2024 北京交大附中初二（上）开学考

数　　学

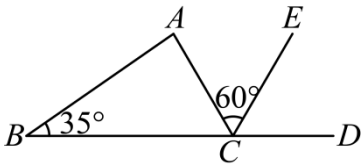
一、选择题

1. 下列每组数分别是三根小木棒的长度，用它们能摆成三角形的是（　）

A. 2cm，3cm，1cm　　B. 2cm，2cm，6cm

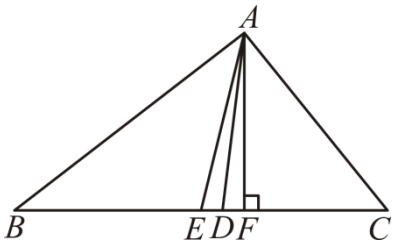
C. 5cm，10cm，4cm　　D. 7cm，5cm，10cm

2. 如图，CE 是$\triangle ABC$ 的外角$\angle ACD$ 的平分线，若$\angle B$=35°，$\angle ACE$=60°，则$\angle A$=(　　)



A. 35°　　B. 95°　　C. 85°　　D. 75°

3. 如图，$\triangle ABC$ 中，AE 是中线，AD 是角平分线，AF 是高，$\angle BAD=50°$，则下列说法错误的是（　）



A. $BE=CE$　　B. $\angle C+\angle CAF=90°$

C. $S_{\triangle AEC}=S_{\triangle ABE}$　　D. 当$\angle C=\angle BAD$时，$\angle ADF=70°$

4. 下列四组三角形中，一定是全等三角形的是（　）

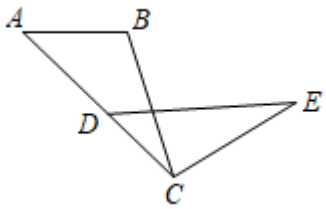
A. 周长相等的两个等边三角形

B. 三个内角分别相等的两个三角形

C. 两条边和其中一个角相等的两个三角形

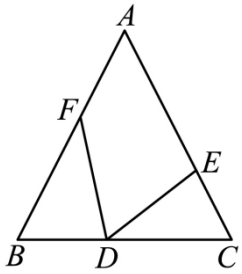
D. 面积相等的两个等腰三角形

5. 如图，在$\triangle ABC$和$\triangle DCE$中，点B、D、C在同一直线上，已知$\angle ACB=\angle E$，$BC=CE$，添加以下条件后，仍不能判定$\triangle ABC\cong\triangle DCE$的是（　）



A. $AB=CD$　　B. $AB\parallel DE$　　C. $AC=DE$　　D. $\angle B=\angle DCE$

6. 如图，在△ABC中，$\angle B=\angle C$，$BF=CD$，$BD=CE$，$\angle FDE=64°$，则$\angle A$的度数是（　）



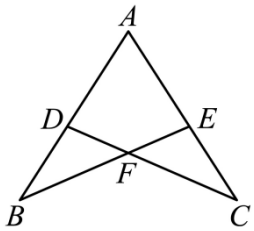
A. $42°$　　B. $52°$　　C. $62°$　　D. $51°$

二、填空题

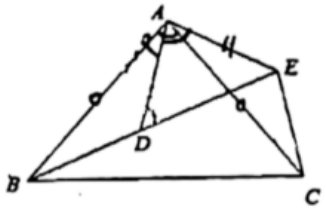
7. 若一个多边形的内角和为$540°$，则该多边形为_____边形．若一个多边形的每一个角都等于$120°$，则这个多边形的边数是_____.

8. 已知a，b是一个等腰三角形的两边长，且a，b满足$\sqrt{2a-6}+(8-4b)^2=0$，则此等腰三角形周长为_____.

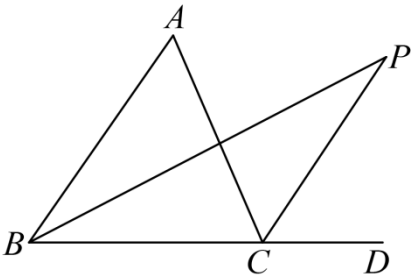
9. 如图，$AB=AC$，点D，E分别在AB与AC上，CD与BE相交于点F．只填一个条件使得$\triangle ABE\cong\triangle ACD$，添加的条件是：_____.



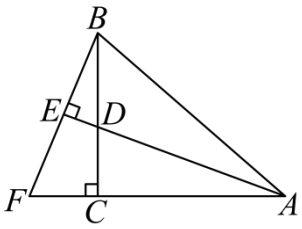
10. 如图，$AB=AC$，$AD=AE$，$\angle BAC=\angle DAE$，$\angle BAD=25°$，$\angle ACE=30°$，则$\angle ADE=$_____°.



11. 如图所示，$\angle ABC$和$\angle ACD$的角平分线相交于点P，$\angle A=64°$，则$\angle BPC$的度数为_____.

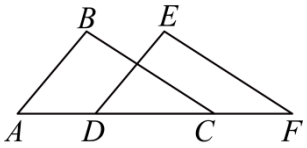


12. 如图，BC、AE是锐角△ABF的高，相交于点D，若$AD=BF$，$AF=7$，$CF=2$，则BD的长为_____.



三、解答题

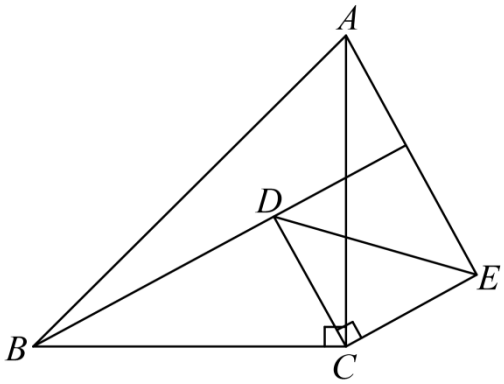
13. 如图，已知点 A、D、C、F 在同一条直线上，$AB=DE$，$AD=CF$，$BC=EF$，求证：



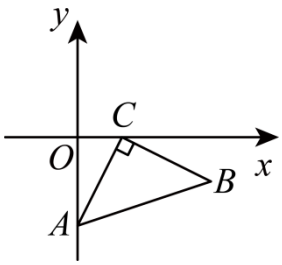
（1）$\triangle ABC\cong\triangle DEF$；

（2）$BC\parallel EF$．

14. 两块大小不同的 $45°$ 三角板 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 如图摆放，其中 $\angle ACB=\angle DCE=90°$，$CA=CB$，$CD=CE$，连接 BD、AE．请写出 BD 与 AE 的关系，并说明理由．

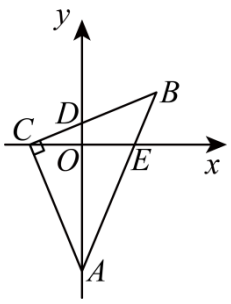


15. 在平面直角坐标系中，$\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，且 $\angle ACB=90°$，$AC=BC$，顶点 A、C 分别在 y 轴、x 轴上．



（1）如图，已知点 $A(0,-2)$，$C(1,0)$，点 B 在第四象限时，则点 B 的坐标为_____；

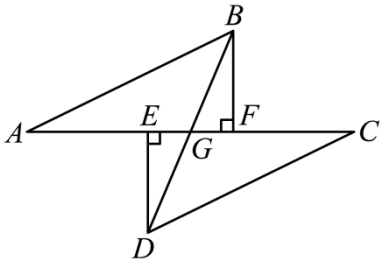
（2）如图，点 C、A 分别在 x 轴、y 轴负半轴上，BC 边交 y 轴于点 D，AB 边交 x 轴于点 E，若 AD 平分 $\angle BAC$，点 B 坐标为 (m,n)．探究线段 AD、OC、OD 之间的数量关系．请回答下列问题：



①写出点 C 的坐标为_____，点 A 的坐标为_____，点 D 的坐标为_____；

②直接写出线段 AD 、 OC 、 OD 之间的数量关系：_____.

16. 如图，点 A，E，F，C 在一条直线上， $AF=m$， $AE=CF=n$. 过点 E，F 分别作 $DE\perp AC$ ，$BF\perp AC$ ，点 B，D 分别在直线 AC 两侧， $AB=CD$. 连接 BD， BD 与直线 AC 交于点 G.



（1）求证： $EG=FG$， $DG=BG$.

（2）若 $m=10$， $n=6$，直接写出 EG 的长度_____.

（3）若 $\triangle ABF$ 保持不动，将 $\triangle DEC$ 的边 EC 沿直线 AC 方向移动，其余条件不变，请你画出图形，并直接写出 EG 的长度（用 m、n 表示）

参考答案

一、选择题

1.【答案】D

【分析】本题考查了三角形的三边关系，根据“三角形任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边”求解即可.

【详解】解：A、$1\text{cm}+2\text{cm}=3\text{cm}$，不能摆成三角形，不符合题意；

B、$2\text{cm}+2\text{cm}<6\text{cm}$，不能摆成三角形，不符合题意；

C、$4\text{cm}+5\text{cm}<10\text{cm}$，不能摆成三角形，不符合题意；

D、$5\text{cm}+7\text{cm}>10\text{cm}$，能摆成三角形，符合题意；

故选：D.

2.【答案】C

【分析】根据 CE 是△ABC 的外角∠ACD 的平分线，∠ACE=60°，得出∠ACD=120°；再根据三角形的外角等于与它不相邻的两个内角和即可求解.

【详解】解：∵CE 是△ABC 的外角∠ACD 的平分线，∠ACE=60°

∴∠ACD=2∠ACE=120°

∵∠ACD=∠B+∠A

∴∠A=∠ACD-∠B=120°-35°=85°

故选:C.

【点睛】本题考查了三角形外角性质，角平分线定义的应用，注意:三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和.

3.【答案】D

【分析】本题考查了三角形的面积，三角形的角平分线，中线和高，

由中线的性质可得 $BE=CE$，$S_{\triangle AEC}=S_{\triangle ABE}$，由 AF 是 $\triangle ABC$ 的高，可得 $\angle C+\angle CAF=90°$，由角平分线的定义可得 $\angle BAD=\angle CAD$，当 $\angle C=\angle BAD$ 时，根据 $\angle BAD=50°$ 可计算出 $\angle DAF$ 的度数，再计算出 $\angle ADF$ 的度数即可.

【详解】∵ AE 是中线，

∴ $BE=CE$，$S_{\triangle AEC}=S_{\triangle ABE}$，故 A、C 说法正确；

∵ AF 是 $\triangle ABC$ 的高，

∴ $\angle AFC=90°$，

∴ $\angle C+\angle CAF=90°$，故 B 说法正确；

∵ AD 是角平分线，

∴ $\angle BAD=\angle CAD$，

∴当 $\angle C=\angle BAD=50°$ 时，$\angle CAF=40°$，

∴ $\angle FAD=\angle DAC-\angle FAC=50°-40°=10°$，

$\therefore \angle ADF = 90° - \angle DAF = 90° - 10° = 80°$，

故 D 说法错误；

故选：D.

4.【答案】A

【分析】依据全等三角形的概念即可做出选择.

【详解】解：A. 周长相等的两个等边三角形，三边都相等，故 A 正确；

B. 三个内角分别相等的两个三角形，三角形相似，不一定全等，故 B 错误；

C. 两条边和其中一个角相等的两个三角形, 只有这个角是两边夹角三角形才全等，故 C 错误；

D. 面积相等的两个等腰三角形，不一定全等，故 D 错误；

答案为：A.

【点睛】本题考查了全等三角形的定义，即全等三角形不仅形状相同，而且大小相等.

5.【答案】A

【分析】根据全等三角的判定定理逐个判断即可.

【详解】解：A．$\angle ACB=\angle E$，$BC=CE$，$AB=CD$，不能判断三角形全等，选项符合题意；

B．$\because AB/\!/DE$，

$\therefore \angle A=\angle EDC$，再结合已知条件，符合全等三角形判定定理 AAS，故选项不符合题意；

C．$\angle ACB=\angle E$，$BC=CE$，$AC=DE$，符合全等三角形判定定理 SAS，故选项不符合题意；

D．$\angle ACB=\angle E$，$BC=CE$，$\angle B=\angle DCE$，符合全等三角形判定定理 ASA，故选项不符合题意；

故选：A.

【点睛】本题考查全等三角形的判定定理和平行线的性质，熟练掌握几种判定定理是解题的关键.

6.【答案】B

【分析】利用 SAS 证明 $\triangle BDF\cong\triangle CED$，得 $\angle BFD=\angle CDE$，再由三角形的外角性质可得 $\angle FDE+\angle CDE=\angle B+\angle BFD$，从而得出 $\angle B=\angle FDE=64°$，然后由三角形的内角和定理即可求解.

【详解】解：在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle CED$ 中，

$$\begin{cases} BF=CD \\ \angle B=\angle C \\ BD=CE \end{cases},$$

$\therefore \triangle BDF\cong\triangle CED(SAS)$，

$\therefore \angle BFD=\angle CDE$，

$\because \angle FDC=\angle FDE+\angle CDE=\angle B+\angle BFD$，

$\therefore \angle B=\angle FDE=64°$，

$\therefore \angle A=180°-\angle B-\angle C=180°-64°-64°=52°$

故选：B.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质，三角形的外角性质和内角和定理等，解题的关键是证明三角形全等.

二、填空题

7.【答案】 ①. 五 ②. 六

【分析】本题考查的是多边形的内角和定理，多边形的外角和，掌握多边形的内角和与外角和是解题的关键.

设这个多边形的边数为n，则$(n-2)\cdot 180^\circ=540^\circ$再解方程即可；先求解多边形的每一个外角，再利用多边形的外角和为360°，从而可得答案.

【详解】解：设这个多边形的边数为n，

$\therefore (n-2)\cdot 180^\circ=540^\circ$，

解得：$n=5$，

∴若一个多边形的内角和为540°，则该多边形为五边形，

∵一个多边形的每一个内角都等于120°，

∴这个多边形的每一个外角为：$180^\circ-120^\circ=60^\circ$，

∴这个多边形的边数为：$\dfrac{360^\circ}{60^\circ}=6$，

∴若一个多边形的每一个角都等于120°，则这个多边形的边数是六，

故答案为：五，六.

8.【答案】7 或 8

【分析】根据算术平方根和平方的非负性，求出 a 和 b 的值，再根据三角形三边之间的关系以及等腰三角形的定义，即可解答，

本题主要考查了算术平方根和平方的非负性，三角形三边之间的关系，等腰三角形的定义，解题的关键是掌握几个非负数相加和为 0，则这几个非负数分别为 0；三角形两边之和大于第三边，两边之差小于第三边.

【详解】解：∵ $\sqrt{2a-6}+(8-4b)^2=0$，

∴ $2a-6=0$，$8-4b=0$，

解得：$a=3$，$b=2$，

当 a 为腰长时，该等腰三角形三边为 3、3、2，

∵$3-3<2<3+3$，

∴该等腰三角形存在，

∴此等腰三角形的周长$=3+3+2=8$；

当 b 为腰长时，该等腰三角形三边为 3、2、2，

∵$3-2<2<3+2$，

∴该等腰三角形存在，

∴此等腰三角形的周长$=3+2+2=7$；

综上：此等腰三角形的周长为 7 或 8.

故答案为：7或8.

9.【答案】$\angle B=\angle C$（答案不唯一）

【分析】本题主要考查的是全等三角形的判定定理，根据全等三角形的判定定理添加条件即可.

【详解】添加的条件是：$\angle B=\angle C$

$\because \angle B=\angle C$，$AB=AC$，$\angle A=\angle A$

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle ACD(\mathrm{SAS})$

故答案为：$\angle B=\angle C$（答案不唯一）.

10.【答案】55

【分析】本题主要考查了全等三角形的性质与判定，三角形外角的性质，证明$\triangle BAD\cong\triangle CAE(\mathrm{SAS})$，得到$\angle ABD=\angle ACE=30°$，则$\angle ADE=\angle ABD+\angle BAD=55°$.

【详解】解：$\because \angle BAC=\angle DAE$，

$\therefore \angle BAC-\angle DAC=\angle DAE-\angle DA$，

$\therefore \angle BAD=\angle CAE$，

又$\because AB=AC$，$AD=AE$，

$\therefore \triangle BAD\cong\triangle CAE(\mathrm{SAS})$，

$\therefore \angle ABD=\angle ACE=30°$，

$\therefore \angle ADE=\angle ABD+\angle BAD=55°$，

故答案为：55.

11.【答案】32°

【分析】本题主要考查了三角形外角的性质，角平分线的定义，先由角平分线的定义得到$\angle ACD=2\angle PCD$，$\angle ABC=2\angle PBC$，再由三角形外角的性质得到$\angle A+2\angle PBC=2\angle P+2\angle PBC$，则$\angle P=\frac{1}{2}\angle A=32°$.

【详解】解：$\because \angle ABC$和$\angle ACD$的角平分线相交于点P，

$\therefore \angle ACD=2\angle PCD$，$\angle ABC=2\angle PBC$，

$\because \angle ACD=\angle A+\angle ABC$，$\angle PCD=\angle P+\angle PBC$，

$\therefore \angle A+2\angle PBC=2\angle P+2\angle PBC$，

$\therefore \angle P=\frac{1}{2}\angle A=32°$，

故答案为：32°.

12.【答案】3

【分析】本题考查了全等三角形的判定及性质定理，熟练掌握性质定理是解题的关键.

根据题意得出$\angle DCA=\angle BCF=\angle AEF=90°$，再根据同角的余角相等得出$\angle ADC=\angle F$，根据AAS证明$\triangle ADC\cong\triangle BFC(\mathrm{AAS})$，最后根据全等三角形的性质及线段的差与和即可得出答案.

【详解】解：∵ BC、AE 是锐角 $\triangle ABF$ 的高，

∴ $\angle DCA=\angle BCF=\angle AEF=90°$，

∵ $\angle DAC+\angle ADC=90°$，$\angle EAF+\angle F=90°$

∴ $\angle ADC=\angle F$，

∵ $AD=BF$，

∴ $\triangle ADC\cong\triangle BFC(\mathrm{AAS})$，

∴ $CD=CF=2$，$BC=AC=AF-CF=7-2=5$

∴ $BD=BC-CD=5-2=3$，

故答案为 3．

三、解答题

13.【答案】（1）见解析　（2）见解析

【分析】本题主要考查全等三角形的性质与判定，平行线的判定，熟练掌握全等三角形的性质与判定是解题的关键．

（1）求出 $AC=DF$，根据 SSS 推出 $\triangle ABC\cong\triangle DEF$；

（2）由（1）全等三角形的性质可得 $\angle ACB=\angle F$，即可证明 $BC\parallel EF$．

【小问 1 详解】

∵ $AD=CF$

∴ $AC=DF$，

∵ $AB=DE$，$BC=EF$，

∴ $\triangle ABC\cong\triangle DEF(\mathrm{SSS})$；

【小问 2 详解】

由（1）$\triangle ABC\cong\triangle DEF$

∴ $\angle ACB=\angle F$

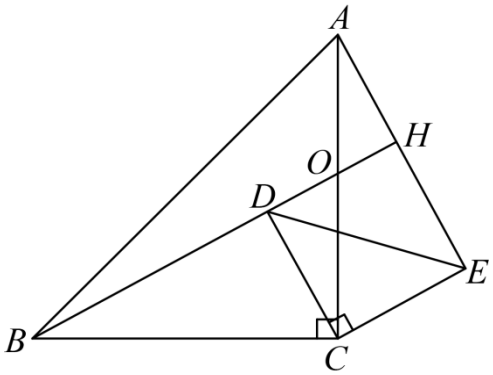
∴ $BC\parallel EF$．

14.【答案】$AE=BD$，$AE\perp BD$，理由见解析

【分析】本题考查了三角形全等的判定与性质，设 BD 延长线交 AC 于点 O，交 AE 于点 H，根据条件证 $\triangle CBD\cong\triangle CAE$ 即可求解．

【详解】解：$AE=BD$，$AE\perp BD$，理由如下：

如图，设 BD 延长线交 AC 于点 O，交 AE 于点 H，



$\because \angle ACB=\angle DCE=90°$

$\therefore \angle BCD+\angle ACD=\angle ACE+\angle ACD=90°$

$\therefore \angle BCD=\angle ACE$

在$\triangle CBD$与$\triangle CAE$中，

$$\begin{cases} BC=AC \\ \angle BCD=\angle ACE \\ DC=EC \end{cases}$$

$\therefore \triangle CBD\cong\triangle CAE(\mathrm{SAS})$.

$\therefore \angle CBD=\angle CAE, BD=AE$，

$\because \angle AOH=\angle COB$

$\therefore \angle AHO=\angle ACB=90°$

$\therefore AE\perp BD$.

15.【答案】（1）$(3,-1)$；

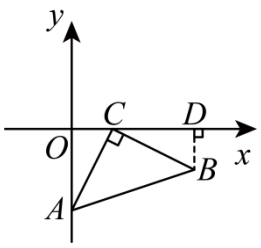
（2）①$(-n,0)$，$(0,-m-n)$，$(0,m-n)$；②$AD=2OC+2OD$

【分析】（1）过B点作x轴垂线，垂足为D，由题意可证得$\triangle OCA\cong\triangle DBC(\mathrm{AAS})$，故$CD=OA=2$，$BD=OC=1$，$OD=OC+CD=3$，即可知$B$点坐标为$(3,-1)$；

（2）过B点作x轴垂线，垂足为F，连接DE，①由题意可证得$\triangle OCA\cong\triangle FBC(\mathrm{AAS})$，故可求$\triangle ACE$为等腰三角形，则可证得$\triangle ODE\cong\triangle FEB(\mathrm{AAS})$，便可知$OC=n$，$OA=OF+OC=m+n$，$DO=OF-OE=m-n$，即点$C$的坐标为$(-n,0)$，点$A$的坐标为$(0,-m-n)$，点$D$的坐标为$(0,m-n)$；②由①问知$AD=OD+AO=m-n+m+n=2m$，$OC=n$，$OD=m-n$，故有$AD=2OC+2OD$.

【小问1详解】

解：过B点作x轴垂线，垂足为D，



由题意知 $AO=2$，$OC=1$，$AC=BC$，$\angle COA=\angle BDC=90°$

$\because \angle OCA+\angle OAC=90°$，$\angle OCA+\angle DCB=90°$，

$\therefore \angle OAC=\angle BCD$，

在 $\triangle OCA$ 和 $\triangle DBC$ 中有

$$\begin{cases}\angle OAC=\angle BCD\\ \angle COA=\angle BDC=90°\\ AC=BC\end{cases}$$

$\therefore \triangle OCA\cong\triangle DBC(\mathrm{AAS})$

$\therefore CD=OA=2$，$BD=OC=1$，$OD=OC+CD=3$，

故 B 点坐标为 $(3,-1)$；

故答案为：$(3,-1)$；

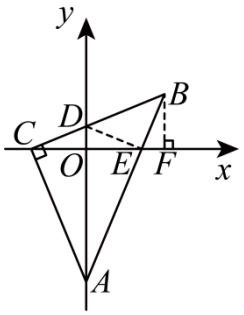
【小问 2 详解】

过 B 点作 x 轴垂线，垂足为 F，连接 DE，

$\because$ 点 B 坐标为 (m,n)，且点 B 在第一象限

$\therefore m>0$，$n>0$，

$BF=n$，$OF=m$，



①由题意知 $BC=AC$，$\angle COA=\angle BFC=90°$，

$\because \angle BCF+\angle OAC=90°$，$\angle OCA+\angle OAC=90°$，

$\therefore \angle OAC=\angle BCF$

在 $\triangle OCA$ 和 $\triangle FBC$ 中有

$$\begin{cases}\angle OAC=\angle BCF\\ \angle COA=\angle BFC=90°\\ AC=BC\end{cases}$$

$\therefore \triangle OCA \cong \triangle FBC(\mathrm{AAS})$

$\therefore BF=CO$，$OA=CF$

$\because BF=n$，$OF=m$，

故$OC=n$，$OA=OF+OC=m+n$，

$\because AD$平分$\angle BAC$

$\therefore \angle OAC=\angle OAE$

$\therefore \angle OCA+\angle OAC=\angle OEA+\angle OAE$

$\therefore AC=AE$

$\therefore \triangle ACE$为等腰三角形，AD为角平分线，中线，高线三线合一，故$\triangle DCE$也为等腰三角形.

$\therefore CO=OE=BF$，$\angle DCO+\angle OCA=\angle DEO+\angle OEA=90°$

$\because \angle ODE+\angle OED=90°$，$\angle OED+\angle BEF=90°$

$\therefore \angle ODE=\angle BEF$，

在$\triangle ODE$和$\triangle FEB$中有

$$\begin{cases}\angle ODE=\angle BEF\\ \angle DOE=\angle BFE=90°\\ OE=BF\end{cases}$$

$\therefore \triangle ODE \cong \triangle FEB(\mathrm{AAS})$

$\therefore EF=DO$

$\therefore DO=OF-OE=m-n$

则点C的坐标为$(-n,0)$，点A的坐标为$(0,-m-n)$，点D的坐标为$(0,m-n)$，

故答案为：$(-n,0)$，$(0,-m-n)$，$(0,m-n)$；

②由①可知$AD=OD+AO=m-n+m+n=2m$，$OC=n$，$OD=m-n$，故有$AD=2OC+2OD$.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定及性质，坐标轴中点坐标的性质，点到坐标轴的距离点P的坐标为(x,y)，那么点P到x轴的距离为这点纵坐标的绝对值，即$|y|$．点P到y轴的距离为这点横坐标的绝对值，即$|x|$.

16.【答案】（1）见解析　（2）2

（3）画图见解析，当点E在点F左边时，EG的长度为$\frac{m-n}{2}$；当点E在点F左边时，EG的长度为$\frac{n-m}{2}$.

【分析】本题主要考查全等三角形的判定，掌握全等三角形的判定方法是解题的关键.

（1）首先证明出$Rt\triangle ABF \cong Rt\triangle CDE(\mathrm{HL})$，得到$BF=DE$，然后证明出$\triangle BFG \cong \triangle DEG(\mathrm{AAS})$，得到$EG=FG$，$DG=BG$；

（2）根据题意得到$AF=m=10$，$AE=CF=6$，然后求出$EF=AF-AE=10-6=4$，然后根据$EG+FG=EF$，$EG=FG$求解即可；

（3）首先根据题意画图，然后同（1）可证明出$\triangle BFG\cong\triangle DEG(\mathrm{AAS})$，得到$FG=EG$，进而求解即可.

【小问 1 详解】

$\because AE=CF=n$

$\therefore AE+EF=CF+EF$，即$AF=EC$

$\because DE\perp AC$，$BF\perp AC$

$\therefore\angle AFB=\angle CED=90°$

又$\because AB=CD$

$\therefore Rt\triangle ABF\cong Rtt\triangle CDE(\mathrm{HL})$

$\therefore BF=DE$

$\because\angle AFB=\angle CED=90°$，$\angle EGD=\angle FGB$

$\therefore\triangle BFG\cong\triangle DEG(\mathrm{AAS})$

$\therefore EG=FG$，$DG=BG$；

【小问 2 详解】

$\because m=10$，$n=6$，

$\therefore AF=m=10$，$AE=CF=6$

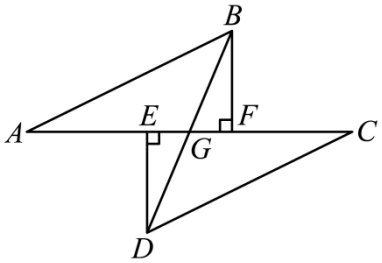
$\therefore EF=AF-AE=10-6=4$

$\because EG+FG=EF$，$EG=FG$

$\therefore EG=\dfrac{1}{2}EF=2$；

【小问 3 详解】

如图所示，当点 E 在点 F 左边时，



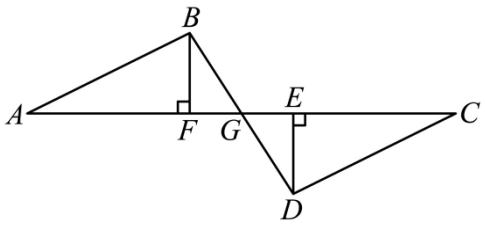
由（1）得，$\triangle BFG\cong\triangle DEG(\mathrm{AAS})$

$\therefore FG=EG$

$\because FG+EG=EF=AF-AE=m-n$

$\therefore EG=\dfrac{1}{2}EF=\dfrac{m-n}{2}$；

当点 E 在点 F 右边时，



$\because AF=m$，$AE=CF=n$.

$\therefore EF=AE-AF=n-m$

同（1）可证明出$\triangle BFG\cong\triangle DEG(\mathrm{AAS})$

$\therefore FG=EG$

$\because FG+EG=EF=n-m$

$\therefore EG=\dfrac{1}{2}EF=\dfrac{n-m}{2}$，

综上所述，当点E在点F左边时，EG的长度为$\dfrac{m-n}{2}$；当点E在点F右边时，EG的长度为$\dfrac{n-m}{2}$.