北京交大附中2025届初三年级开学练习（数学） 2024.09

出题人：赵迎晨 审题人： 薛丽萍

班级：______________ 姓名：___________ 考号：___________

一、选择题（共16分，每题2分）

第1—8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．下列各式：①$\sqrt{3}$，②$\sqrt{\frac{1}{4}}$，③$\sqrt{9}$，④$\sqrt{0.5}$，⑤$\sqrt{x^2+2}$中，最简二次根式有（　　）

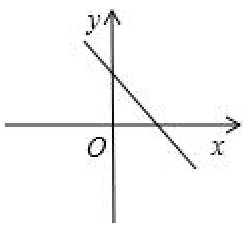
A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

2．在△ABC中，∠A，∠B，∠C的对边分别为a，b，c，下列条件中可以判断∠A＝90°的是（　　）

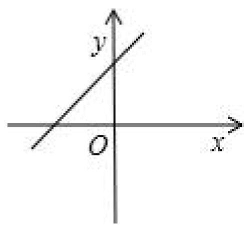
A．a＝3，b＝4，c＝5　　B．a＝6，b＝5，c＝4

C．a＝2，$b=\sqrt{2}$，$c=\sqrt{2}$　　D．a＝1，b＝2，$c=\sqrt{3}$

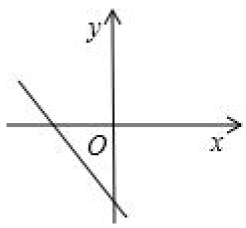
3．若直线y＝kx+b经过第一、二、四象限，则直线y＝bx+k的图象大致是（　　）



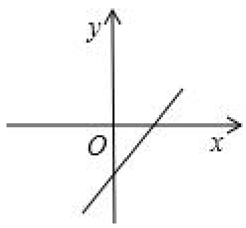
A．



B．



C．



D．

4．若关于x的一元二次方程$x^2-3x+m=0$有两个相等的实数根，则实数m的值为（　　）

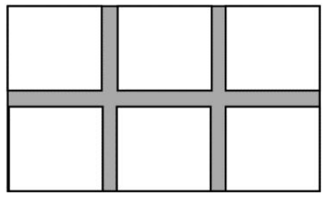
A．－9　　B．$-\frac{9}{4}$　　C．$\frac{9}{4}$　　D．9

5．表格是某社团20名成员的年龄分布统计表，记录数据的纸张不小心被撕掉了一块，仍能够分析得出关于这20名成员年龄的统计量是（　　）

年龄/岁	11	12	13	14
人数	5	6		

A．平均数　　B．中位数　　C．众数　　D．方差

6．如图，在长为60m，宽为40m的矩形耕地上，修筑同样宽的三条道路（其中有两条纵向和一条横向，横向与纵向道路互相垂直），把耕地分成六块作为试验田，要使试验田总面积为2024m^2，问道路应为多宽？若设道路宽为x m，则下列方程正确的是（　　）



A．40×60－40×2x－60x＝2024

B．40×60－（40－x）（60－2x）＝2024

C．（40－x）（60－2x）＝2024

D．40×60－40×2x－60x－2x^2＝2024

7．如图1，在△ABC中，∠A＝90°，AB＝3，AC＝4，P是边BC上的一个动点，过点P分别作PD⊥AB于点D，PE⊥AC于点E，连接DE．如图2所示的图象中，$M(\frac{9}{5}，\frac{12}{5})$是该图象的最低点．下列四组变量中，$y$与$x$之间的对应关系可以用图2所示图象表示的是（　　）

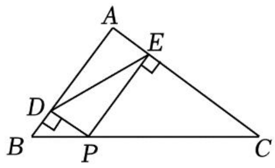


图1

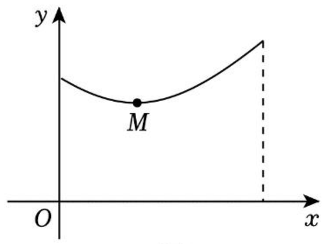


图2

A．点 P 与 B 的距离为 x，点 P 与 C 的距离为 y　　B．点 P 与 D 的距离为 x，点 D 与 E 的距离为 y

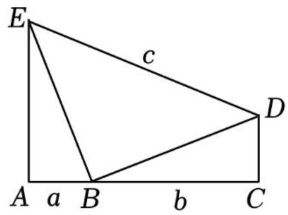
C．点 P 与 D 的距离为 x，点 P 与 E 的距离为 y　　D．点 P 与 B 的距离为 x，点 D 与 E 的距离为 y

8．如图，点 A，B，C 在同一条直线上，点 B 在点 A，C 之间，点 D，E 在直线 AC 同侧，$AB<BC$，$\angle A=\angle C=90°$，$\triangle EAB\cong\triangle BCD$，连接 DE．设 $AB=a$，$BC=b$，$DE=c$，给出下面三个结论：

①$a+b<c$；　②$a+b>\sqrt{a^2+b^2}$；　③$\sqrt{2}$（$a+b$）$>c$．

上述结论中，所有正确结论的序号是（　　）

A．①②　　B．①③　　C．②③　　D．①②③



二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．式子$\sqrt{2x-4}$在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 ＿＿＿＿＿．

10．将直线 $y=kx+3$ 向上平移 3 个单位长度后经过点（1，4），则 k 的值是 ＿＿＿＿＿．

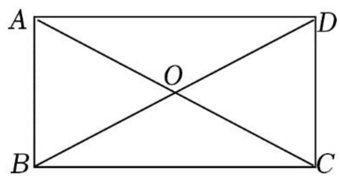
11．在▱$ABCD$ 中，若 $\angle A=\angle B+50°$，则 $\angle B$ 的度数为 ＿＿＿＿＿度．

12．已知 $x=2$ 是一元二次方程 $x^2-2mx+4=0$ 的一个解，则 m 的值为＿＿＿＿．

13．将抛物线 $y=2x^2$ 向上平移 2 个单位长度，再向右平移 3 个单位长度后，得到的抛物线的表达式为＿＿＿＿＿＿＿＿＿．

14．在一次演讲比赛中，甲的演讲内容 90 分、演讲能力 80 分、演讲效果 90 分，若按照演讲内容占 50%，演讲能力占 40%，演讲效果占 10%，计算选手的综合成绩，则该选手的综合成绩为 ＿＿＿＿＿．

15．如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC、BD 相交于点 O，$\angle AOB=60°$，$AB=2$，那么 BC 的长是 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿．



16．已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，$a\neq0$）经过点（﹣1，﹣1）和（0，1），当 $x=-2$ 时，与其对应的函数值 $y>1$．有下列结论：①$abc>0$；②关于 x 的方程 $ax^2+bx+c+1=0$ 有两个不等的实数根；③$a>2$；④若方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两根为 x_1，x_2，则 $x_1+x_2<-2$．其中正确的有 ＿＿＿＿＿＿．

三、解答题（共 68 分，第 17、18 题每题 4 分，第 19-21 题每题 6 分，第 22 题 5 分，第 23 题 6 分，第 24 题 5 分，第 25、26 题每题 6 分，第 27-28 题每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．计算：$(2024-\pi)^0+(\frac{1}{3})^{-1}+|\sqrt{3}-2|-\sqrt{27}$.

18．解方程：$x^2-2x-3=0$．

19．在数学课上，老师布置任务：利用尺规“作以线段 AB 为对角线的正方形”．

小丽的作法如下：

①分别以点 A、B 为圆心，以大于$\frac{1}{2}AB$ 为半径作弧，两弧交于 E、F 两点；

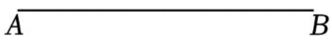
②连接 EF，与 AB 交于点 O；

③以点 O 为圆心，OA 长为半径作弧，与直线 EF 交于 C、D 两点；

④分别连接线段 AC，BC，BD，DA．所以四边形 $ADBC$ 就是所求作的正方形．

根据小丽的作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；



（2）完成下面的证明．

证明：∵$OA=OB$，$OC=OD$，

∴四边形 $ADBC$ 为平行四边形．（______①______）（填推理的依据）

∵$OA=OB=OC=OD$，即 $AB=CD$，

∴四边形 $ADBC$ 为矩形．（______②______）（填推理的依据）

∵CD __③__ AB，

∴四边形 $ADBC$ 为正方形．

20．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(m+3)x+2+m=0$．

（1）求证：对于任意实数 m，该方程总有实数根；

（2）若这个一元二次方程的一根大于 2，求 m 的取值范围．

21．已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 自变量 x 与函数 y 的部分对应值如下表：

x	…	-2	-1	0	1	2	3	4	…
y	…	5	0	-3	-4	-3	0	m	…

（1）二次函数图象的开口方向 ______，顶点坐标是 ________，m 的值为 ______；

（2）点 $P(-3,y_1)$、$Q(2,y_2)$ 在函数图象上，y_1______y_2（填＜、＞、＝）；

（3）当 $y<0$ 时，x 的取值范围是 ________；

（4）关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=5$ 的解为 ________．

22．在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=kx+b$（$k\neq0$）与 $y=-kx+3$ 的图象交于点（2，1）．

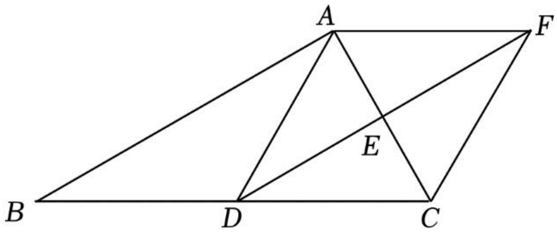
（1）求 k，b 的值；

（2）当 $x>2$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=mx$（$m\neq0$）的值既大于函数 $y=kx+b$ 的值，也大于函数 $y=-kx+3$ 的值，直接写出 m 的取值范围．

23．如图，在△ABC 中，∠CAB＝90°，点 D，E 分别是 BC，AC 的中点．连接 DE 并延长至点 F，使得 $EF=DE$．连接 AF，CF，AD．

（1）求证：四边形 $ADCF$ 是菱形；

（2）连接 BF，若∠ACB＝60°，AF＝2，求 BF 的长．



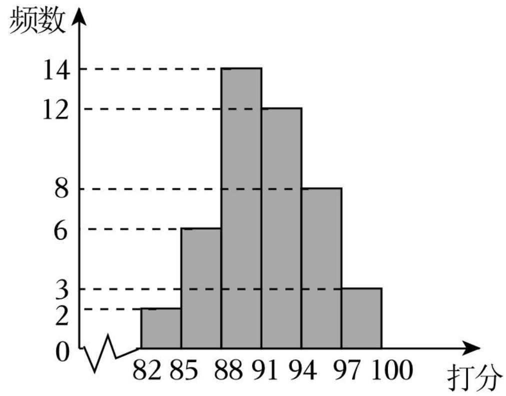
24．某学校举办的“青春飞扬”主题演讲比赛分为初赛和决赛两个阶段．

（1）初赛由 10 名教师评委和 45 名学生评委给每位选手打分（百分制）．对评委给某位选手的打分进行整理、描述和分析．下面给出了部分信息．

a．教师评委打分：

86　88　90　91　91　91　91　92　92　98

b．学生评委打分的频数分布直方图如图（数据分 6 组：第 1 组 $82\leqslant x<85$，第 2 组 $85\leqslant x<88$，第 3 组 $88\leqslant x<91$，第 4 组 $91\leqslant x<94$，第 5 组 $94\leqslant x<97$，第 6 组 $97\leqslant x\leqslant100$）：



c．评委打分的平均数、中位数、众数如下：

	平均数	中位数	众数
教师评委	91	91	m
学生评委	90.8	n	93

根据以上信息，回答下列问题：

①m 的值为_________，n 的值位于学生评委打分数据分组的第_______组；

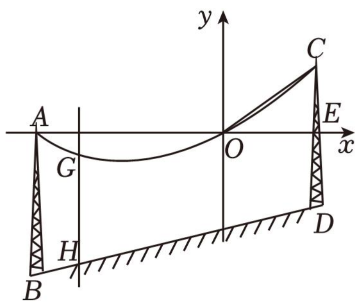
②若去掉教师评委打分中的最高分和最低分，记其余 8 名教师评委打分的平均数为$\bar{x}$，则$\bar{x}$_______91（填“＞”“＝”或“＜”）；

（2）决赛由 5 名专业评委给每位选手打分（百分制）．对每位选手，计算 5 名专业评委给其打分的平均数和方差．平均数较大的选手排序靠前，若平均数相同，则方差较小的选手排序靠前.5 名专业评委给进入决赛的甲、乙、丙三位选手的打分如下：

	评委 1	评委 2	评委 3	评委 4	评委 5
甲	93	90	92	93	92
乙	91	92	92	92	92
丙	90	94	90	94	k

若丙在甲、乙、丙三位选手中的排序居中，则这三位选手中排序最靠前的是_______，表中 k（k 为整数）的值为_________.

25．电缆在空中架设时，两端挂起的电缆下垂可以近似的看成抛物线的形状．如图，在一个斜坡 BD 上按水平距离间隔 60 米架设两个塔柱，每个塔柱固定电缆的位置离地面高度为 27 米（$AB=CD=27$ 米），以过点 A 的水平线为 x 轴，水平线与电缆的另一个交点为原点 O 建立平面直角坐标系，如图所示．经测量，$AO=40$ 米，斜坡高度 12 米（即 B、D 两点的铅直高度差）.



结合上面信息，回答问题：

（1）若以 1 米为一个单位长度，则 D 点坐标为 _________________，下垂电缆的抛物线表达式为 ____________________________________；

（2）若电缆下垂的安全高度是 13.5 米，即电缆距离坡面铅直高度的最小值不小于 13.5 米时，符合安全要求，否则存在安全隐患．（说明：直线 $GH\perp x$ 轴分别交直线 BD 和抛物线于点 H、G．点 G 距离坡面的铅直高度为 GH 的长），请判断上述这种电缆的架设是否符合安全要求？请说明理由.

26．在平面直角坐标系 xOy 中，点（x_1，m），（x_2，n）在抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a>0$）上，设抛物线的对称轴为直线 $x=t$.

（1）若对于 $x_1=1$，$x_2=3$，有 $m=n$，求 t 的值；

（2）若对于 $t-1<x_1<t$，$2<x_2<3$，存在 $m>n$，求 t 的取值范围.

27．已知：在正方形 $ABCD$ 中，点 E 是 BC 延长线上一点，且 $CE≠BC$，连接 DE，过点 D 作 DE 的垂线交直线 AB 于点 F，连接 EF，取 EF 的中点 G，连接 CG.

（1）当 $CE<BC$ 时，

①补全图 1；

②求证：$\triangle ADF\cong\triangle CDE$；

③用等式表示线段 CD，CE，CG 之间的数量关系，并证明；

（2）如图 2，当 $CE>BC$ 时，请你直接写出线段 CD，CE，CG 之间的数量关系.

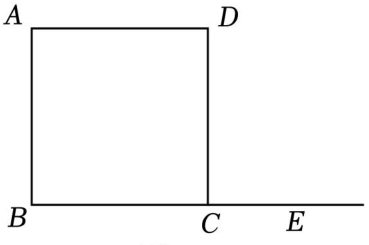


图1

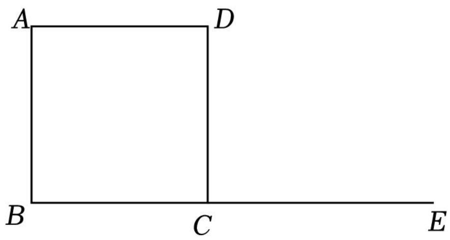


图2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，M 为平面内一点．对于点 P 和图形 W 给出如下定义：若图形 W 上存在点 Q，使得点 P 与点 Q 关于点 M 对称，则称点 P 为图形 W 关于点 M 的“中心镜像对称点”.

（1）如图 1，A（－1，1），B（2，1）.

①在点 P_1（－2，－1），P_2（0，－2），P_3（$\frac{1}{2}$，－1），P_4（2，－1）中，线段 AB 关于点 M（0，0）的“中心镜像对称点”是 ______________________；

②若点 P（1，－3）是线段 AB 关于点 M（m，n）的“中心镜像对称点”，请直接写出点 M 的横坐标 m 的取值范围；

（2）如图 2，矩形 $CDEF$ 中，C（2，－1），D（－2，－1），E（－2，1），F（2，1）．若直线 $y=x+m$ 上存在矩形 $CDEF$ 关于点 M（m，2）的“中心镜像对称点”，请直接写出 m 的取值范围.

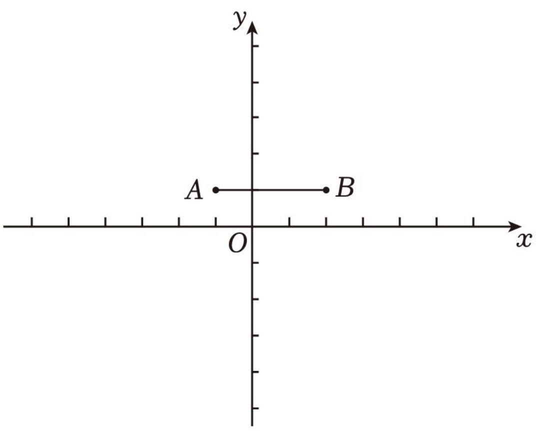


图 1

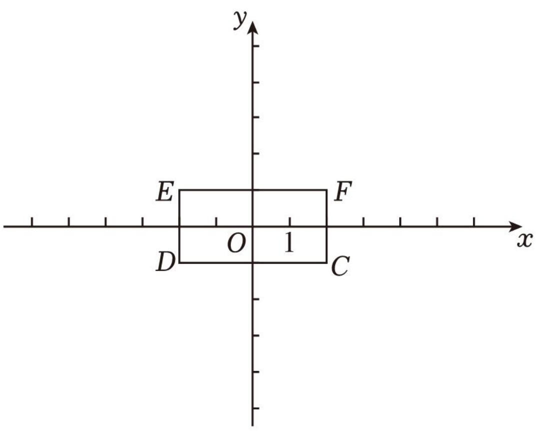


图 2

北京交大附中 2025 届初三年级开学练习（数学） 2024.09

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8
答 案	B	C	D	C	B	C	D	D

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．$x\geqslant 2$　　10．－2　　11．65　　12．2　　13．$y=2(x-3)^2+2$

14．86　　15．$2\sqrt{3}$　　16．①②③

三、解答题（共 68 分，第 17、18 题每题 4 分，第 19-21 题每题 6 分，第 22 题 5 分，第 23 题 6 分，第 24 题 5 分，第 25、26 题每题 6 分，第 27-28 题每题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．$(2024-\pi)^0+(\frac{1}{3})^{-1}+|\sqrt{3}-2|-\sqrt{27}$

$=1+3+(2-\sqrt{3})-3\sqrt{3}$

$=1+3+2-\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

$=6-4\sqrt{3}$.

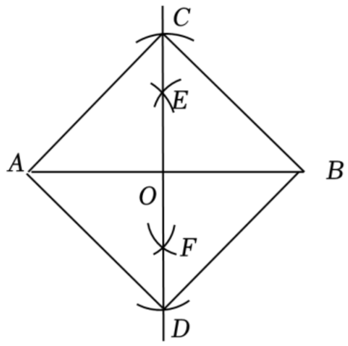
18．$x^2-2x-3=0$，

$(x-3)(x+1)=0$，

∴$x-3=0$ 或 $x+1=0$，

∴$x_1=3$，$x_2=-1$；

19．（1）解：图形如图所示：



（2）①对角线互相平分的四边形是平行四边形

②对角线相等的平行四边形是矩形

③$CD\perp AB$

20．（1）证明：∵关于 x 的一元二次方程 $x^2-(m+3)x+2+m=0$，

∴ $\Delta=(m+3)^2-4\times1\times(2+m)=(m+1)^2\geqslant0$，

∴对于任意实数 m，该方程总有实数根；

（2）解：设方程的两个实数根为 x_1、x_2，

∵ $x=\dfrac{m+3\pm(m+1)}{2}$，

∴ $x_1=m+2$，$x_2=1$，

∵这个一元二次方程的一根大于 2，

∴ $m+2>2$，

解得：$m>0$，

∴ m 的取值范围 $m>0$．

21．（1）向上；（1，－4）；5；

（2）>；

（3）$-1<x<3$；

（4）$x=-2$ 或 4；

22．（1）∵直线 $y=-kx+3$ 点（2，1），

∴ $-2k+3=1$，

解得 $k=1$，

将点（2，1）代入 $y=x+b$ 得：$2+b=1$，

解得 $b=-1$．

（2）$m\geqslant1$．

23．（1）证明：∵点 E 是 AC 的中点，

∴ $AE=EC$．

∵ $EF=DE$，

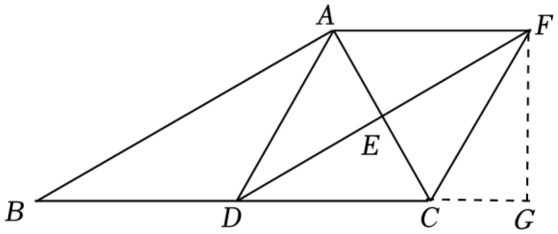
∴四边形 $ADCF$ 是平行四边形．

在△ABC 中，∠$CAB=90°$，点 D 是 BC 的中点，

∴$AD=BD=DC$.

∴四边形 $ADCF$ 是菱形;

（2）解：过点 F 作 $FG\perp BC$ 交 BC 的延长线于点 G.



∴$\angle BGF=90°$，

∵四边形 $ADCF$ 是菱形，$ACB=60°$，$AF=2$，

∴$CF=DC=AF=2$，$\angle ACF=\angle ACD=60°$，

∴$\angle FCG=180°-\angle ACF-\angle ACD=60°$，

∴$\angle GFC=90°-\angle FCG=30°$，

在△CFG 中，$\angle CGF=90°$，$\angle GFC=30°$，

∴$CG=\frac{1}{2}CF=1$，

∴$FG=\sqrt{CF^2-CG^2}=\sqrt{3}$，

∵$BD=CD=2$.

∴$BG=BD+CD+CG=5$.

在△BFG 中，$\angle BGF=90°$

∴$BF=\sqrt{BG^2+GF^2}=2\sqrt{7}$.

24.（1）①91；4；　　②<；

（2）甲；　92.

25.（1）（20，-15），$y=\frac{1}{100}x^2+\frac{2}{5}x$；

（2）这种电缆的架设符合安全要求，理由如下：

由（1）可知：$y=\frac{1}{100}x^2+\frac{2}{5}x$，$B$（-40，-27），$D$（20，-15），

设斜坡 BD 解析式为 $y=kx+b$，代入 B（-40，-27），D（20，-15），

可得：$\begin{cases}-40k+b=-27\\20k+b=-15\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=\dfrac{1}{5}\\ b=-19\end{cases}$，

∴斜坡 BD 解析式为 $y=\frac{1}{5}x-19$，

则电缆与坡面的铅直高度 $GH=\frac{1}{100}x^2+\frac{2}{5}x-$（$\frac{1}{5}x-19$）$=\frac{1}{100}x^2+\frac{1}{5}x+19=\frac{1}{100}$（$x+10$）$^2+18$，

∵$\frac{1}{100}>0$，

∴当 $x=-10$ 时，GH 有最小值为 18，$GH_{最小}=18>13.5$，

∴这种电缆的架设符合安全要求；

26．（1）∵点（x_1，m），（x_2，n）在抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a>0$）上，且 $x_1=1$，$x_2=3$，$m=n$，

∴$t=\frac{1+3}{2}=2$；

（2）∵$a>0$，

∴当 $x\geqslant t$ 时，y 随 x 的增大而增大；当 $x\leqslant$时，y 随 x 的增大而减小，

设抛物线上的四个点的坐标为 A（$t-1$，m_A），B（t，m_B），C（2，n_C），D（3，n_D），

∵点 A 关于对称轴 $x=1$ 的对称点为 A'（$t+1$，m_A）.

∵抛物线开口向上，点 B 是抛物线顶点，

∴$m_A>m_B$：

①当 $t\leqslant l$ 时，$n_C<n_D$，

∴．$t+1\leqslant 2$.

∴$m_A\leqslant n_C$，

∴不存在 $m>n$，不符合题意；

②当 $1<t\leqslant 2$ 时，$n_C<n_D$，

∴$2<t+1\leqslant 3$.

∴$m_A>n_C$，

∴存在 $m>n$，符合题意；

③当 $2<y\leqslant 3$ 时，n 的最小值为 m_B，

∴$m_A>m_B$，

∴存在 $m>n$，符合题意；

④当 $3<t<4$ 时，$n_D<n_C$，

∴$2<t-1<3$，

∴． $m_A > n_D$，

∴． 存在 $m > n$，符合题意；

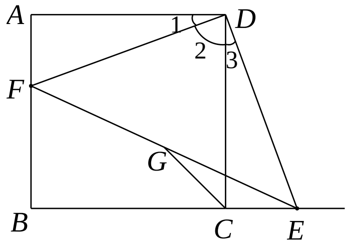
⑤当 $t \geqslant 4$ 时，$n_D < n_C$，

∴$t-1 \geqslant 3$，

∴$m_A \leqslant n_D$，不存在 $m > n$，不符合题意；

综上所述，t 的取值范围是 $1 < t < 4$．

27．解：（1）①补全图形如右图所示．



②证明：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $\angle A = \angle ADC = \angle BCD = \angle DCE = 90^\circ$， $DA=DC$.

∵ $DF \perp DE$，

∴ $\angle FDE = 90^\circ$.

∴ $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 2 = 90^\circ$.

∴ $\angle 1 = \angle 3$.

∴$\triangle ADF \cong \triangle CDE$.

③判断： $CD = CE + \sqrt{2}CG$.

证明：在 BC 上取点 M，使得 $CM=CE$，

连接 FM.

∵$\triangle ADF \cong \triangle CDE$，

∴$AF=CE=CM$.

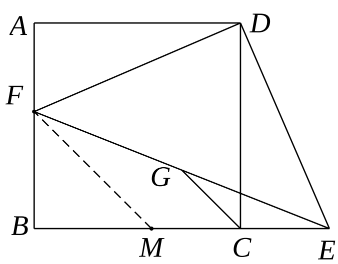
∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AB=CB=CD$，$\angle B = 90^\circ$.

∴$BF=BM$.

∴ $FM = \sqrt{2}FB$.

∵G 为 EF 的中点，



∴ $CG = \dfrac{1}{2}FM = \dfrac{\sqrt{2}}{2}FB$.

∵ $FB = AB - AF = CD - CE$

∴ $CG = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(CD - CE)$.

∴ $CD = CE + \sqrt{2}CG$.

（2）当 $CE>BC$ 时， $CD = CE - \sqrt{2}CG$.

28．解：（1）① P_1， P_3.

② $0 \leqslant m \leqslant \frac{3}{2}$.

（2） $\frac{1}{3} \leqslant m \leqslant \frac{7}{3}$.