2024 北京四中初二（上）统练一

数　　学

一、选择题

1. 下列长度的三条线段能组成三角形的是（　）

A. 2，3，6　　B. 4，4，8　　C. 4，7，11　　D. 5，8，12

2. 如果 $a<b$，那么下列不等式变形不正确的是（　）

A. $-2+a<-2+b$

B. $\frac{a}{3}<\frac{b}{3}$

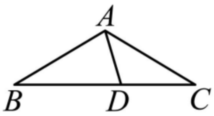
C. $-4a<-4b$

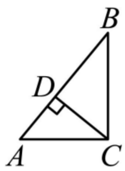
D. $-(a-b)>0$

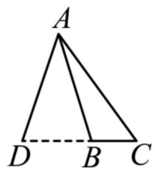
3. 下列计算正确的是（　）

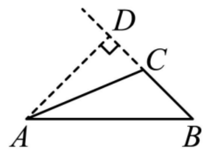
A. $a^3+a^4=a^7$　　B. $a^3\cdot a^4=a^{12}$　　C. $(ab)^3=a^3b^3$　　D. $a^6\div a^3=a^2$

4. 下面四个图形中，线段 AD 是△ABC 的高的是(　)

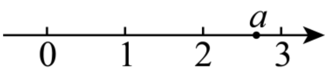
A. 

B. 

C. 

D. 

5. 实数 a 在数轴上的对应点的位置如图所示，则实数 a 可能是（　　）



A. $\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{10}$

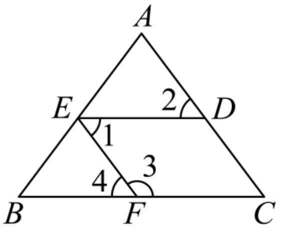
6. 有一组数据有 63 个，最大值为 93，最小值为 21，若组距定为 7，则组数为（　）

A. 9　　B. 10　　C. 11　　D. 12

7. 若一个正多边形的一个外角为 $72°$，则这个正多边形的内角和为（　）

A. $360°$　　B. $540°$　　C. $720°$　　D. $900°$

8. 如图，下面哪个条件不能判断 $EF \parallel DC$ 的是（　）



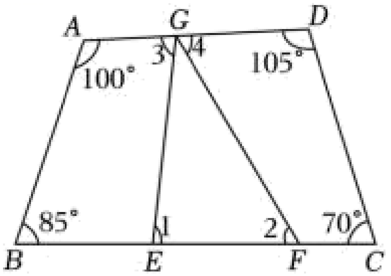
A. $\angle 1=\angle 2$　　B. $\angle 4=\angle C$

C. $\angle 1+\angle 3=180°$　　D. $\angle 3+\angle C=180°$

9. 已知 $a=2^{40}$，$b=3^{32}$，$c=4^{24}$，则 a、b、c 的大小关系为（　　）

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $b<a<c$　　D. $c<b<a$

10. 四边形 $ABCD$ 中，E、F 两点在 BC 上，G 点在 AD 上，各点位置如图所示．连接 zGE 、GF 后，根据图中标示的角与角度，下列关系判断正确的是（　）



A. $\angle 1+\angle 2<\angle 3+\angle 4$　　B. $\angle 1+\angle 2>\angle 3+\angle 4$

C. $\angle 1+\angle 4<\angle 2+\angle 3$　　D. $\angle 1+\angle 4>\angle 2+\angle 3$

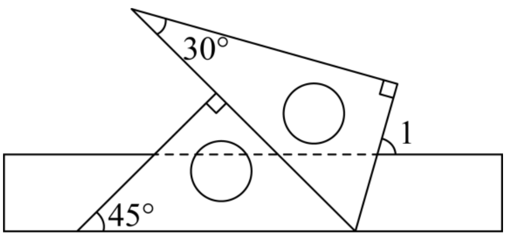
二．填空题

11. 把方程 $-4x+3y=17$ 中的 x 用含 y 的代数式表示出来是______.

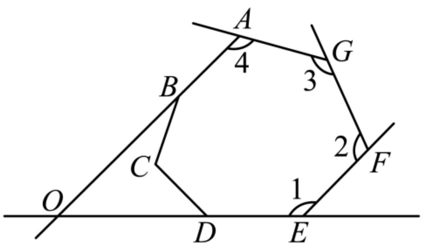
12. 计算 $3x^2y\cdot(-2xy)^3=$________.

13. 已知方程组 $\begin{cases}x+2y=k\\2x+3y=3k-1\end{cases}$ 的解满足 $x+y=6$，则 $k=$________.

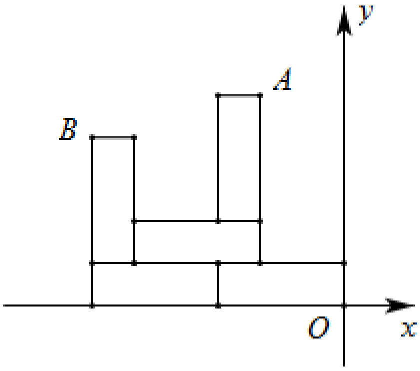
14. 将一副三角板按如图所示的位置摆放在直尺上，则 $\angle 1$ 的度数为___________.



15. 如图，七边形 $ABCDEFG$ 中，AB，ED 的延长线相交于 O 点．若图中 $\angle 1,\angle 2,\angle 3,\angle 4$ 的外角的角度和为 $220°$，则 $\angle BOD$ 的度数为________.



16. 如图，用大小、形状完全相同的长方形纸片在平面直角坐标系中摆成如图所示的图案，已知 $A(-2,6)$，则点 B 的坐标为_________.



17. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-a\geq 1 \\ x-b<2 \end{cases}$，有以下判断：

①若不等式组无解，则 $b-a\leqslant -1$；

②若 $b=2$ 时，不等式组的整数解有 5 个，则 $-3\leq a<-2$；

③若不等式 $x-a\geq 1$ 至少有 5 个负整数解，则 $a\leq -6$；其中正确的是________.

18. “绿波”，是车辆到达前方各路口时，均遇上绿灯，提高通行效率．小亮爸爸行驶在最高限速 $80\text{km}/\text{h}$ 的路段上，某时刻的导航界面如图所示，前方第一个路口显示绿灯倒计时 32s，第二个路口显示红灯倒计时 44s，此时车辆分别距离两个路口 480m 和 880m．已知第一个路口红、绿灯设定时间分别是 30s、50s，第二个路口红、绿灯设定时间分别是 45s、60s．若不考虑其他因素，小亮爸爸以不低于 $40\text{km}/\text{h}$ 的车速全程匀速“绿波”通过这两个路口（在红、绿灯切换瞬间也可通过），则车速 v（km/h）的取值范围是________.

三．解答题

19. 计算：

（1）$\sqrt[3]{-8}+\sqrt{4}+\sqrt{(-3)^2}+\left|3-\sqrt{10}\right|$；

（2）求 x 的值：$9(x-1)^2=4$．

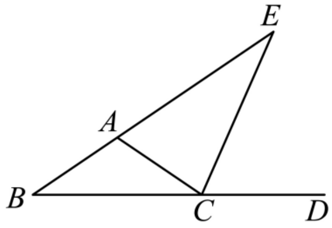
（3）计算：$(2x+3y)(2x-y)$

（4）计算：$\left(4x^2y^3-8x^3y^2z\right)\div 4x^2y^2$．

20. 解不等式组 $\begin{cases} x-3(x-1)\geq 1 \\ \dfrac{1+3x}{2}>x-1 \end{cases}$，并写出它的所有非负整数解．

21. 已知$a^2+a=\frac{1}{2}$，求代数式$2a(3a+1)-(2a+1)(2a-1)$的值．

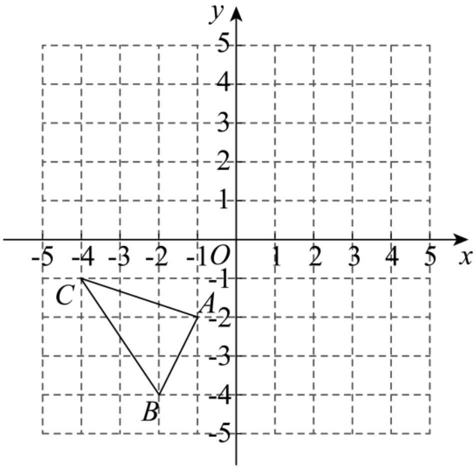
22. 如图，CE是$\triangle ABC$的外角$\angle ACD$的平分线，且CE交BA的延长线于点E.



（1）若$\angle B=42°$，$\angle E=26°$，求$\angle BAC$的度数；

（2）直接写出$\angle BAC$、$\angle B$、$\angle E$三个角之间存在的等量关系．

23. 如图，在平面直角坐标系中，$A(-1,-2)$，$B(-2,-4)$，$C(-4,-1)$. 将$\triangle ABC$平移至$\triangle A_1B_1C_1$，点A对应点$A_1(0,1)$，点B对应点B_1，点C对应点C_1.



（1）画出平移后的$\triangle A_1B_1C_1$，并写出B_1和C_1的坐标；

（2）求$\triangle ABC$的面积；

（3）点P在y轴上，且$\triangle A_1B_1P$的面积等于$\triangle ABC$的面积，直接写出点P的坐标．

24. “全民阅读”深入人心，好读书，读好书，让人终身受益．为满足同学们的读书需求，学校图书馆准备到新华书店采购文学名著和动漫书两类图书．经了解，20本文学名著和40本动漫书共需1600元，20本文学名著比20本动漫书多400元(注：所采购的文学名著价格都一样，所采购的动漫书价格都一样).

(1)求每本文学名著和动漫书各多少元？

(2)若学校要求购买动漫书比文学名著多20本，而且文学名著不低于25本，总费用不超过2 000元，请求出所有符合条件的购书方案．

25. 给出如下定义：我们把有序实数对（a，b，c）叫做关于x的二次多项式ax^2+bx+c的特征系数对．把关于x的二次多项式ax^2+bx+c叫做有序实数对（a，b，c）的特征多项式．

（1）关于x的二次多项式$3x^2+2x-1$的特征系数对为____________；

（2）求有序实数对（1，4，4）的特征多项式与有序实数对（1，－4，4）的特征多项式的乘积；

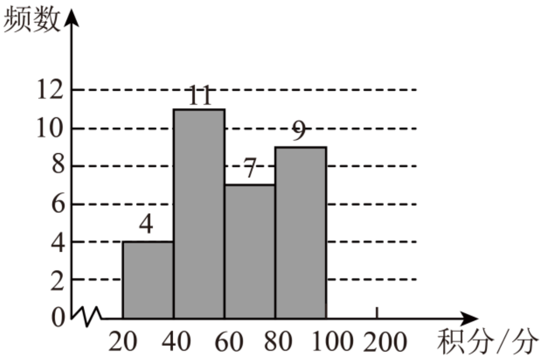
（3）若有序实数对（p，q，－1）的特征多项式与有序实数对（m，n，－2）的特征多项式的乘积的结果

为 $2x^4+x^3-10x^2-x+2$；直接写出 $(4p-2q-1)(2m-n-1)$ 的值为___________.

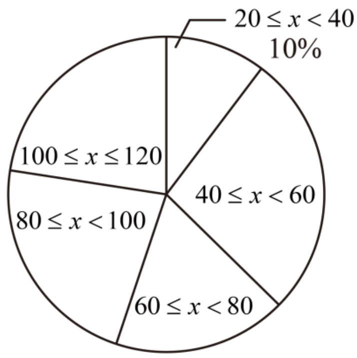
26. 3 月 14 日是国际数学日，也称“π 日”．今年 3 月 14 日某校七年级 300 名学生参加了华容道、鲁班锁、九连环等六项数学趣味游戏比赛．比赛采取积分制，每参加一项可获得 10 至 20 分，达到 90 分及 90 分以上的学生可获得“π 日”徽章．学校为了解学生的积分情况，随机抽取了 m 名学生，并对他们的积分进行整理、描述，绘制成下面的统计图（数据分为 5 组：$20\le x<40$，$40\le x<60$，$60\le x<80$，$80\le x<100$，$100\le x\le 120$）：

徽章

七年级m名学生积分频数分布直方图



七年级m名学生积分扇形统计图



根据以上信息，完成下列问题.

（1）下列抽取样本的方式中，最合理的是______（填写序号）；

①从七年级的学生中抽取 m 名男生；

②从七年级参加鲁班锁游戏的学生中抽取 m 名学生；

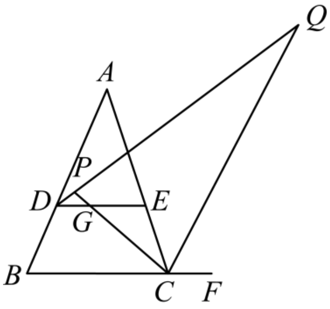
③从七年级学号末位数字为 5 或 0 的学生中抽取 m 名学生.

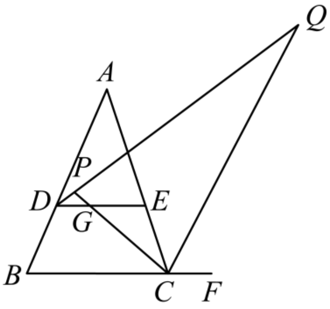
（2）写出 m 的值，并补全频数分布直方图；

（3）$100\le x\le 120$ 这一组对应的扇形的圆心角度数是________；

（4）$80\le x<100$ 这一组的学生积分是：81，82，90，93，93，93，96，98，98，请估计七年级学生获得“π 日”徽章的人数.

27. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在 AB 上，过点 D 作 $DE\parallel BC$，交 AC 于点 E，DP 平分 $\angle ADE$，交 $\angle ACB$ 的平分线于点 P，CP 与 DE 相交于点 G，$\angle ACF$ 的平分线 CQ 与 DP 相交于点 Q.





备用图

（1）若$\angle A=40°$，$\angle B$=60°，则$\angle DPC=$____°，$\angle Q$=____°；

（2）若$\angle A=\alpha$，当$\angle B$的度数发生变化时，$\angle DPC$、$\angle Q$的度数是否发生变化?若要变化，说明理由；若不变化，求出$\angle DPC$、$\angle Q$的度数(用α的代数式表示)；

（3）若$\triangle PCQ$中存在一个内角等于另一个内角的三倍，请直接写出所有符合条件的$\angle A$的度数.

附加题

28. 小聪学习多项式研究了多项式值为 0 的问题，发现当$mx+n=0$或$px+q=0$时，多项式$A=(mx+n)(px+q)=mpx^2+(mq+np)x+nq$的值为 0，把此时 x 的值称为多项式 A 的零点.

（1）已知多项式$(3x+1)(x-2)$，则此多项式的零点为__________；

（2）已知多项式$B=(x-1)(bx+c)=ax^2-(a-1)x-\dfrac{a}{2}$有一个零点为 1，求多项式 B 的另一个零点；

（3）小聪继续研究$(x-3)(x-1)$，$x(x-4)$及$\left(x-\dfrac{5}{2}\right)\left(x-\dfrac{3}{2}\right)$等，发现在 x 轴上表示这些多项式零点的两个点关于直线$x=2$对称，他把这些多项式称为“2 系多项式”．若多项式$M=(2ax+b)(cx-5c)=bx^2-4cx-2a-4$是“2 系多项式”，求 a 与 c 的值.

29. 在平面直角坐标系中，定义$P'(x+a,y+2a)(a\neq 0)$为点$P(x,y)$的“a 加反应点”．例如，点$P(-2,3)$的“3 加反应点”为$P'(1,9)$.

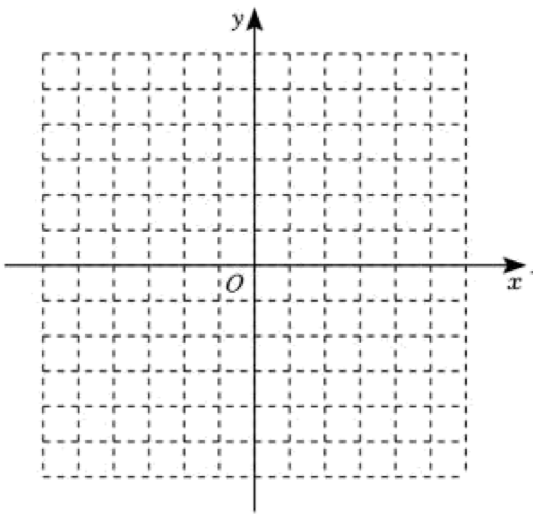
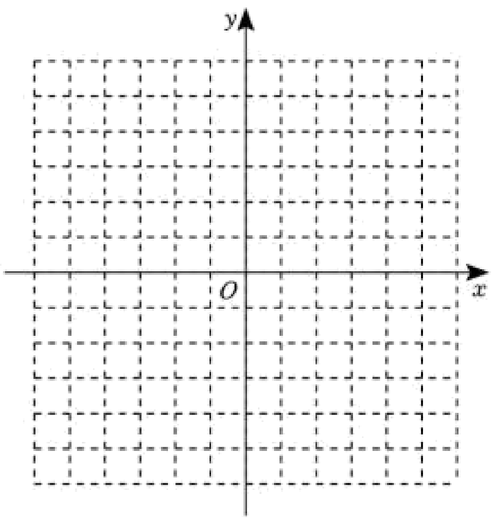


图1



备用图

（1）点 $P(-2,3)$ 的“-1加反应点”的坐标是____；

（2）已知点 $A(3,n)$， $B(3,n+2)$，

①若线段 AB 上存在点 P，其“2 加反应点” P' 恰好落在 x 轴上，求 n 的取值范围；

②长方形 $DEFG$ 的顶点坐标分别为 $D(-4,-2)$，$E(-2,-2)$，$F(-2,2)$，$G(-4,2)$，若对于线段 AB 上的任意点 P，都存在同一个 a，使点 P 的“a 加反应点” P' 恰好落在长方形 $DEFG$ 的边上，直接写出 n 的取值范围：________.

参考答案

一、选择题

1.【答案】D

【分析】本题考查了能够组成三角形三边的条件：用两条较短的线段相加，如果大于最长的那条线段就能够组成三角形．根据三角形的三边关系进行分析判断．

【详解】解：根据三角形任意两边的和大于第三边，得

A、$2+3=5<6$，不能组成三角形；

B、$4+4=8$，不能组成三角形；

C、$4+7=11$，不能组成三角形；

D、$5+8=13>12$，能够组成三角形．

故选：D.

2.【答案】C

【分析】根据不等式的性质即可依次判断．

【详解】解：A、$\because a<b$，

$\therefore -2+a<-2+b$，本选项不等式成立，不符合题意；

B、$\because a<b$，

$\therefore \frac{a}{3}<\frac{b}{3}$，本选项不等式成立，不符合题意；

C、$\because a<b$，

$\therefore -4a>-4b$，本选项不等式不成立，符合题意；

D、$\because a<b$，

$\therefore a-b<0$，$-(a-b)>0$，本选项不等式成立，不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查的是不等式的性质，不等式的两边同时加上（或减去）同一个数或同一个代数式，不等号的方向不变；不等式的两边同时乘以（或除以）同一个正数，不等号的方向不变；不等式的两边同时乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变．

3.【答案】C

【分析】分别根据合并同类项的法则、同底数幂的乘除法则、幂的乘方与积的乘方法则对各选项进行逐一判断即可．

【详解】解：A、a^3与a^4不是同类项，不能合并，原计算错误，不合题意；

B、$a^3\cdot a^4=a^7$，故错误，不合题意；

C、$(ab)^3=a^3b^3$，原计算正确，符合题意；

D、$a^6\div a^3=a^3$，原计算错误，不合题意．

故选：C.

【点睛】本题考查的是同底数幂的乘除法，合并同类项，幂的乘方与积的乘方法则，熟知以上知识是解题的关键.

4.【答案】D

【详解】【分析】根据三角形高的定义：从顶点向对边作垂线，垂线段就是对应边上的高可判断.

【详解】A.线段 AD 与 BC 不垂直，所以不是△ABC 的高；

B.线段 AD 与 BC 不垂直，所以不是△ABC 的高；

C.线段 AD 与 BC 不垂直，所以不是△ABC 的高；

D.线段 AD 与 BC 垂直，所以是△ABC 的高.

故选 D.

【点睛】本题考核知识点：三角形的高. 解题关键点：要理解三角形的高的定义以及条件：从顶点向对边作垂线，垂线段就是对应边上的高.

5.【答案】C

【分析】根据 a 在数轴上位置可知，它在 2 和 3 之间.

【详解】$\because 1.7<\sqrt{3}<2$，$\therefore 2\sqrt{3}>3$，故选项 A、B 均不符合题意；

$\because 1.4<\sqrt{2}<1.5$，$\therefore 2<2\sqrt{2}<3$，故本选项符合题意；

$\because \sqrt{10}>3$，故故本选项不合题意.

故选：C.

【点睛】本题主要考查了无理数的估算，熟知二次根式的性质的解答本题的关键.

6.【答案】C

【分析】本题主要考查了求组数，可根据数据的最大最小值求得二者的差值，再除以组距，若结果不是整数，那么得到的结果要进一，据此求解即可.

【详解】解：$93-21=72$，

$72\div 7=10\ldots 2$，

$\therefore$组数为$10+1=11$，

故选：C.

7.【答案】B

【分析】根据正多边形的外角度数求出多边形的边数，根据多边形的内角和公式即可求出多边形的内角和.

【详解】由题意，正多边形的边数为$n=\dfrac{360^\circ}{72^\circ}=5$，

其内角和为$\left(5-2\right)\times 180^\circ=540^\circ$.

故选 B.

【点睛】考查多边形的内角和与外角和公式，熟练掌握公式是解题的关键.

8.【答案】C

【分析】由平行线的判定定理求解判断即可.

【详解】解：A．由$\angle 1=\angle 2$，根据内错角相等，两直线平行可判定$EF \parallel DC$，故A不符合题意；

B．由$\angle 4=\angle C$，根据同位角相等，两直线平行可判定$EF \parallel DC$，故B不符合题意；

C．由$\angle 1+\angle 3=180^\circ$，根据同旁内角互补，两直线平行可判定$ED // BC$，不能判定$EF \parallel DC$，故C符合题意；

D．由$\angle 3+\angle C=180^\circ$，根据同旁内角互补，两直线平行可判定$EF \parallel DC$，故D不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查了平行线的判定，熟练掌握“内错角相等，两直线平行”、“同位角相等，两直线平行”、“同旁内角互补，两直线平行”是解题的关键.

9.【答案】B

【分析】逆运用幂的乘方法则，把a、b、c都写成一个数的8次方的形式，比较底数得结论.

【详解】解：$\because a=2^{40}=\left(2^5\right)^8=32^8$，

$b=3^{32}=\left(3^4\right)^8=81^8$

$c=4^{24}=\left(4^3\right)^8=64^8$,

$\because 32<64<81$,

$\therefore a<c<b.$

故选：B.

【点睛】本题考查了整式的运算，掌握幂的乘方法则是解决本题的关键.

10.【答案】D

【分析】本题主要考查了三角形内角和定理，四边形内角和定理，平角的定义，根据三角形内角和定理和平角的定义可得$\angle 1+\angle 2=\angle 3+\angle 4$，即可判断 A、B；根据四边形内角和定理和平角的定义可得$\angle 3-\angle 1=-5^\circ$，$\angle 4-\angle 2=5^\circ$，进而得到$\angle 3+\angle 2+10^\circ=\angle 4+\angle 1$，据此可判断C、D.

【详解】解：$\because \angle 1+\angle 2+\angle EGF=180^\circ$，$\angle 3+\angle 4+\angle EGF=180^\circ$，

$\therefore \angle 1+\angle 2=\angle 3+\angle 4$，故A、B说法错误，不符合题意；

$\because \angle A+\angle B+\angle 3+\angle BEC=360^\circ$，$\angle BEC=180^\circ-\angle 1$，

$\therefore 180^\circ-\angle 1+100^\circ+85^\circ+\angle 3=360^\circ$，

$\therefore \angle 3-\angle 1=-5^\circ$，

同理可得$\angle 4-\angle 2=5^\circ$，

$\therefore \angle 3+\angle 2+5^\circ=\angle 4+\angle 1-5^\circ$，

$\therefore \angle 3+\angle 2+10^\circ=\angle 4+\angle 1$，

$\therefore \angle 1+\angle 4>\angle 2+\angle 3$，故C说法错误，不符合题意，D说法正确，符合题意.

故选：D.

二．填空题

11.【答案】$x=\dfrac{3y-17}{4}$

【分析】此题考查了解二元一次方程．将 y 看做已知数求出 x 即可．

【详解】解：把 $-4x+3y=17$ 移项得：

$-4x=17-3y$，

系数化 1 得：$x=\dfrac{3y-17}{4}$．

故答案为：$x=\dfrac{3y-17}{4}$．

12.【答案】$-24x^5y^4$##$-24y^4x^5$

【分析】本题主要考查了单项式乘以单项式，积的乘方计算，先计算积的乘方，再计算单项式乘以单项式即可得到答案．

【详解】解：$3x^2y\cdot\left(-2xy\right)^3=3x^2y\cdot\left(-8x^3y^3\right)=-24x^5y^4$，

故答案为：$-24x^5y^4$．

13.【答案】$\dfrac{7}{2}$

【分析】本题主要考查了根据二元一次方程组的解的情况求参数，先利用加减消元法求出方程的解为 $\begin{cases}x=3k-2\\y=1-k\end{cases}$，再由 $x+y=6$ 得到 $3k-2+1-k=6$，解方程即可．

【详解】解：$\begin{cases}x+2y=k①\\2x+3y=3k-1②\end{cases}$

①$\times2-$② 得：$y=1-k$，

把 $y=1-k$ 代入①得：$x+2\left(1-k\right)=k$，

解得 $x=3k-2$，

∴方程组的解为 $\begin{cases}x=3k-2\\y=1-k\end{cases}$，

∵方程组 $\begin{cases}x+2y=k\\2x+3y=3k-1\end{cases}$ 的解满足 $x+y=6$，

∴ $3k-2+1-k=6$，

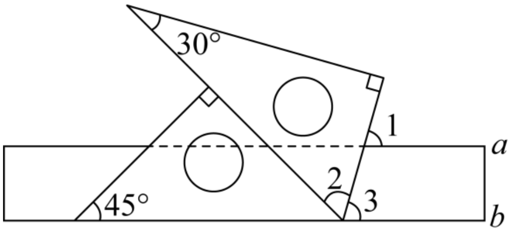
∴ $k=\dfrac{7}{2}$，

故答案为：$\dfrac{7}{2}$．

14.【答案】$75°$

【分析】利用三角形内角和定理和平行线的性质解题即可.

【详解】解：如图，



∵ $\angle 2=90°-30°=60°$，

∴ $\angle 3=180°-45°-60°=75°$，

∵ $a // b$，

∴ $\angle 1=\angle 3=75°$，

故答案为：75°.

【点睛】此题考查平行线的性质，关键是根据两直线平行，同位角相等解答.

15.【答案】40°

【分析】本题考查多边形内角和定理及内外角关系，解题的关键是根据题意得到是五边形.

根据七边形 $ABCDEFG$ 中，AB，ED 的延长线相交于点 O，得到 $OEFGA$ 是五边形，根据 $\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$、$\angle 4$ 的外角和为 $220°$，得到 $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=500°$，结合内角和定理即可得到答案；

【详解】解：∵七边形 $ABCDEFG$ 中，AB，ED 的延长线相交于点 O，

∴ $OEFGA$ 是五边形，

∵ $\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$、$\angle 4$ 的外角和为 $220°$，

∴ $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=4\times 180°-220°=500°$，

∴ $\angle BOD=(5-2)\times 180°-500°=40°$，

故答案为：40°

16.【答案】（$-\dfrac{20}{3}$，$\dfrac{14}{3}$）

【分析】设长方形的长为 x，宽为 y，根据点 A 的坐标列出关于 x、y 的二元一次方程组，然后解方程组，进而可求得点 B 的坐标

【详解】解：设长方形的长为 x，宽为 y，

∵A(－2，6)，

∴ $\begin{cases} x+2y=6 \\ x-y=2 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x=\dfrac{10}{3} \\ y=\dfrac{4}{3} \end{cases}$，

∴$2x=\frac{20}{3}$，

$x+y=\frac{10}{3}+\frac{4}{3}=\frac{14}{3}$，

∵点 B 在第二象限，

∴点 B 的坐标为（$-\frac{20}{3}$，$\frac{14}{3}$），

故答案为：（$-\frac{20}{3}$，$\frac{14}{3}$）.

【点睛】本题考查二元一次方程组的应用、坐标与图形，根据点 A 坐标，结合图形，列出方程组是解答的关键.

17.【答案】①③

【分析】本题主要考查了根据不等式组的解集情况求参数，根据不等式的解集情况求参数，先求出不等式组中两个不等式的解集，再根据不等式组的解集情况即可判断①②；根据题意可得 $x \geq a+1$ 至少有 5 个负整数解，据此可判断③.

【详解】解：$\begin{cases} x-a \geq 1① \\ x-b<2② \end{cases}$，

解不等式①得：$x \geq a+1$，

解不等式②得：$x<b+2$，

当不等式组无解是，则 $a+1 \geq b+2$，则 $b-a \leqslant -1$，故①正确；

当 $b=2$ 时，不等式组的整数解有 5 个，则不等式组 $a+1 \leq x<4$ 有 5 个整数解，

$\therefore -2<a+1 \leq -1$，

∴ $-3<a \leq -2$，故②错误；

∵不等式 $x-a \geq 1$ 至少有 5 个负整数解，

∴ $x \geq a+1$ 至少有 5 个负整数解，

∴ $a+1 \leq -5$，

∴ $a \leq -6$，故③正确；

∴正确的有①③，

故答案为：①③.

18.【答案】$54 \leq v \leq 72$

【分析】本题考查了一元一次不等式组的应用，根据各数量之间的关系，正确列出一元一次不等式组是解题的关键.

利用路程＝速度×时间，结合小亮爸爸以不低于 $40\mathrm{km/h}$ 的车速全程匀速“绿波”通过这两个路口（在红、绿灯切换瞬间也可通过），可列出关于 v 的一元一次不等式组，解之即可得出车速 $v(\mathrm{km/h})$ 的取值范围.

【详解】解：$v\mathrm{km/h}=\frac{v}{3.6}\mathrm{m/s}$.

根据题意得：$\begin{cases} v \geq 40 \\ 32 \times \dfrac{v}{3.6} \geq 480 \\ 44 \times \dfrac{v}{3.6} \leq 880 \\ (44+60) \times \dfrac{v}{3.6} \geq 880 \end{cases}$，

解得：$54 \leq v \leq 72$，

$\therefore$ 车速 $v(\mathrm{km/h})$ 的取值范围是 $54 \leq v \leq 72$．

故答案为：$54 \leq v \leq 72$．

三．解答题

19.【答案】（1）$\sqrt{10}$

（2）$x=\dfrac{5}{3}$ 或 $x=\dfrac{1}{3}$

（3）$4x^2+4xy-3y^2$

（4）$y-2xz$

【分析】本题主要考查了实数的运算，多项式乘以多项式，多项式除以单项式，求平方根的方法解方程：

（1）先计算立方根和算术平方根，再计算绝对值，最后计算加减法即可；

（2）根据求平方根的方法解方程即可；

（3）根据多项式乘以多项式的计算法则求解即可；

（4）根据多项式除以单项式的计算法则求解即可．

【小问 1 详解】

解：$\sqrt[3]{-8}+\sqrt{4}+\sqrt{(-3)^2}+\left|3-\sqrt{10}\right|$

$=-2+2+3+\sqrt{10}-3$

$=\sqrt{10}$；

【小问 2 详解】

解：$\because 9(x-1)^2=4$，

$\therefore (x-1)^2=\dfrac{4}{9}$，

$\therefore x-1=\pm\dfrac{2}{3}$，

$\therefore x=\dfrac{5}{3}$ 或 $x=\dfrac{1}{3}$；

【小问 3 详解】

解：$\left(2x+3y\right)\left(2x-y\right)$

$=4x^2+6xy-2xy-3y^2$

$=4x^2+4xy-3y^2$；

【小问 4 详解】

解：$\left(4x^2y^3-8x^3y^2z\right)\div 4x^2y^2$

$=y-2xz$．

20.【答案】原不等式组的解集为$-3<x\le 1$，不等式组的非负整数解为 0，1．

【分析】分别解出不等式组中的每一个不等式，即得出不等式组的解集，再在解集中找出非负整数即可．

【详解】解：$\begin{cases} x-3\left(x-1\right)\ge 1 & ① \\ \dfrac{1+3x}{2}>x-1 & ② \end{cases}$

解不等式①得：$x\le 1$，

解不等式②得：$x>-3$，

∴原不等式组的解集为$-3<x\le 1$，

∴不等式组的非负整数解为 0，1．

【点睛】本题考查求不等式组的整数解．掌握解不等式组的方法和步骤是解题关键．

21.【答案】2

【分析】本题考查了已知式子的值，整式乘法运算，求代数式的值及平方差公式，正确计算化简，整体代入计算即可．

【详解】解：$2a\left(3a+1\right)-\left(2a+1\right)\left(2a-1\right)$

$=6a^2+2a-\left(4a^2-1\right)$

$=2a^2+2a+1$．

由$a^2+a=\dfrac{1}{2}$，可得$2a^2+2a=1$．

∴原式$=2$．

22.【答案】（1）94°

（2）$\angle BAC=\angle B+2\angle E$，证明见解析

【分析】本题主要考查了三角形外角的性质，角平分线的定义：

（1）先得出$\angle ECD=\angle B+\angle E=68°$，根据 EC 平分$\angle ACD$，可得$\angle ACE=\angle ECD=68°$，再根据$\angle BAC=\angle ACE+\angle E$，即可作答；

（2）根据 EC 平分$\angle ACD$，可得$\angle ACE=\angle ECD$，结合$\angle ECD=\angle B+\angle E$，$\angle BAC=\angle ACE+\angle E$，即可求解．

【小问 1 详解】

解：∵ $\angle B=42^\circ$，$\angle E=26^\circ$，

∴ $\angle ECD=\angle B+\angle E=42^\circ+26^\circ=68^\circ$，

∵ EC 平分 $\angle ACD$，

∴ $\angle ACE=\angle ECD=68^\circ$，

∴ $\angle BAC=\angle ACE+\angle E=68^\circ+26^\circ=94^\circ$；

【小问 2 详解】

解：$\angle BAC=\angle B+2\angle E$，证明如下：

∵ EC 平分 $\angle ACD$，

∴ $\angle ACE=\angle ECD$，

又∵ $\angle ECD=\angle B+\angle E$，

∴ $\angle BAC=\angle ACE+\angle E$

$=\angle ECD+\angle E$

$=\angle B+\angle E+\angle E$

$=\angle B+2\angle E$，

即 $\angle BAC=\angle B+2\angle E$.

23.【答案】（1）B_1 和 C_1 的坐标分别为 $(-1,-1),(-3,2)$

（2）$S_{\triangle ABC}=3.5$

（3）$P(0,8)$ 或 $(0,-6)$.

【分析】本题考查了图形与坐标，利用网格求面积，平移的性质，正确掌握相关性质内容是解题的关键.

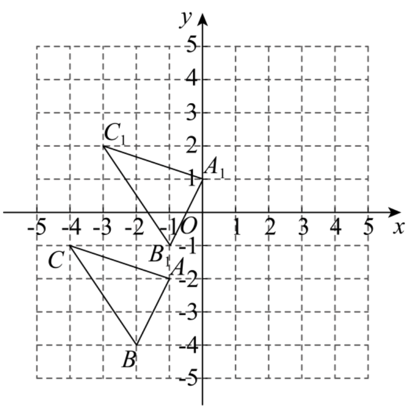
（1）由点 A 对应点 $A_1(0,1)$，得出平移的方式为向右 1 个单位长度、向上 3 个单位长度，依次把其他对应点描出来，再依次连线，即可作答.

（2）运用割补法进行列式，代入数值进行计算，即可作答.

（3）先根据点的特征，且结合 $S_{\triangle ABC}=3.5$，得出 $A_1P=7$. 再进行分类讨论，即可作答.

【小问 1 详解】

解：如图所示：



∴ B_1 和 C_1 的坐标分别为 $(-1,-1),(-3,2)$

【小问 2 详解】

解：$S_{\triangle ABC}=3\times3-\frac{1}{2}\times3\times1-\frac{1}{2}\times3\times2-\frac{1}{2}\times1\times2=3.5$

【小问 3 详解】

解：$\because\triangle A_1B_1P$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积，

$\therefore S_{\triangle A_1B_1P}=S_{\triangle ABC}=3.5$

$\because$点 P 在 y 轴上

$\therefore\frac{1}{2}\times A_1P\times1=3.5$

$\therefore A_1P=7$.

则当 P 在 A_1 的上方时，$1+7=8$，则 $P(0,8)$；

则当 P 在 A_1 的下方时，$1-7=-6$，则 $P(0,-6)$；

综上 $P(0,8)$ 或 $(0,-6)$.

24.【答案】(1）每本文学名著和动漫书各为 40 元和 20 元；（2）方案一：文学名著购买 25 本，动漫书购买 45 本；方案二：文学名著购买 26 本，动漫书购买 46 本.

【分析】(1）设每本文学名著 x 元，动漫书 y 元，根据题意列出方程组解答即可；

（2）根据学校要求购买动漫书比文学名著多 20 本，动漫书和文学名著总数不低于 72 本，总费用不超过 2000 元，列出不等式组，解答即可.

【详解】解：(1)设每本文学名著 x 元，每本动漫书 y 元，

根据题意，得 $\begin{cases}20x+40y=1600\\20x-20y=400\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=40\\y=20\end{cases}$

$\therefore$每本文学名著和动漫书各为 40 元和 20 元.

(2)设学校要求购买文学名著 x 本，则购买动漫书$(x+20)$本，

根据题意，得

$$\begin{cases}x\geq25\\40x+20(x+20)\leq2000\end{cases}$$

解得 $25\leq x\leq26\frac{2}{3}$.

$\because x$ 取整数，

$\therefore x$ 取 25，26.

方案一：文学名著购买 25 本，动漫书购买 45 本；

方案二：文学名著购买 26 本，动漫书购买 46 本.

25.【答案】（1）(3，2，-1)；

（2）x^4-8x^2+16；

（3）-6．

【分析】(1)根据特征系数对的定义即可解答；

(2)根据特征多项式的定义先写出多项式，然后再根据多项式乘多项式进行计算即可；

(3)根据特征多项式的定义先写出多项式，然后再令 x=-2 即可得出答案．

【小问 1 详解】

解：关于 x 的二次多项式 $3x^2+2x-1$ 的特征系数对为(3，2，-1)，

故答案为：(3，2，-1)；

【小问 2 详解】

解：∵有序实数对（1，4，4）的特征多项式为 x^2+4x+4，有序实数对（1，−4，4）的特征多项式为 x^2-4x+4，

$\therefore (x^2+4x+4)(x^2-4x+4)$

$=x^4-4x^3+4x^2+4x^3-16x^2+16x+4x^2-16x+16$

$=x^4-8x^2+16$；

【小问 3 详解】

解：根据题意得 $(px^2+qx-1)(mx^2+nx-2)=2x^4+x^3-10x^2-x+2$，

令 $x=-2$，则 $(4p-2q-1)(4m-2n-2)=2\times16-8-10\times4+2+2$，

$\therefore (4p-2q-1)(4m-2n-2)=2\times16-8-10\times4+2+2$，

$\therefore (4p-2q-1)(4m-2n-2)=32-8-40+2+2$，

$\therefore (4p-2q-1)(4m-2n-2)=-12$，

$\therefore (4p-2q-1)(2m-n-1)=-6$．

故答案为：-6．

【点睛】本题考查了多项式乘多项式，新定义问题，给 x 赋予特殊值-2 是解题的关键．

26.【答案】（1）③　（2）40，见解析

（3）81°

（4）120 人

【分析】本题主要考查了频数分布直方图，扇形统计图，用样本估计总体，解题的关键是熟练掌握扇形统计图和频数分布直方图的特点．

（1）根据样本的选取应该具有应具有代表性、客观性和随机性进行判断即可；

（2）根据 $20\le x<40$ 的人数为 4 人，占总调查人数的 10%，求出 m 的值即可；求出 $100\le x\le120$ 的人数，然后补全频数分布直方图即可；

（3）用 $360°$ 乘 $100\le x\le120$ 的百分比，求出结果即可；

（4）用样本估计总体即可．

【小问 1 详解】

解：①从七年级的学生中抽取 m 名男生不具有代表性和普遍性，故①不符合题意；

②从七年级参加鲁班锁游戏的学生中抽取 m 名学生，不具有代表性和普遍性，故②不符合题意；

③从七年级学号末位数字为 5 或 0 的学生中抽取 m 名学生，具有代表性和普遍性，故③符合题意．

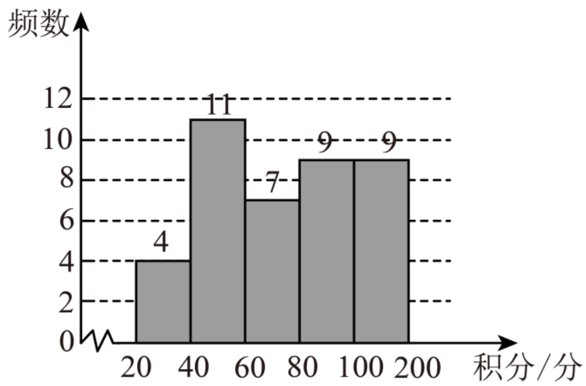
故答案为：③；

【小问 2 详解】

解：$m = 4 \div 10\% = 40$，

$100 \le x \le 120$ 的人数为 $40 - 4 - 11 - 7 - 9 = 9$，补全频数分布直方图，如图所示：

七年级m名学生积分频数分布直方图



【小问 3 详解】

解：$100 \le x \le 120$ 这一组对应的扇形的圆心角度数为：

$$360° \times \frac{9}{40} = 81°.$$

【小问 4 详解】

解：$80 \le x < 100$ 这一组的学生积分达到 90 分或 90 分以上的人数为 7 人，

估计七年级学生获得“π 日”徽章的人数为：

$$\frac{7+9}{40} \times 300 = 120 \text{（人）}.$$

27.【答案】(1) 110，20；

（2）$90° + \frac{1}{2}\alpha$，$\frac{\alpha}{2}$；

（3）$\angle A = 45°$ 或 $60°$ 或 $120°$ 或 $135°$．

【分析】本题考查平行线的性质，角平分线的定义，三角形内角和定理等知识．利用数形结合和分类讨论的思想是解题关键．

（1）由平行线的性质，角平分线的定义结合三角形内角和定理即可求解；

（2）同理由平行线的性质，角平分线的定义结合三角形内角和定理即可求解；

（3）设 $\angle A = \alpha$，由（3）可知 $\angle QPC = 90° - \frac{1}{2}\alpha$，$\angle Q = \frac{1}{2}\alpha$．再由 $\angle PCQ = 90°$ 不变，即可分类讨

论①当 $\angle PCQ=3\angle CPQ$ 时，②当 $\angle PCQ=3\angle Q$ 时，③当 $\angle CPQ=3\angle Q$ 时和④当 $3\angle CPQ=\angle Q$ 时，分别列出关于 α 的等式，解出 α 即可.

【小问 1 详解】

解：$\because \angle A=40^\circ$，$\angle B=60^\circ$，

$\therefore \angle ACB=180^\circ-\angle A-\angle B=80^\circ$.

$\because CP$ 平分 $\angle ACB$，

$\therefore \angle BCP=\angle ACP=\dfrac{1}{2}\angle ACB=40^\circ$.

$\because DE \parallel BC$，

$\therefore \angle ADE=\angle B=60^\circ$，$\angle PGD=\angle BCP=40^\circ$.

$\because DP$ 平分 $\angle ADE$，

$\therefore \angle PDG=\dfrac{1}{2}\angle ADE=30^\circ$.

$\therefore \angle DPC=180^\circ-\angle PDG-\angle PGD=110^\circ$；

$\therefore \angle QPC=180^\circ-110^\circ=70^\circ$.

$\because CP$ 平分 $\angle ACB$，CQ 平分 $\angle ACF$，

$\therefore \angle ACP=\dfrac{1}{2}\angle ACB$，$\angle ACQ=\dfrac{1}{2}\angle ACF$.

$\because \angle ACB+\angle ACF=180^\circ$，

$\therefore \angle ACP+\angle ACQ=90^\circ$，即 $\angle PCQ=90^\circ$，

$\therefore \angle Q=90^\circ-\angle QPC=20^\circ$.

故答案为：110，20；

【小问 2 详解】

解：$\because \angle A=\alpha$，

$\therefore \angle ACB+\angle B=180^\circ-\alpha$.

$\because DE \parallel BC$，

$\therefore \angle ADE=\angle B$，$\angle PGD=\angle PCB$.

$\because DP$ 平分 $\angle ADE$，CP 平分 $\angle ACB$，

$\therefore \angle PDE=\dfrac{1}{2}\angle ADE=\dfrac{1}{2}\angle B$，$\angle PCB=\dfrac{1}{2}\angle ACB=\angle PGD$.

$\therefore \angle DPC=180^\circ-\left(\angle PDE+\angle PGD\right)$

$=180^\circ-\dfrac{1}{2}\left(\angle B+\angle ACB\right)$

$=180^\circ-\dfrac{1}{2}\times(180-\alpha)^\circ$

$=90°+\frac{1}{2}\alpha$.

$\therefore \angle QPC=180°-(90°+\frac{1}{2}\alpha)=90°-\frac{1}{2}\alpha$.

由（1）可知$\angle PCQ=90°$不变,

$\therefore \angle Q=90°-\angle QPC=90°-(90°-\frac{1}{2}\alpha)=\frac{1}{2}\alpha$.

【小问 3 详解】

争：设$\angle A=\alpha$，

由（3）可知$\angle QPC=90°-\frac{1}{2}\alpha$，$\angle Q=\frac{1}{2}\alpha$.

$\because \angle PCQ=90°$,

∴可分类讨论：①当$\angle PCQ=3\angle CPQ$时，

$\therefore 90°-\frac{1}{2}\alpha=\frac{1}{3}\times 90°$，

解得：$\alpha=120°$，

$\therefore \angle A=120°$；

②当$\angle PCQ=3\angle Q$时，

$\therefore \frac{1}{2}\alpha=\frac{1}{3}\times 90°$，

解得：$\alpha=60°$，

$\therefore \angle A=60°$；

③当$\angle CPQ=3\angle Q$时，

$\therefore 90°-\frac{1}{2}\alpha=3\times\frac{1}{2}\alpha$，

解得：$\alpha=45°$，

$\therefore \angle A=45°$；

④当$3\angle CPQ=\angle Q$时，

$\therefore 3\times(90°-\frac{1}{2}\alpha)=\frac{1}{2}\alpha$，

解得：$\alpha=135°$，

$\therefore \angle A=135°$.

综上可知$\angle A=45°$或$60°$或$120°$或$135°$.

附加题

28.【答案】（1）$-\frac{1}{3}$或 2；

（2）多项式 B 的另一个零点为 $-\frac{1}{2}$；

（3）$a=\frac{1}{2}$，$c=1$.

【分析】（1）根据多项式的零点的定义即可求解；

（2）根据多项式的零点的定义将 $x=1$ 代入 $ax^2-(a-1)x-\frac{a}{2}=0$，求得 $a=2$，再解一元二次方程即可求解；

（3）令 $cx-5c=0$，求得 M 的一个零点为5，根据“2系多项式”的定义求得方程 $bx^2-4cx-2a-4=0$ 的两个根为 $x_1=-1$，$x_2=5$，再利用根与系数的关系即可求解.

【小问1详解】

解：令 $(3x+1)(x-2)=0$，

$\therefore 3x+1=0$ 或 $x-2=0$，

$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 或 $x=2$，

则此多项式的零点为 $-\frac{1}{3}$ 或 2；

故答案为：$-\frac{1}{3}$ 或 2；

【小问2详解】

解：$\because$ 多项式 $B=(x-1)(bx+c)=ax^2-(a-1)x-\frac{a}{2}$ 有一个零点为1，

$\therefore$ 将 $x=1$ 代入 $ax^2-(a-1)x-\frac{a}{2}=0$，得 $a-(a-1)-\frac{a}{2}=0$，

解得 $a=2$，

$\therefore B=2x^2-x-1=(x-1)(2x+1)$，

令 $2x+1=0$，解得 $x=-\frac{1}{2}$，

$\therefore$ 多项式 B 的另一个零点为 $-\frac{1}{2}$；

【小问3详解】

解：$\because M=(2ax+b)(cx-5c)=bx^2-4cx-2a-4$ 是“2系多项式”，

令 $cx-5c=0$，解得 $x=5$，即 M 的一个零点为5，

$\therefore$ 设 M 的另一个零点为 y，则 $\frac{y+5}{2}=2$，解得 $y=-1$，

即 $2ax+b=0$ 时，$x=-1$，则 $-2a+b=0$①，

令 $M=bx^2-4cx-2a-4=0$，

根据题意，方程 $bx^2-4cx-2a-4=0$ 的两个根为 $x_1=-1$，$x_2=5$，

$\therefore x_1+x_2=-\dfrac{-4c}{b}=5+(-1)=4$，$x_1\cdot x_2=\dfrac{-2a-4}{b}=5\times(-1)=-5$，

$\therefore c=b$②，$5b-2a-4=0$③，

解①②③得 $c=b=1$，$a=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore a=\dfrac{1}{2}$，$c=1$.

【点睛】本题考查了一元二次方程根与系数的关系，多项式的零点的定义，理解题意，利用参数构建方程解决问题是解题的关键.

29.【答案】（1）$(-3,1)$

（2）①$-6\le n\le -4$；②$8\le n\le 10$ 或 $12\le n\le 14$

【分析】（1）根据“-1加反应点”的定义进行求解即可；

（2）①设 $P(3,p)(n\le p\le n+2)$，则 $P'(5,p+4)$，根据在 x 轴上的点的纵坐标为 0 得到 $p+4=0$，则 $p=-4$，再由 $n\le -4\le n+2$ 即可得到答案；②设 $P(3,p)(n\le p\le n+2)$，则点 P 的“a 加反应点”P' 的坐标为 $(3+a,p+2a)$，再分点 P' 落在长方形四条边上共 4 种情况，讨论求解即可.

【小问 1 详解】

解：由题意得，点 $P(-2,3)$ 的“-1 加反应点”的坐标是 $(-2-1,3-2\times1)$，即 $(-3,1)$，

故答案为：$(-3,1)$；

【小问 2 详解】

解：①$\because A(3,n)$，$B(3,n+2)$，点 P 为线段 AB 上一点，

$\therefore$可设 $P(3,p)(n\le p\le n+2)$，

$\therefore$点 P 的“2 加反应点”P' 的坐标为 $(3+2,p+2\times2)$，即 $(5,p+4)$，

$\because P'(5,p+4)$ 恰好落在 x 轴上，

$\therefore p+4=0$，

$\therefore p=-4$，

$\therefore n\le -4\le n+2$，

$\therefore -6\le n\le -4$；

②$\because A(3,n)$，$B(3,n+2)$，点 P 为线段 AB 上一点，

$\therefore$可设 $P(3,p)(n\le p\le n+2)$，

$\therefore$点 P 的“a 加反应点” P' 的坐标为$\left(3+a, p+2a\right)$，

当点 P' 在长方形 $DEFG$ 的边 DE 上时， $p+2a=-2$ 且 $-4\le 3+a\le -2$，

由 $p+2a=-2$ 得 $p=-2-2a$，

由 $-4\le 3+a\le -2$ 得 $-7\le a\le -5$，

$\therefore 8\le p=-2-2a\le 12$

$\because n\le p\le n+2$，

$\therefore \begin{cases} n\ge 8 \\ n+2\le 12 \end{cases}$，

解得：$8\le n\le 10$；

当点 P' 在长方形 $DEFG$ 的边 GF 上时， $p+2a=2$ 且 $-4\le 3+a\le -2$，

由 $p+2a=2$ 得 $p=2-2a$，

由 $-4\le 3+a\le -2$ 得 $-7\le a\le -5$，

$\therefore 12\le p=2-2a\le 16$

$\because n\le p\le n+2$，

$\therefore \begin{cases} n\ge 12 \\ n+2\le 16 \end{cases}$，

解得：$12\le n\le 14$；

当点 P' 在长方形 $DEFG$ 的边 DG 上时，$3+a=-4$ 且 $-2\le p+2a\le 2$，

由 $3+a=-4$ 得 $a=-7$，

$\therefore -2\le p-14\le 2$，

解得：$12\le p\le 16$，

$\because n\le p\le n+2$，

$\therefore \begin{cases} n\ge 12 \\ n+2\le 16 \end{cases}$，

解得：$12\le n\le 14$；

当点 P' 在长方形 $DEFG$ 的边 EF 上时，$3+a=-2$ 且 $-2\le p+2a\le 2$，

由 $3+a=-2$ 得 $a=-5$，

$\therefore -2\le p-10\le 2$，

解得：$8\le p\le 12$，

$\because n\le p\le n+2$，

$\therefore \begin{cases} n\ge 8 \\ n+2\le 12 \end{cases}$，

解得：$8 \le n \le 10$；

综上分析可知，n 的取值范围是 $8 \le n \le 10$ 或 $12 \le n \le 14$．

【点睛】本题主要考查了坐标与图形，解一元一次不等式组，正确利用题意得到列出相应的不等式组是解题的关键．