菠萝的籽，除了方便操作，是否还蕴含着什么数学道理呢？

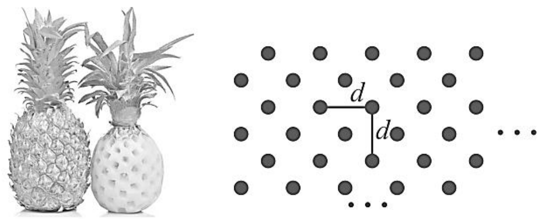


图1

分析问题

某菠萝可以近似看成圆柱体，若忽略籽的体积和铲去果肉的厚度与宽度，那么籽在侧面展开图上可以看成点，每个点表示不同的籽．该菠萝的籽在侧面展开图上呈交错规律排列，每行有 n 个籽，每列有 k 个籽，行上相邻两籽、列上相邻两籽的间距都为 d（n，k 均为正整数，$n > k \geq 3$，$d > 0$），如图 1 所示.

小明设计了如下三种铲籽方案.

方案 1：图 2 是横向铲籽示意图，每行铲的路径长为________，共铲________行，则铲除全部籽的路径总长为________；

方案 2：图 3 是纵向铲籽示意图，则铲除全部籽的路径总长为________；

方案 3：图 4 是销售员斜着铲籽示意图，写出该方案铲除全部籽的路径总长.

解决问题

在三个方案中，哪种方案铲籽路径总长最短？请写出比较过程，并对销售员的操作方法进行评价.

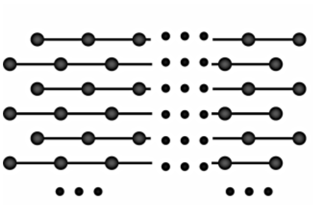


图1

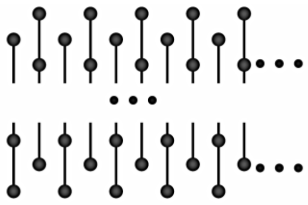


图2

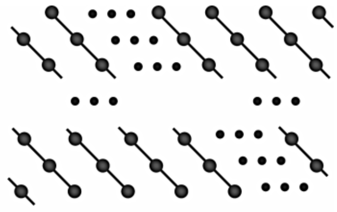


图3

参考答案

一、选择题

1. 【答案】C

【分析】将抛物线的一般式配方成为顶点式，可确定顶点坐标及对称轴．

【详解】解：$\because y=-3x^2+6x+2=-3(x-1)^2+5$，

$\therefore$抛物线顶点坐标为$(1,5)$，对称轴为$x=1$．

故选 C．

【点睛】本题考查了二次函数的性质．抛物线$y=a(x-h)^2+k$的顶点坐标为（h，k），对称轴为$x=h$．

2. 【答案】B

【分析】此题主要考查了一元二次方程的定义．根据只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 2 的整式方程叫一元二次方程进行分析即可．

【详解】解：依题意可得$m+3\neq 0$，$|m+1|=2$，

解得$m=1$，

故选：B．

3. 【答案】C

【分析】根据二次项系数为 1 的一元二次方程的配方步骤：①将常数项移到等号的右边，②两边同时加上一次项系数的一半的平方，转化成完全平方式即可．

【详解】解：$\because x^2-8x-3=0$，

$\therefore x^2-8x=3$，

$\therefore x^2-8x+16=3+16$，

$\therefore (x-4)^2=19$，

故选 C．

【点睛】本题考查了一元二次方程中的配方，熟练掌握配方的步骤是解答本题的关键．

4. 【答案】B

【分析】本题考查了二次函数的平移，根据平移法则：左加右减，上加下减，即可得出答案，熟练掌握二次函数的平移法则是解此题的关键．

【详解】解：将抛物线$y=2x^2$向左平移 1 个单位，再向上平移 2 个单位，所得的抛物线表达式为

$y=2(x+1)^2+2$，

故选：B．

5. 【答案】B

【分析】直接根据根与系数的关系求解．

【详解】由题意知：$x_1+x_2=2$，$x_1\cdot x_2=-1$，

∴原式＝2－（－1）＝3

故选B．

【点睛】本题考查了一元二次方程 ax2＋bx＋c＝0（a≠0）的根与系数的关系：若方程的两根为 x_1，x_2，则 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$．

6. 【答案】A

【分析】根据题意直接列出方程即可．

【详解】解：设这种药品平均每次降价的百分率为 x，第一次降价后的价格为$200(1-x)$；第二次降价后的价格为$200(1-x)(1-x)$，

即$200(1-x)^2=162$，

故选：A．

【点睛】题目主要考查一元二次方程的应用，理解题意是解题关键．

7. 【答案】B

【分析】首先根据题意得到二次函数的对称轴为$x=t$，然后利用二次函数的性质求解即可．

【详解】∵二次函数$y=a(x-t)^2+3$，

∴对称轴为$x=t$，

∵当$x>1$时，y 随 x 的增大而减小，

∴$a<0$，$t\le 1$．

故选：B．

【点睛】此题考查了二次函数的性质，解题的关键是熟练掌握二次函数的性质．

8. 【答案】C

【分析】先结合函数图象，利用待定系数法求出函数解析式，将解析式配方成顶点式后，利用二次函数的性质可得答案．

【详解】解：由题意知，函数$p=at^2+bt+c$经过点$(3,0.7),(4,0.8),(5,0.5)$，

则$\begin{cases}9a+3b+c=0.7\\16a+4b+c=0.8\\25a+5b+c=0.5\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a=-0.2\\b=1.5\\c=-2\end{cases}$，

∴ $p=at^2+bt+c=-0.2t^2+1.5t-2=-0.2(t-3.75)^2+0.8125$，

∴当$t=3.75$时，可食用率最高，

∴最佳加工时间为 3.75 分钟，

故选 C．

【点睛】本题考查二次函数的应用，熟练掌握待定系数法求函数解析式及利用二次函数的图象和性质求最值问题是解题的关键．

二、填空题

9. 【答案】$a\neq -1$

【分析】根据二次函数的定义逐项分析即可，二次函数的定义：一般地，形如 $y=ax^2+bx+c$（a、b、c 是常数，$a\neq 0$）的函数，叫做二次函数．

【详解】解：$\because$ 函数 $y=(a+1)x^2-2x+3$ 是关于 x 的二次函数，

$\therefore a+1\neq 0$，

解得 $a\neq -1$．

故答案为：$a\neq -1$．

【点睛】本题考查了二次函数的定义，熟练掌握二次函数的定义是解题的关键．

10. 【答案】2

【分析】此题考查了根的判别式，根据根的情况确定参数 k 的范围，熟练掌握一元二次方程 $ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0\right)$ 根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$，当方程有两个不相等的实数根时，$\Delta>0$；当方程有两个相等的实数根时，$\Delta=0$；当方程没有实数根是解题的关键．

【详解】解：$\because$ 关于 x 的方程 $x^2+2x+k-1=0$ 有两个相等的实数根，

$\therefore \Delta=b^2-4ac=4-4\left(k-1\right)=0$，

解得 $k=2$．

故答案为：2．

11. 【答案】$\left(2,1\right)$

【分析】首先根据平行四边形的性质得到点 A 和点 C 关于原点 O 对称，然后利用关于原点对称的点的坐标特点求解即可．

【详解】$\because$ ▱$ABCD$ 的对角线的交点 O 为原点，

$\therefore$ 点 A 和点 C 关于原点 O 对称，

$\because A$ 点坐标为 $\left(-2,-1\right)$，

$\therefore C$ 点坐标为 $\left(2,1\right)$．

故答案为：$\left(2,1\right)$．

【点睛】此题考查了平行四边形的性质，关于原点对称的点的坐标特点，解题的关键是熟练掌握以上知识点．

12. 【答案】答案不唯一，例如：$y=-2x^2+1$

【分析】本题主要考查二次函数的解析式，熟练掌握二次函数的性质是解题的关键；由抛物线开口向下可

知 $a<0$，且过点 $(0,1)$，然后问题可求解.

【详解】解：由抛物线开口向下可知 $a<0$，且与 y 轴交于点 $(0,1)$，因此符合条件的抛物线表达式可以为 $y=-2x^2+1$；

故答案为 $y=-2x^2+1$（答案不唯一）.

13. 【答案】$(2,1)$

【分析】本题考查了二次函数顶点式 $y=a(x-h)^2+k$ 的顶点坐标为 (h,k)，掌握顶点式求顶点坐标是解题的关键．根据顶点式 $y=a(x-h)^2+k$ 的顶点坐标为 (h,k) 求解即可.

【详解】解：抛物线 $y=(x-2)^2+1$ 的顶点坐标是 $(2,1)$，

故答案为：$(2,1)$.

14. 【答案】$x_1=1$，$x_2=3$

【分析】根据对称性得出抛物线与 x 轴的另一个交点，即可得出关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解.

【详解】解：∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为直线 $x=2$，与 x 轴的一个交点为 $(1,0)$，

∴抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(3,0)$，

∴关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解为 $x_1=1$，$x_2=3$，

故答案为：$x_1=1$，$x_2=3$.

【点睛】本题考查了抛物线与一元二次方程的关系，解题关键是明确抛物线与 x 轴的交点坐标和一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解的关系.

15. 【答案】$2<x<5$##$5>x>2$

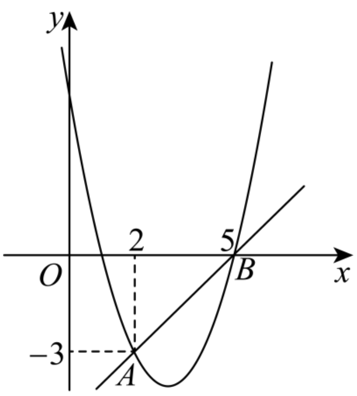
【分析】观察图像，找到抛物线的图像在直线的下方的部分图像，由此可知不等式的解集.

【详解】解：如下图所示，当 $2<x<5$ 时，抛物线的图像在直线的下方，

∴当 $2<x<5$ 时，$x^2+bx+c<mx+n$，

∴不等式 $x^2+bx+c<mx+n$ 的解集为：$2<x<5$.

故答案为：$2<x<5$.



【点睛】此题考查了二次函数与不等式，根据两个函数图像的上、下位置关系找出不等式的解集是解此题

的关键．

16.【答案】①②④

【分析】由图象开口方向，对称轴位置，与 y 轴交点位置判断 a,b,c 符号；把 $x=\pm2$ 分别代入函数解析式，结合图象可得 $(4a+c)^2-(2b)^2$ 的结果符号为负；由抛物线开口向上，距离对称轴距离越远的点 y 值越大；由抛物线顶点纵坐标为 m 可得 $ax^2+bx+c\geq m$，从而进行判断 $ax^2+bx+c=m-1$ 无实数根；

【详解】解：①抛物线图象开口向上，

$\therefore a>0,$

$\because$ 对称轴在直线 y 轴左侧，

$\therefore a,b$ 同号，$b>0$，

$\because$ 抛物线与 y 轴交点在 x 轴下方，

$\therefore c<0,$

$\therefore abc<0$，故①正确；

②$\left(4a+c\right)^2-\left(2b\right)^2=\left(4a+c+2b\right)\left(4a+c-2b\right)$，

当 $x=2$ 时 $ax^2+bx+c=4a+c+2b$，

由图象可得 $4a+c+2b>0$，

由图象知，当 $x=-2$ 时，

$ax^2+bx+c=4a+c-2b$，

由图象可得 $4a+c-2b<0$，

$\therefore (4a+c)^2-(2b)^2<0$，

即 $(4a+c)^2<(2b)^2$，故②正确；

③$|x_1+1|=|x_1-(-1)|$，

$|x_2+1|=|x_2-(-1)|$，

$\because |x_1+1|>|x_2+1|$，

$\therefore$ 点 $\left(x_1, y_1\right)$ 到对称轴的距离大于点 $\left(x_2, y_2\right)$，

$\therefore y_1>y_2$，故③错误；

④$\because$ 抛物线的顶点坐标为 $(-1,m)$，

$\therefore y\geqslant m$，

$\therefore ax^2+bx+c\geq m$，

$\therefore ax^2+bx+c=m-1$ 无实数根，故④正确，

综上所述，①②④正确，

故选：B．

【点睛】本题考查二次函数的图象的性质，解题关键是熟练掌握二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 中 a,b,c 与函数图象的关系．

三、解答题

17. 【答案】（1） $x_1=\frac{3}{2}$， $x_2=-\frac{3}{2}$

（2） $x_1=4+\sqrt{17}$， $x_2=4-\sqrt{17}$

【分析】本题考查解一元二次方程，熟练掌握一元二次方程的解法是解答的关键．

（1）利用直接开平方法解方程即可；

（2）利用配方法解方程即可．

【小问 1 详解】

解：由 $4x^2=9$ 得 $x^2=\frac{9}{4}$，

$\therefore x_1=\frac{3}{2}$， $x_2=-\frac{3}{2}$；

【小问 2 详解】

解：由 $x^2-8x-1=0$ 得 $x^2-8x=1$，

配方，得 $x^2-8x+16=1+16$，

即 $(x-4)^2=17$，

开方，得 $x-4=\pm\sqrt{17}$，

$\therefore x_1=4+\sqrt{17}$， $x_2=4-\sqrt{17}$．

18. 【答案】（1） $(-2,9)$

（2）补全表格和画图见解析

（3）①>-2；②$=-2$，大，9；③$-5<x<1$；④$0<y\leq 9$

【分析】本题考查了作二次函数的图象以及图象性质，运用数形结合思想是解题的关键．

（1）依题意， $y=-x^2-4x+5=-(x+2)^2+9$，即可作答；

（2）运用二次函数的对称性，并补齐表格以及作图，进行作答即可；

（3）结合（2）的图象，运用数形结合思想进行作答即可．

【小问 1 详解】

解：依题意，

$y=-x^2-4x+5=-(x^2+4x+4-4)+5=-(x+2)^2+9$

$\therefore$函数的顶点坐标$(-2,9)$；

【小问 2 详解】

解：依题意，

$\because y=-x^2-4x+5=-(x+2)^2+9$

$\therefore$函数的对称轴是 $x=-2$

$x=-5$ 和 $x=1$ 关于对称轴直线 $x=-2$ 对称

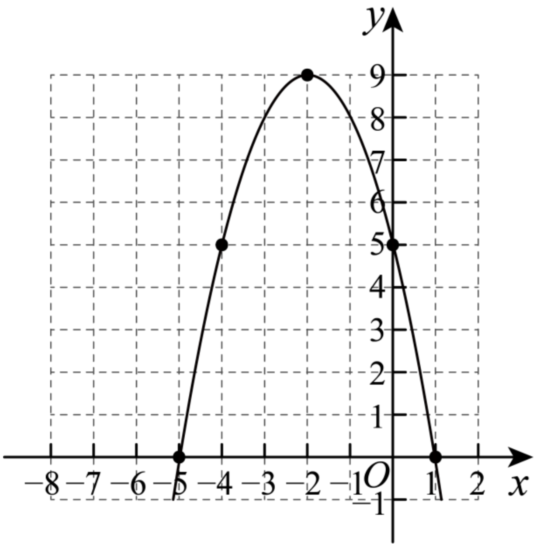
以及 $x=-4$ 和 $x=0$ 关于对称轴直线 $x=-2$ 对称

$\therefore$当 $x=0$，则 $y=5$；当 $x=1$，则 $y=0$

补全表格，

x	…	-5	-4	0	1	…
y	…	0	5	5	0	…

在平面直角坐标系中用描点法画出该二次函数的图象．如图所示：



【小问 3 详解】

解：根据图象回答下列问题：

①当 $x>-2$ 时，y 随 x 的增大而减小；

②当 $x=-2$ 时，函数 y 有最大值，是 9；

③当 $y>0$ 时，x 的取值范围是 $-5<x<1$

④当 $-5<x<0$ 时，$y_{最大值}=9$，

当 $x=-5$，则 $y=0$；当 $x=0$，则 $y=5$；

$\therefore$当 $-5<x<0$ 时，y 的取值范围是 $0<y\le 9$．

19.【答案】见解析

【分析】本题考查全等三角形的判定和性质，等边三角形的性质，熟练掌握三角形全等的判定方法为解题关键．根据 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 均为等边三角形，得出 $BC=AC$，$CD=CE$，$\angle BCA=60^\circ$，$\angle DCE=60^\circ$，由全等的判定定理“SAS”即可证明 $\triangle BCD\cong\triangle ACE$，最后由全等的性质即可证明 $BD=AE$．

【详解】证明：$\because$ $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 均为等边三角形，

∴ $BC=AC$，$CD=CE$，$\angle BCA=\angle DCE=60°$，

∴ $\triangle BCD\cong\triangle ACE\left(\text{SAS}\right)$，

∴ $BD=AE$.

20. 【答案】（1）$y=2(x-3)^2-1$；（2）1

【分析】（1）将 $(2,1)$ 代入抛物线解析式，即可求出 a 的值，进而求出抛物线的表达式.

（2）利用顶点坐标的位置，判断抛物线向上平移的单位即可.

【详解】（1）解：∵ 抛物线 $y=a\left(x-3\right)^2-1$ 经过点（2，1），

∴ $a-1=1$.

解得：$a=2$.

∴ 该抛物线的表达式为 $y=2(x-3)^2-1$.

（2）解：抛物线的顶点为（3，-1），

若抛物线与 x 轴只有一个公共点，则只需向上平移 1 个单位，顶点变为（3,0），此时满足题意.

【点睛】本题主要是考查了待定系数法求解二次函数表达式以及函数图像的平移，熟练利用待定系数法求解函数表达式，根据顶点坐标的平移确定函数图像整体平移的情况，是解决该题的关键.

21. 【答案】$-2a^2-7a+4$，3

【分析】根据一元二次方程的解的定义，可得 $2a^2+7a=1$，代入代数式，即可求解.

【详解】解：∵ a 是方程 $2x^2+7x-1=0$ 的一个根，

∴ $2a^2+7a-1=0$.

∴ $2a^2+7a=1$.

∴ $(a-2)^2-3a(a+1)=-2a^2-7a+4=3$.

【点睛】本题考查了一元二次方程的解的定义，代数式求值，整体代入是解题的关键.

22. 【答案】原正方形铁皮的边长为 30cm.

【分析】本题考查了一元二次方程的应用．然后根据题意列出方程 $5\left(x-10\right)^2=2000$，再解方程即可求解.

【详解】解：由题意可得 $5\left(x-10\right)^2=2000$，

解得 $x_1=30$，$x_2=-10$（不合题意，舍去）.

答：原正方形铁皮的边长为 30cm.

23. 【答案】（1）$k\le\frac{5}{8}$ 且 $k\neq0$

（2）$x_1=\frac{-\sqrt{5}+\sqrt{13}}{2}$，$x_1=\frac{-\sqrt{5}-\sqrt{13}}{2}$

【分析】（1）根据二次项系数非零及根的判别式 $\Delta\ge0$，即可得出关于 k 的一元一次不等式组，解之即可得出 k 的取值范围；

（2）由（1）中 k 的取值范围得出符合条件的 k 的最大整数值，代入原方程，利用公式法即可求出 x 的值．

【小问 1 详解】

∵关于 x 的方程 $kx^2-\sqrt{5}x+2=0$ 有两个实数根，

$$\therefore \begin{cases} k\neq 0 \\ \left(-\sqrt{5}\right)^2-4k\times 2\geq 0 \end{cases},$$

解得：$k\leq\frac{5}{8}$ 且 $k\neq 0$；

【小问 2 详解】

解：∵k 取最大整数，

∴ $k=-1$，

∴方程为：$-x^2-\sqrt{5}x+2=0$，即 $x^2+\sqrt{5}x-2=0$，

解得：$x_1=\frac{-\sqrt{5}+\sqrt{13}}{2}$，$x_1=\frac{-\sqrt{5}-\sqrt{13}}{2}$．

【点睛】本题考查了解一元二次方程 $ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0\right)$ 和根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$：当 $\Delta>0$，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta=0$，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta<0$，方程没有实数根，掌握利用判别式判断根的个数是解题的关键．

24. 【答案】（1）见解析 （2）$OE=2$

【分析】（1）根据 $AB\,/\!/\,DC$，AC 平分 $\angle BAD$ 可得到 $\angle OAB=\angle DAC=\angle DCA$，从而可得 $CD=AD=AB$，从而可证得四边形 $ABCD$ 是平行四边形，结合 $AB=AD$ 可证得平行四边形 $ABCD$ 是菱形；

（2）根据菱形的性质可知 $OA=OC$，$BD\perp AC$，$OB=\frac{1}{2}BD=1$，根据勾股定理求出 $OA=2$，得出 $AC=4$，再根据 $CE\perp AB$，直角三角形性质可知 $OE=\frac{1}{2}AC=2$．

【小问 1 详解】

证明：∵ $AB\,/\!/\,DC$，

∴ $\angle OAB=\angle DCA$，

∵ AC 为 $\angle DAB$ 的平分线，

∴ $\angle OAB=\angle DAC$，

∴ $\angle DCA=\angle DAC$，

∴ $CD=AD$，

∵ $AD=AB$，

∴ $AB=CD$，

$\because AB \parallel DC$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\because AD = AB$，

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形；

【小问 2 详解】

解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore OA = OC = \frac{1}{2}AC$， $OB = OD = \frac{1}{2}BD$， $BD \perp AC$，

$\therefore \angle AOB = 90^\circ$，

$\because BD = 2$，

$\therefore OB = \frac{1}{2}BD = 1$，

$\because$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle AOB$ 中， $AB = \sqrt{5}$， $OB = 1$，

$\therefore OA = \sqrt{AB^2 - OB^2} = 2$，

$\therefore AC = 2AO = 4$，

$\because CE \perp AB$，

$\therefore \angle AEC = 90^\circ$，

$\because AO = CO$，

$\therefore OE$ 为 $\mathrm{Rt}\triangle ACE$ 斜边上的中线，

$\therefore OE = \frac{1}{2}AC = 2$．

【点睛】本题主要考查了平行线的性质，角平分线的定义，等腰三角形的判定，菱形的性质与判定，直角三角形性质，勾股定理，解题的关键是熟练掌握并运用相关知识．

25. 【答案】（1） $x \neq 0$

（2） $\frac{29}{6}$

（3）函数图像见解析　（4）该函数没有最大值

【分析】本题考查了二次函数的图象和性质，反比例函数的图象和性质，根据图表画出函数的图象是解题的关键．

（1）由图表可知 $x \neq 0$；

（2）根据图表可知当 $x = 3$ 时的函数值为 m，把 $x = 3$ 代入解析式即可求得；

（3）根据坐标系中的点，用平滑的曲线连接即可；

（4）观察图象即可得出该函数的其他性质．

【小问 1 详解】

解：由图表可知： $x \neq 0$，

故答案为：$x\neq 0$；

【小问 2 详解】

令 $x=3$，

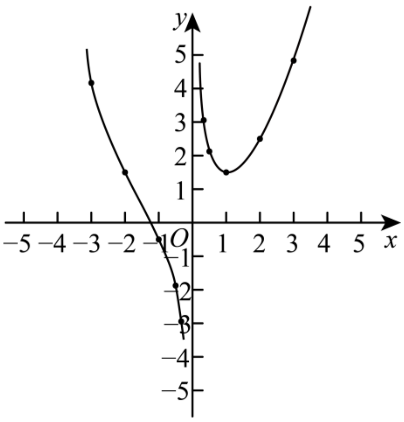
$\therefore y=\frac{1}{2}\times 3^2+\frac{1}{3}$

$=\frac{9}{2}+\frac{1}{3}=\frac{29}{6}$；

$\therefore m=\frac{29}{6}$；

【小问 3 详解】

如图



【小问 4 详解】

该函数的其它性质：

①该函数没有最大值；

②该函数在 $x=0$ 处断开；

③该函数没有最小值；

④该函数图象没有经过第四象限.

故答案为：该函数没有最大值.

26. 【答案】（1） $y=-x^2+x+2$，抛物线的对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$.

（2）画图见解析，m 的取值范围为 $-1\leq m\leq 0$ 或 $1\leq m\leq 2$.

【分析】（1）把点 $A(-1,0)$ 和 $C(0,2)$ 代入 $y=-x^2+bx+c$ ，根据待定系数法即可求得，再化为顶点式即可得到对称轴方程；

（2）求得翻折部分的解析式，然后令 y=0，求得新函数图象 G，与 x 轴的交点，根据图象即可求得.

【小问 1 详解】

解：二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 的图象过点 $A(-1,0)$ 和 $C(0,2)$：

$$\begin{cases}-1-b+c=0\\ c=2\end{cases},$$

解得：$\begin{cases} b=1 \\ c=2 \end{cases}$，

则二次函数解析式为 $y=-x^2+x+2$；

$\because$ $y=-x^2+x+2=-\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{9}{4}$，

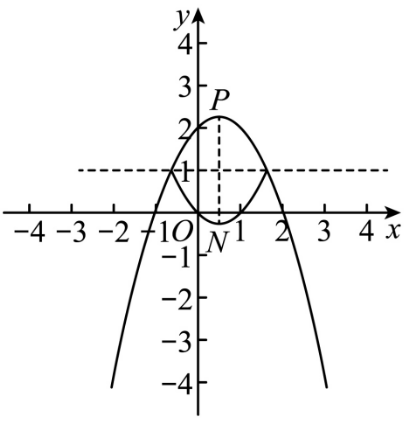
$\therefore$抛物线的对称轴为直线 $x=\dfrac{1}{2}$.

【小问 2 详解】

$\because$ $y=-\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{9}{4}$，

$\therefore$顶点坐标为：$\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{9}{4}\right)$，

顶点 $P\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{9}{4}\right)$翻折后成为 $N\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{4}\right)$，



$\therefore$翻折部分的解析式为 $y=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}$，

点 M 只能位于 x 轴上方（含 x 轴上）的图象上,，

把 $y=0$，代入 $y=-x^2+x+2$ 得 $-x^2+x+2=0$，

解得：$x_1=2$ 或 $x_2=-1$，

把 $y=0$，代入 $y=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}$ 得，$\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}=0$，

解得 $x_1=0$ 或 $x_2=1$，

根据图象 G，可得 m 的取值范围为 $-1\le m\le 0$ 或 $1\le m\le 2$.

【点睛】本题考查了待定系数法求二次函数的解析式，二次函数的图象与几何变换，求得翻折后的函数的解析式是解题的关键.

27. 【答案】（1） $EB^2+BD^2=2AD^2$，理由见解析

（2）①图形见解析；② $AG=\sqrt{2}AD$，理由见解析

【分析】（1）先证 $\triangle BAE \cong \triangle DAC(\mathrm{SAS})$，得出 $BE=CD$，$\angle EBA=\angle C=45°$，再求出 $\angle EBC=90°$，然后由勾股定理得 $EB^2+BD^2=DE^2$，$DE^2=2AD^2$，即可得出结论；

（2）①根据题意画出图形即可；

②延长 GF 交 AC 于点 H，连接 DH、DG，先证四边形 $ABGH$ 是矩形，得出 $\angle AHG=90°$，$BG=AH=FG$，再证 $\triangle CHF$ 是等腰直角三角形，得出 $DF=DH=DC$，$\angle HDF=\angle HDC=90°$，$\angle DHC=\angle FHD=45°$，然后证 $\triangle AHD \cong \triangle GFD(\mathrm{SAS})$，得出 $AD=DG$，$\angle ADH=\angle GDF$，最后证 $\triangle ADG$ 是等腰直角三角形，即可得出结论.

【小问 1 详解】

解：（1） $EB^2+BD^2=2AD^2$，理由如下：

$\because AB=AC$，$\angle BAC=90°$，

$\therefore \angle ABC=\angle C=45°$，

$\because AE=AD$，$\angle EAD=\angle BAC=90°$，

$\therefore \angle EAD-\angle BAD=\angle BAC-\angle BAD$，

即 $\angle EAB=\angle DAC$，

在 $\triangle EAB$ 与 $\triangle DAC$ 中，

$$\begin{cases} AE=AD \\ \angle EAB=\angle DAC \\ AB=AC \end{cases},$$

$\therefore \triangle BAE \cong \triangle DAC(\mathrm{SAS})$，

$\therefore BE=CD$，$\angle EBA=\angle C=45°$，

$\therefore \angle EBC=\angle EBA+\angle ABC=45°+45°=90°$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle BED$ 中，由勾股定理得：$EB^2+BD^2=DE^2$，

$\because AE=AD$，$\angle EAD=90°$，

$\therefore DE^2=2AD^2$，

$\therefore EB^2+BD^2=2AD^2$；

【小问 2 详解】

①补全图形，如图 2；

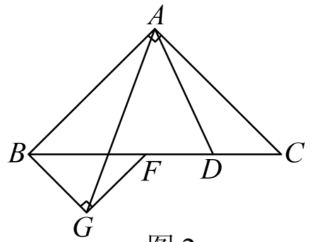


图 2

②线段 AG 与 AD 的数量关系为：$AG=\sqrt{2}AD$，证明如下：

如图 3，延长 GF 交 AC 于点 H，连接 DH、DG，

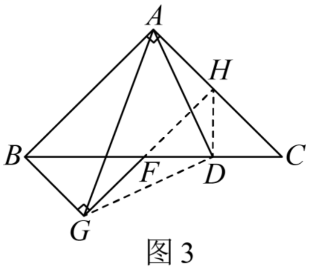


图 3

$\because AB=AC$，$\angle BAC=90°$，

$\therefore \angle ABC=\angle C=45°$，

$\because \triangle BGF$ 是以 BF 为斜边的等腰直角三角形，

$\therefore BG=FG$，$\angle GBF=\angle BFG=45°$，$\angle BGF=90°$，

$\therefore \angle ABG=\angle ABC+\angle GBF=45°+45°=90°$，

$\therefore \angle BAH=\angle ABG=\angle BGH=90°$，

$\therefore$ 四边形 $ABGH$ 是矩形，

$\therefore \angle AHG=90°$，$BG=AH=FG$，

$\because \angle HFC=\angle BFG=45°$，

$\therefore \angle HFC=\angle C=45°$，

$\therefore \triangle CHF$ 是等腰直角三角形，

$\because DF=DC$，

$\therefore DF=DH=DC$，$\angle HDF=\angle HDC=90°$，$\angle DHC=\angle FHD=45°$，

$\therefore \angle AHD=\angle AHG+\angle FHD=90°+45°=135°$，

$\because \angle GFD=180°-\angle BFG=180°-45°=135°$，

$\therefore \angle AHD=\angle GFD$，

在 $\triangle AHD$ 和 $\triangle GFD$ 中，

$$\begin{cases} AH=FG \\ \angle AHD=\angle GFD \\ DH=DF \end{cases},$$

$\therefore \triangle AHD \cong \triangle GFD(\text{SAS})$，

$\therefore AD=DG$，$\angle ADH=\angle GDF$，

$\therefore \angle ADH+\angle ADB=\angle GDF+\angle ADB$，

即 $\angle HDF=\angle ADG=90°$，

$\therefore \triangle ADG$ 是等腰直角三角形，

$\therefore AG=\sqrt{2}AD$.

【点睛】本题是几何变换综合题，考查了全等三角形的判定与性质、矩形的判定与性质、等腰直角三角形

的判定与性质、勾股定理等知识，熟练掌握全等三角形的判定与性质和等腰直角三角形的判定与性质以及矩形的判定与性质是解题的关键．

28. 【答案】分析问题：方案1：$\left(n-1\right)d$；$2k$；$2\left(n-1\right)dk$；方案2：$2\left(k-1\right)dn$；方案3：$\frac{\sqrt{2}}{2}\times\left(2k-1\right)nd$；解决问题：方案3路径最短，理由见解析

【分析】分析问题：方案1：根据题意列出代数式即可求解；方案2：根据题意列出代数式即可求解；方案3：根据图得出斜着铲每两个点之间的距离为$\frac{\sqrt{d^2+d^2}}{2}=\frac{\sqrt{2}d}{2}$，根据题意得一共有$2n$列，$2k$行，斜着铲相当于有$n$条线段长，同时有$2k-1$个，即可得出总路径长；

解决问题：利用作差法比较三种方案即可．

题目主要考查列代数式，整式的加减运算，二次根式的应用，理解题意是解题关键．

【详解】解：方案1：根据题意每行有n个籽，行上相邻两籽的间距为d，

∴每行铲的路径长为$\left(n-1\right)d$，

∵每列有k个籽，呈交错规律排列，

∴相当于有$2k$行，

∴铲除全部籽的路径总长为$2\left(n-1\right)dk$，

故答案为：$\left(n-1\right)d$；$2k$；$2\left(n-1\right)dk$；

方案2：根据题意每列有k个籽，列上相邻两籽的间距为d，

∴每列铲的路径长为$\left(k-1\right)d$，

∵每行有n个籽，呈交错规律排列，，

∴相当于有$2n$列，

∴铲除全部籽的路径总长为$2\left(k-1\right)dn$，

故答案为：$2\left(k-1\right)dn$；

方案3：由图得斜着铲每两个点之间的距离为$\frac{\sqrt{d^2+d^2}}{2}=\frac{\sqrt{2}d}{2}$，

根据题意得一共有$2n$列，$2k$行，

斜着铲相当于有n条线段长，同时有$2k-1$个，

∴铲除全部籽的路径总长为：$\frac{\sqrt{2}}{2}\times\left(2k-1\right)nd$；

解决问题

由上得：$2\left(n-1\right)dk-2\left(k-1\right)dn=2ndk-2dk-2ndk+2dn=2d\left(n-k\right)>0$，

∴方案1的路径总长大于方案2的路径总长；

$$2(k-1)dn-\frac{\sqrt{2}}{2}\times(2k-1)dn=\left[\left(2-\sqrt{2}\right)k-2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right]dn,$$

$\because n>k\geq 3$，

当$k=3$时，

$$\left(2-\sqrt{2}\right)\times 3-2+\frac{\sqrt{2}}{2}=4-\frac{5\sqrt{2}}{2}>0,$$

$$2(k-1)dn-\frac{\sqrt{2}}{2}\times(2k-1)dn>0,$$

$\therefore$方案 3 铲籽路径总长最短，销售员的操作方法是选择最短的路径，减少对菠萝的损耗．