

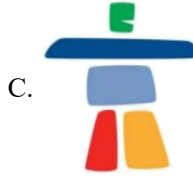


2023 北京丰台二中初二（上）期中

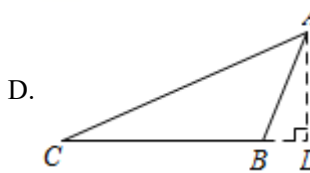
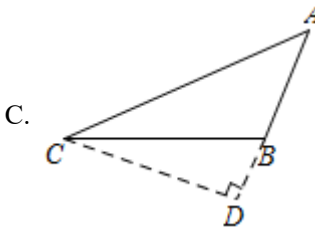
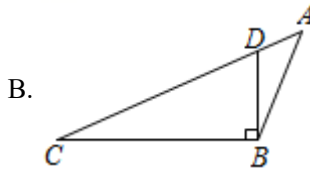
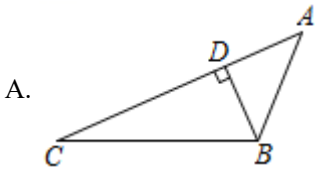
数 学

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1. 下列标志是轴对称图形的是（ ）



2. 在 $\triangle ABC$ 中作 AB 边上的高，下列画法正确的是（ ）



3. 下列长度的三条线段能组成三角形的是（ ）

A. 2cm, 3cm, 6cm

B. 5cm, 8cm, 11cm

C. 3cm, 3cm, 6cm

D. 4cm, 7cm, 11cm

4. 若等腰三角形的两边长分别为 3cm 和 8cm，则它的周长为（ ）

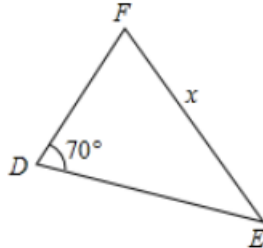
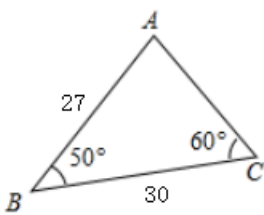
A. 14cm

B. 14cm 或 19cm

C. 19cm

D. 11cm

5. 若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，则根据图中提供的信息，可得出 x 的值为（ ）



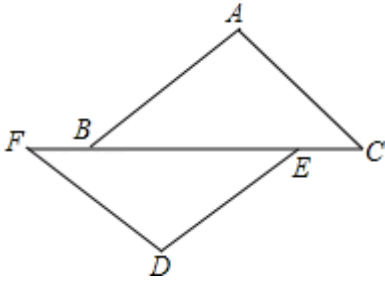
A. 30

B. 27

C. 35

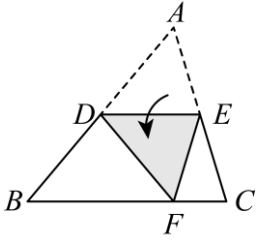
D. 40

6. 如图，点 F, B, E, C 在同一条直线上，点 A, D 在直线 BE 的两侧， $AC \parallel DF$ ， $CE = FB$ ，添加下列哪个条件后，仍不能判定出 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ （ ）



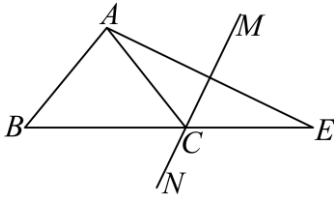
- A. $AB = DE$ B. $AB \parallel DE$ C. $\angle A = \angle D$ D. $AC = DF$

7. 如图，把 $\triangle ABC$ 沿线段 DE 折叠，使点 A 落在点 F 处， $BC \parallel DE$ ；若 $\angle B = 50^\circ$ ，则 $\angle BDF$ 的度数为 ()



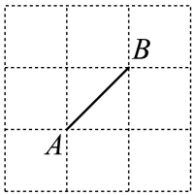
- A. 40° B. 80° C. 50° D. 100°

8. 如图，在 $\triangle ABE$ 中， AE 的垂直平分线 MN 交 BE 于点 C ，连接 AC 。若 $AB = AC$ ， $CE = 5$ ， $BC = 6$ ，则 $\triangle ABC$ 的周长等于 ()



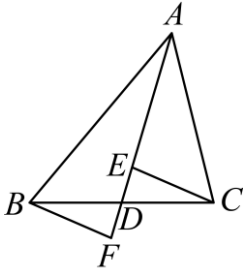
- A. 16 B. 17 C. 18 D. 20

9. 如图所示的正方形网格中，网格线的交点称为格点。已知 A 、 B 是两格点，如果 C 也是图中的格点，且使得 $\triangle ABC$ 为等腰三角形，则点 C 的个数是 ()



- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

10. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的中线， E ， F 分别是 AD 和 AD 延长线上的点，且 $DE = DF$ ，连接 BF ， CE ，下列说法：① $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 面积相等；② $\angle BAD = \angle CAD$ ；③ $\triangle BDF \cong \triangle CDE$ ；④ $BF \parallel CE$ ；⑤ $CE = AE$ 。其中正确的是 ()



- A. ①② B. ①③ C. ①④⑤ D. ①③④

二、填空题（每题 2 分，共 16 分）

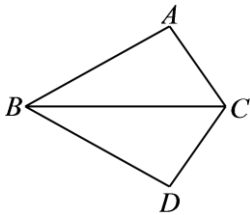
11. 点 $A(2, -1)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是_____.

12. 一个多边形的内角和是其外角和的 2 倍，这是一个_____边形.

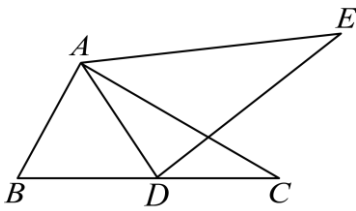
13. 如图，把手机放在一个支架上面，就可以非常方便地使用，这是因为手机支架利用了三角形的_____性.



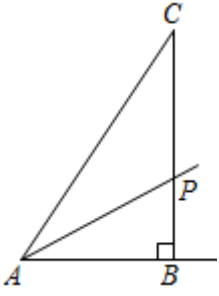
14. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBC$ ， $BA=BD$ 中，请你添加一个条件使得 $\triangle ABC \cong \triangle DBC$ ，这个条件可以是_____（写出一个即可）.



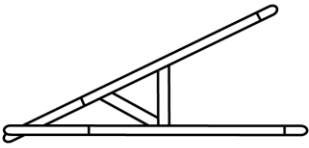
15. 如图， D 在 BC 边上， $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ， $\angle EAC=40^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数为_____.



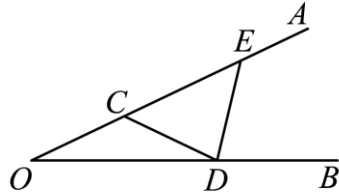
16. 如图，点 P 是 $\angle BAC$ 的平分线上一点， $PB \perp AB$ 于点 B ，且 $PB=5\text{cm}$ ， $AC=12\text{cm}$ ，则 $\triangle APC$ 的面积是_____ cm^2 .



17. “三等分角”大约是在公元前五世纪由古希腊人提出来的，借助如图所示的“三等分角仪”能三等分任一角．这个三等分角仪由两根有槽的棒 OA ， OB 组成，两根棒在 O 点相连并可绕 O 转动， C 点固定， $OC = CD = DE$ ，点 D 、 E 可在槽中滑动．若 $\angle BDE = 75^\circ$ ，则 $\angle CDE$ 的度数是_____．

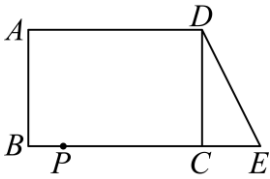


图①



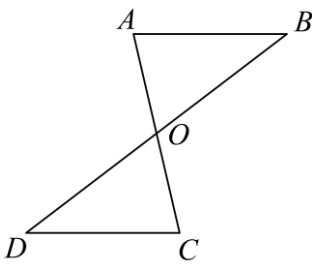
图②

18. 如图，在长方形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $AD = 6$ ．延长 BC 到点 E 使 $CE = 2$ ，连接 DE ，动点 P 从点 B 出发，以每秒 2 个单位的速度沿 $BC - CD - DA$ 向终点 A 运动，设点 P 的运动时间为 t 秒，当 t 的值为_____秒时， $\triangle ABP$ 和 $\triangle DCE$ 全等．

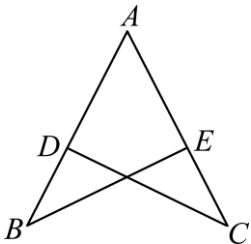


三、解答题（19-20 题各 5 分，21-25 题各 6 分，26-27 题各 7 分，共 54 分）

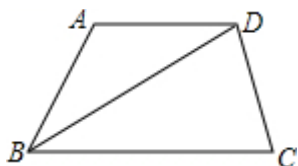
19. 如图，已知： $AO = CO$ ， $BO = DO$ ，求证： $\triangle AOB \cong \triangle COD$ ．



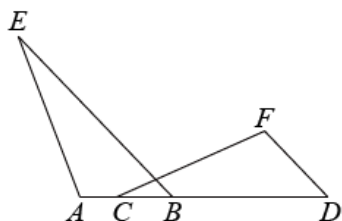
20. 如图，点 D 在 AB 上，点 E 在 AC 上， $AB = AC$ ， $\angle B = \angle C$ ．求证： $AD = AE$ ．



21. 如图， $AD \parallel BC$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ．求证： $AB = AD$ ．



22. 如图，点 A 、 C 、 B 、 D 在同一条直线上， $BE \parallel DF$ ， $\angle A = \angle F$ ， $AB = FD$ 。

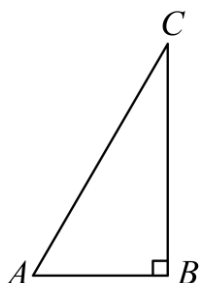


(1) 求证： $AE = FC$ 。

(2) 若 $\angle FCD = 25^\circ$ ， $\angle A = 110^\circ$ ，求 $\angle EBD$ 的度数。

23. 下面是小东设计的尺规作图过程。

已知：如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ 。



求作：点 D ，使得点 D 在 BC 边上，且到 AB 和 AC 的距离相等。

作法：

①如图，以点 A 为圆心，任意长为半径画弧，分别交 AB ， AC 于点 M ， N ；

②分别以点 M ， N 为圆心，大于 $\frac{1}{2}MN$ 为半径画弧，两弧交于点 P ；

③画射线 AP ，交 BC 于点 D 。

所以点 D 即为所求。

根据小东设计的尺规作图过程，

(1) 使用直尺和圆规，补全图形；(保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明。

证明：过点 D 作 $DE \perp AC$ 于点 E ，连接 MP ， NP 。

在 $\triangle AMP$ 和 $\triangle ANP$ 中，

$\because AM = AN$ ， $MP = NP$ ， $AP = AP$ 。

$\therefore \triangle AMP \cong \triangle ANP$ (SSS)。

$\therefore \angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\because \angle ABC = 90^\circ$ ，

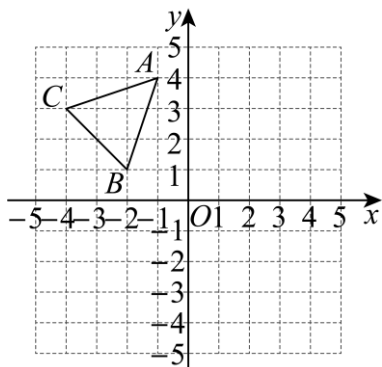
$\therefore DB \perp AB$ 。



$\because DE \perp AC,$

$\therefore DB = DE$ (_____).

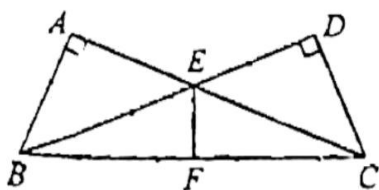
24. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的顶点 $A(-1,4), B(-2,1), C(-4,3)$.



(1) $\triangle ABC$ 的面积是_____;

(2) 已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于 y 轴对称， $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 关于 x 轴对称，请在坐标系中画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 和 $\triangle A_2B_2C_2$.

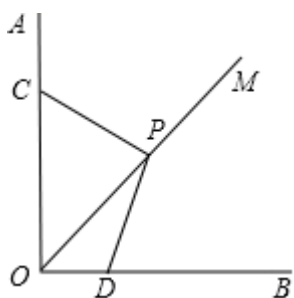
25. 如图， $\angle A = \angle D = 90^\circ, AB = DC, AC$ 与 DB 交于点 E, F 是 BC 中点. 求证： $\angle BEF = \angle CEF$.



26. 已知： $\angle AOB = 90^\circ, OM$ 是 $\angle AOB$ 的平分线，将三角板的直角顶点 P 在射线 OM 上滑动，两直角边分别与 OA, OB 交于 C, D .

(1) PC 和 PD 的数量关系是_____.

(2) 请你证明(1)得出的结论.



27. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 110^\circ, AC = AB$ ，射线 AD, AE 的夹角为 55° ，过点 B 作 $BF \perp AD$ 于点 F ，直线 BF 交 AE 于点 G ，连接 CG .

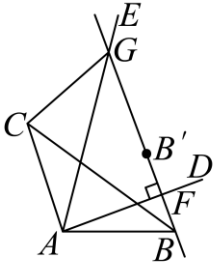


图1

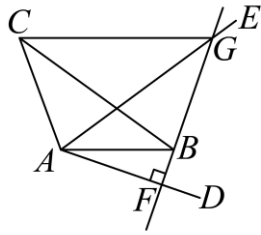


图2

(1) 如图 1, 射线 AD , AE 都在 $\angle BAC$ 的内部.

① 设 $\angle BAD = \alpha$, 则 $\angle CAG =$ _____ (用含有 α 的式子表示);

② 作点 B 关于直线 AD 的对称点 B' , 则线段 $B'G$ 与图 1 中已有线段 _____ 的长度相等;

(2) 如图 2, 射线 AE 在 $\angle BAC$ 的内部, 射线 AD 在 $\angle BAC$ 的外部, 其他条件不变, 用等式表示线段 BF , BG , CG 之间的数量关系, 并证明.



参考答案

一、选择题（每题3分，共30分）

1. 【答案】B

【分析】如果一个图形沿着某条直线对折后，直线两旁的部分能够重合，则称这个图形是轴对称图形，这条直线叫做对称轴；根据这个概念判断即可。

【详解】由题意知，A，C，D三个选项中的图形均不是轴对称图形，只有选项B中的图形是轴对称图形。

故选：B。

【点睛】本题考查了轴对称图形的识别，掌握轴对称图形的概念是关键。

2. 【答案】C

【分析】作哪一条边上的高，即从所对的顶点向这条边或这条边的延长线作垂线段即可。三角形的高即从三角形的顶点向对边引垂线，顶点和垂足间的线段。

【详解】解：过点C作边AB的垂线段，即画AB边上的高CD，所以画法正确的是C选项

故选：C。

【点睛】本题考查了三角形的高的概念，解题的关键是正确作三角形一边上的高。

3. 【答案】B

【分析】根据三角形三边关系进行判断即可。

【详解】解：A、 $2+3 < 6$ ，不能组成三角形，故本选项不符合题意；

B、 $5+8 > 11$ ，能组成三角形，故本选项符合题意；

C、 $3+3 = 6$ ，不能组成三角形，故本选项不符合题意；

D、 $4+7 = 11$ ，不能组成三角形，故本选项不符合题意；

故选：B。

【点睛】本题考查了三角形的三边关系：熟知：两边之和大于第三边；两边之差小于第三边；是解本题的关键。

4. 【答案】C

【分析】根据等腰三角形的定义及周长公式即可求解。

【详解】解：当等腰三角形的腰为3cm时，

则此时等腰三角形的三边分别为：3cm，3cm，8cm， $\because 3+3 < 8$ ， \therefore 不能构成三角形，

当等腰三角形的腰为8cm时，

则此时等腰三角形的三边长分别为：3cm，8cm，8cm， $\because 3+8 > 8$ ， \therefore 能构成三角形，

则周长为： $8+8+3 = 19$ （cm），

故它的周长为：19cm，

故选：C。



【点睛】本题考查了等腰三角形的定义及周长，熟练掌握等腰三角形的定义是解题的关键.

5. 【答案】A

【分析】在 $\triangle ABC$ 中利用三角形内角和可求得 $\angle A=70^\circ$ ，则可得 $\angle A$ 和 $\angle D$ 对应，则 $EF=BC$ ，可得到答案.

【详解】 $\because \angle B=50^\circ, \angle C=60^\circ,$

$$\therefore \angle A=70^\circ,$$

$$\because \triangle ABC \cong \triangle DEF,$$

$\therefore \angle A$ 和 $\angle D$ 对应,

$$\therefore EF=BC=30,$$

$$\therefore x=30,$$

故选：A.

【点睛】本题主要考查全等三角形的性质，掌握全等三角形的对应边、对应角相等是解题的关键.

6. 【答案】A

【分析】先根据平行线的性质得到 $\angle C=\angle F$ ，再证明 $CB=FE$ ，然后根据全等三角形的判定方法对各选项进行判断.

【详解】解： $\because AC \parallel DF,$

$$\therefore \angle C = \angle F,$$

$$\because CE = FB,$$

$$\therefore CE + EB = FB + BE,$$

即 $CB = FE,$

\therefore 当添加 $\angle ABC = \angle DEF$ ，即 $AB \parallel DE$ 时，可根据“ASA”判断 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ；

当添加 $\angle A = \angle D$ 时，可根据“AAS”判断 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ；

当添加 $AC = DF$ 时，可根据“SAS”判断 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

故选：A .

【点睛】本题考查了全等三角形的判定：熟练掌握全等三角形的5种判定方法，选用哪一种方法，取决于题目中的已知条件.

7. 【答案】B

【分析】根据折叠的性质可得 $\angle ADE = \angle FDE$ ，再结合“两直线平行，同位角相等”可得 $\angle B = \angle ADE = 50^\circ$ ，易得 $\angle ADE = \angle FDE = 50^\circ$ ，然后根据 $\angle BDF = 180^\circ - \angle ADE - \angle FDE$ ，即可获得答案.

【详解】解：根据折叠的性质，可得 $\angle ADE = \angle FDE,$

$$\because BC \parallel DE, \angle B = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle ADE = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle FDE = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle BDF = 180^\circ - \angle ADE - \angle FDE = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ .$$

故选：B.



【点睛】本题主要考查了平行线的性质、折叠的性质，熟练掌握折叠的性质是解题关键.

8. 【答案】A

【分析】根据垂直平分线的性质可得 $CA = CE = 5$ ，然后结合 $AB = AC$ 可得 $AB = 5$ ，即可获得答案.

【详解】解：∵ MN 是 AE 的垂直平分线， $CE = 5$ ，

$$\therefore CA = CE = 5,$$

$$\therefore AB = AC, BC = 6,$$

$$\therefore AB = AC = 5,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长} = AB + AC + BC = 5 + 5 + 6 = 16.$$

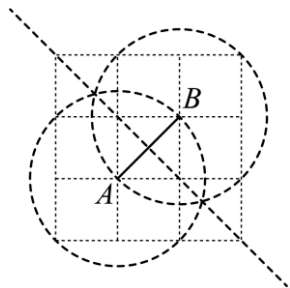
故选：A.

【点睛】本题主要考查了垂直平分线的性质，熟练掌握相关知识是解题关键.

9. 【答案】C

【分析】当 AB 为腰时，分别以点 A 、点 B 为圆心， AB 长为半径画圆，观察此时满足条件的格点数；当 AB 为底边时，作线段 AB 的垂直平分线，观察此时满足条件的格点数，由此得到答案.

【详解】解：如下图：



当 AB 为腰时，分别以点 A 、点 B 为圆心， AB 长为半径画圆，观察可知满足条件的格点共 4 个；当 AB 为底边时，作线段 AB 的垂直平分线，观察可知满足条件的格点共 4 个，所以 C 是图中的格点，且使得 $\triangle ABC$ 为等腰三角形的点数共 8 个.

故选 C.

【点睛】本题考查格点图中寻找可与已知两点构成等腰三角形的点，熟练掌握分类讨论思想是解题的关键.

10. 【答案】D

【分析】根据三角形中线的定义可得 $BD = CD$ ，根据等底等高的三角形的面积相等判断出①正确，然后利用“边角边”证明 $\triangle BDF \cong \triangle CDE$ ，根据全等三角形对应边相等可得 $CE = BF$ ；由条件不能得出 $CE = AE$ ， $\angle BAD = \angle CAD$.

【详解】解：∵ AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，

$$\therefore BD = CD,$$

∴ $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 面积相等，故①正确；

在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle CDE$ 中，



$$\begin{cases} BD = CD \\ \angle BDF = \angle CDE, \\ DF = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CDE$ (SAS), 故③正确;

$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CDE$,

$\therefore BF = CE$, 故④正确;

\therefore 由条件不能得出 $CE = AE$, $\angle BAD = \angle CAD$, 故②⑤错误.

\therefore 正确的结论为: ①③④.

故选: D.

【点睛】 本题主要考查了三角形中线的性质以及全等三角形的判定与性质, 熟练掌握利用“边角边”判定三角形全等是解题关键.

二、填空题 (每题 2 分, 共 16 分)

11. **【答案】** (2,1)

【分析】 根据关于 x 轴对称点的坐标特点: 横坐标不变, 纵坐标互为相反, 即可得到答案.

【详解】 解: 点 $A(2, -1)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是 $(2, 1)$,

故答案为: $(2, 1)$.

【点睛】 本题主要考查了关于 x 轴对称点的坐标特点, 关键是掌握点的坐标的变化规律.

12. **【答案】** 六

【分析】 设这个多边形是 n 边形, 根据题意列出方程求解即可.

【详解】 解: 设这个多边形是 n 边形, 根据题意, 得

$$(n-2) \times 180^\circ = 360^\circ \times 2,$$

解得: $n = 6$,

故答案为: 六.

【点睛】 本题考查了多边形的内角和定理和外角和. 能够根据多边形的内角和定理和外角和的特征, 把求边数的问题就可以转化为解方程的问题是解题的关键.

13. **【答案】** 稳定

【分析】 根据三角形具有稳定性可直接得出答案.

【详解】 解: 把手机放在一个支架上面, 就可以非常方便地使用, 这是因为手机支架利用了三角形的稳定性,

故答案为稳定.

【点睛】 本题考查了三角形的稳定性, 解题的关键是了解三角形具有稳定性, 属于基础题, 难度不大.

14. **【答案】** $CA = CD$ (答案不唯一)

【分析】 由已知有 $BA = BD$, BC 边公共, 由三角形全等的判定定理, 可以添加这两边的夹角相等或第三边



相等，均可使得 $\triangle ABC \cong \triangle DBC$.

【详解】添加 $CA=CD$ ，则由边边边的判定定理即可得 $\triangle ABC \cong \triangle DBC$

故答案为： $CA=CD$ （答案不唯一）

【点睛】本题考查了全等三角形的判定，熟悉全等三角形的几个判定定理是解题的关键.

15. 【答案】 70° .

【分析】根据全等三角形的性质得出 $AB=AD$ ， $\angle BAC=\angle DAE$ ，求出 $\angle BAD=\angle EAC=40^\circ$ ，根据等腰三角形的性质得出 $\angle B=\angle ADB$ ，即可求出答案.

【详解】解： $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$,

$$\therefore AB=AD, \angle BAC=\angle DAE,$$

$$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle EAC,$$

$$\because \angle EAC = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 40^\circ,$$

$$\because AB=AD,$$

$$\therefore \angle B = \angle ADB = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BAD) = 70^\circ,$$

故答案为： 70° .

【点睛】本题考查了全等三角形的性质，等腰三角形的性质和三角形内角和定理等知识点，能根据全等三角形的性质得出 $AB=AD$ 和求出 $\angle BAD=\angle EAC$ 是解此题的关键.

16. 【答案】30

【分析】如图，过点 P 作 $PD \perp AC$ 于 D ，根据角平分线的性质可得 $PD=PB$ ，利用三角形面积公式即可得答案.

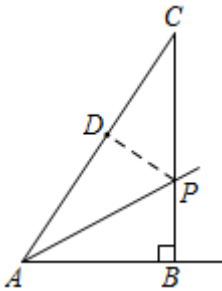
【详解】如图，过点 P 作 $PD \perp AC$ 于 D ，

$$\because \text{点 } P \text{ 是 } \angle BAC \text{ 的平分线上一点, } PB \perp AB \text{ 于点 } B, PB=5\text{cm},$$

$$\therefore PD=PB=5\text{cm},$$

$$\because AC=12\text{cm},$$

$$\therefore S_{\triangle APC} = \frac{1}{2} AC \cdot PD = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30\text{cm}^2.$$



故答案为：30

【点睛】本题考查角平分线性质的应用，熟练掌握角平分线上的点到角两边的距离相等的



性质是解题关键.

17. 【答案】 80°

【分析】根据等腰三角形等边对等角、三角形外角的性质以及三角形内角和定理进行求解即可.

【详解】解：设 $\angle O = x^\circ$,

$$\because OC = CD = DE,$$

$$\therefore \angle O = \angle CDO = x^\circ, \quad \angle DCE = \angle DEC = 2x^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle O + \angle DEC = x^\circ + 2x^\circ = 3x^\circ = 75^\circ,$$

$$\therefore x^\circ = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE + \angle DEC = 2x^\circ + 2x^\circ = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ,$$

故答案为： 80° .

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质、三角形外角的性质以及三角形内角和定理等知识点，熟练掌握等腰三角形等边对等角以及三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和是解本题的关键.

18. 【答案】 1 或 7

【分析】分两种情况进行讨论，根据题意得出 $BP = 2t = 2$ 和 $AP = 16 - 2t = 2$ ，即可求得答案.

【详解】解： \because 四边形 $ABCD$ 长方形，

$$\therefore AB = CD, \quad \angle ABP = \angle BCD = \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE = 90^\circ,$$

$$\text{若 } \angle ABP = \angle DCE = 90^\circ, \quad BP = CE = 2,$$

根据 SAS 可得 $\triangle ABP \cong \triangle DCE$,

$$\text{由题意得 } BP = 2t = 2,$$

解得 $t = 1$;

$$\because AB = CD, \quad \text{若 } \angle BAP = \angle DCE = 90^\circ, \quad AP = CE = 2,$$

根据 SAS 可得 $\triangle BAP \cong \triangle DCE$,

$$\text{由题意得 } AP = 16 - 2t = 2,$$

解得 $t = 7$.

\therefore 当 t 的值为 1 或 7 秒时， $\triangle ABP$ 和 $\triangle DCE$ 全等.

故答案为： 1 或 7.

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定与性质，熟练掌握全等三角形的判定方法是解题的关键.

三、解答题 (19-20 题各 5 分, 21-25 题各 6 分, 26-27 题各 7 分, 共 54 分)

19. 【答案】 见详解

【分析】根据“SAS”证明两三角形全等即可.

【详解】证明：在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$ 中，



$$\therefore \begin{cases} AO = CO \\ \angle AOB = \angle COD, \\ \angle BO = DO \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD (SAS).$

【点睛】本题主要考查了对顶角相等以及全等三角形的判定，理解并掌握全等三角形的判定条件是解题关键.

20. 【答案】见解析

【分析】先根据“ASA”证明 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，然后根据全等三角形的性质即可得证.

【详解】证明：在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中，

$$\begin{cases} \angle B = \angle C \\ AB = AC \\ \angle A = \angle A \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD (ASA),$

$\therefore AD = AE.$

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质，掌握全等三角形的判定方法是本题的关键.

21. 【答案】见解析

【分析】根据 $AD \parallel BC$ ，可求证 $\angle ADB = \angle DBC$ ，利用 BD 平分 $\angle ABC$ 和等量代换可求证 $\angle ABD = \angle ADB$ ，然后即可得出结论.

【详解】证明： $\because AD \parallel BC, \therefore \angle ADB = \angle DBC.$

$\because BD$ 平分 $\angle ABC, \therefore \angle ABD = \angle DBC.$

$\therefore \angle ABD = \angle ADB. \therefore AB = AD.$

22. 【答案】(1) 见解析 (2) 135°

【分析】(1) 根据 $BE \parallel DF$ ，可得 $\angle ABE = \angle D$ ，再证 $\triangle ABE$ 和 $\triangle FDC$ 全等即可；

(2) 利用全等三角形的性质，求出 $\angle E$ ，根据 $\angle EBD = \angle E + \angle A$ 即可解决问题.

【小问1详解】

证明： $\because BE \parallel DF,$

$\therefore \angle ABE = \angle D,$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle FDC$ 中，

$\angle ABE = \angle D, AB = FD, \angle A = \angle F$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FDC,$

$\therefore AE = FC;$

【小问2详解】

解： $\because \triangle ABE \cong \triangle FDC,$

$\therefore \angle E = \angle FCD = 25^\circ,$

$\therefore \angle EBD = \angle E + \angle A = 25^\circ + 110^\circ = 135^\circ.$



【点睛】本题考查全等三角形的判定和性质，解题的关键是熟练掌握全等三角形的判定和性质，属于中考常考题型.

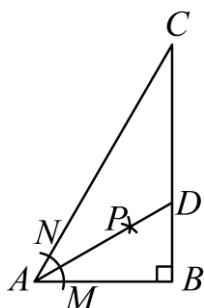
23. 【答案】(1) 见详解 (2) MAP , NAP , 角的平分线上的点到角的两边的距离相等

【分析】(1) 按照要求补全图形即可;

(2) 读懂证明中的每一个步骤及推理的依据, 即可完成.

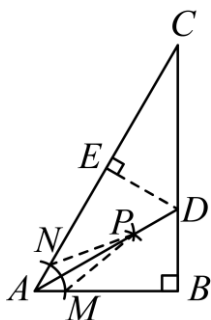
【小问1详解】

解: 补画图形如下:



【小问2详解】

证明: 过点 D 作 $DE \perp AC$ 于点 E , 连接 MP , NP ,



在 $\triangle AMP$ 和 $\triangle ANP$ 中,

$\because AM = AN$, $MP = NP$, $AP = AP$.

$\therefore \triangle AMP \cong \triangle ANP$ (SSS).

$\therefore \angle MAP = \angle NAP$.

$\because \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore DB \perp AB$.

$\because DE \perp AC$,

$\therefore DB = DE$ (角的平分线上的点到角的两边的距离相等).

故答案为: MAP , NAP , 角的平分线上的点到角的两边的距离相等.

【点睛】本题主要考查了用尺规作角平分线、三角形全等的判定与性质、角平分线的性质定理等知识, 灵活运用相关知识是解题关键.

24. 【答案】(1) 4 (2) 见详解

【分析】(1) 用矩形的面积分别减去三个直角三角形的面积去计算 $\triangle ABC$ 的面积即可;

(2) 利用关于 y 轴对称的点的坐标特征得到 A_1 、 B_1 、 C_1 的坐标, 再描点得到 $\triangle A_1B_1C_1$; 然后利用关于 x



轴对称的点的坐标特征得到 A_2 、 B_2 、 C_2 的坐标，再描点得到 $\triangle A_2B_2C_2$ 即可。

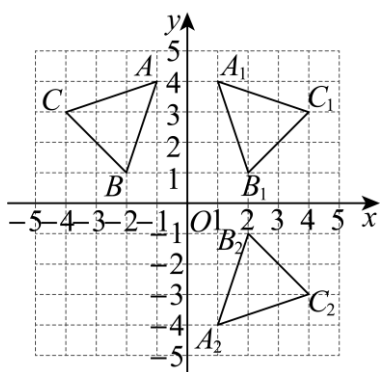
【小问 1 详解】

$$\text{解： } S_{\triangle ABC} = 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = 4.$$

故答案为：4；

【小问 2 详解】

如下图， $\triangle A_1B_1C_1$ 和 $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求。



【点睛】本题主要考查了坐标与图形、作图-轴对称变换等知识，熟练掌握

关于坐标轴对称的点的坐标特征是解决本题的关键。

25. 【答案】见解析

【分析】先证明 $\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle DCB$ (HL) 得出 $\angle EBC = \angle ECB$ ，再根据等腰三角形三线合一即可证明结论：

【详解】证明： $\because \angle A = \angle D = 90^\circ$

$\therefore \triangle ABC$ 、 $\triangle DCB$ 是直角三角形

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DCB$ 中

$$\begin{cases} AB = DC \\ BC = BC \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle DCB$ (HL)

$\therefore \angle EBC = \angle ECB$

$\therefore EB = EC$

$\therefore \triangle EBC$ 是等腰三角形

又 $\because F$ 是 BC 中点

$\therefore \angle BEF = \angle CEF$

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质，等腰三角形的性质等知识点；熟练掌握等腰三角形三线合一的性质是解题的关键。

26. 【答案】(1) $PC = PD$ ；(2) 见解析

【分析】(1) (2) 过 P 分别作 $PE \perp OB$ 于 E ， $PF \perp OA$ 于 F ，由角平分线的性质易得 $PE = PF$ ，然后由同角的余角相等证明 $\angle 1 = \angle 2$ ，即可由 ASA 证明 $\triangle CFP \cong \triangle DEP$ ，从而得证。



【详解】解：(1) $PC = PD$.

(2) 过 P 分别作 $PE \perp OB$ 于 E, $PF \perp OA$ 于 F,

$$\therefore \angle CFP = \angle DEP = 90^\circ,$$

$\because OM$ 是 $\angle AOB$ 的平分线,

$$\therefore PE = PF,$$

$$\because \angle 1 + \angle FPD = 90^\circ, \text{ 且 } \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FPE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle FPD = 90^\circ,$$

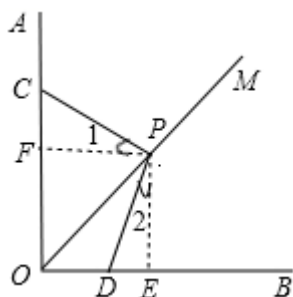
$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

在 $\triangle CFP$ 和 $\triangle DEP$ 中

$$\begin{cases} \angle CPF = \angle DEP \\ PF = PE \\ \angle 1 = \angle 2 \end{cases},$$

$$\therefore \triangle CFP \cong \triangle DEP \text{ (ASA)},$$

$$\therefore PC = PD.$$



【点睛】此题主要考查角平分线的性质和全等三角形的判定和性质，难度中等，作辅助线很关键.

27. 【答案】(1) ① $55^\circ - \alpha$; ② CG

(2) $CG = BG + 2BF$, 证明见详解

【分析】(1) ①根据 $\angle BAD + \angle CAG = 55^\circ$, 即可获得答案;

②连接 AB' , 证明 $\triangle CAG \cong \triangle B'AG$ (SAS), 即可获得答案;

(2) 作点 B 关于直线 AD 的对称点 P, 连接 AP, 设 $\angle BAD = \angle PAD = \beta$, 证明 $\triangle CAG \cong \triangle PAG$ (SAS), 由全等三角形的性质可得 $CG = PG$, 即可获得结论.

【小问 1 详解】

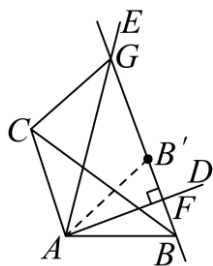
解: ① $\because \angle BAC = 110^\circ, \angle DAE = 55^\circ,$

$$\therefore \angle BAD + \angle CAG = \angle BAC - \angle DAE = 55^\circ,$$

$$\because \angle BAD = \alpha,$$

$$\therefore \angle CAG = 55^\circ - \alpha;$$

②如下图, 连接 AB' ,



由对称的性质可得 $AB = AB'$, $\angle BAD = \angle B'AD$,

$$\therefore AB = AC ,$$

$$\therefore AB' = AC ,$$

$$\therefore \angle DAG = 55^\circ , \angle BAC = 110^\circ ,$$

$$\therefore \angle BAF + \angle CAG = \angle B'AD + \angle GAB' ,$$

$$\therefore \angle CAG = \angle GAB' ,$$

在 $\triangle CAG$ 和 $\triangle B'AG$ 中,

$$\begin{cases} AG = AG \\ \angle CAG = \angle B'AG , \\ AC = AB' \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CAG \cong \triangle B'AG (\text{SAS}) ,$$

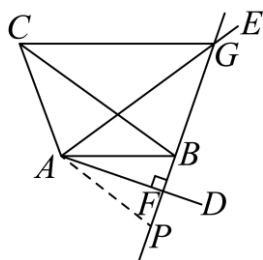
$$\therefore CG = B'G .$$

故答案为: ① $55^\circ - \alpha$; ② CG ;

【小问 2 详解】

$CG = BG + 2BF$, 证明如下:

作点 B 关于直线 AD 的对称点 P , 连接 AP , 如下图,



由对称的性质可得 $AB = AP$, $\angle BAD = \angle PAD$, $BF = PF$,

$$\therefore AB = AC ,$$

$$\therefore AP = AC ,$$

设 $\angle BAD = \angle PAD = \beta$,

$$\therefore \angle DAG = 55^\circ ,$$

$$\therefore \angle BAG = \angle DAG - \angle BAF = 55^\circ - \beta ,$$

$$\therefore \angle PAG = \angle PAD + \angle BAD + \angle BAG = 55^\circ + \beta ,$$

$$\therefore \angle BAC = 110^\circ ,$$



$$\therefore \angle CAG = \angle BAC + \angle BAF - \angle DAG = 55^\circ + \beta,$$

$$\therefore \angle CAG = \angle PAG,$$

在 $\triangle CAG$ 和 $\triangle PAG$ 中,

$$\begin{cases} AG = AG \\ \angle CAG = \angle PAG, \\ AC = AP \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CAG \cong \triangle PAG (\text{SAS}),$$

$$\therefore CG = PG.$$

$$\because PG = PF + BF + BG = 2BF + BG,$$

$$\therefore CG = BG + 2BF.$$

【点睛】 本题主要考查了轴对称的性质、全等三角形的判定与性质等知识，熟练掌握相关知识是解题关键.