

2024 北京育才学校初三（上）开学考

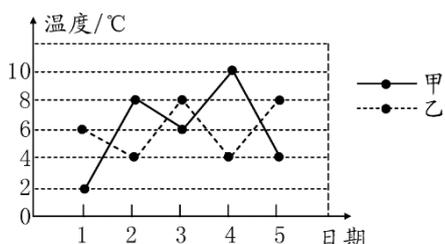
数 学

2024.9

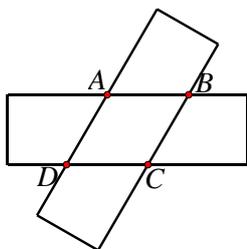
班级： 姓名： 总分：

一、选择题：

1. 二次根式 $\sqrt{1-x}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是
A. $x \leq 1$ B. $x \geq 1$ C. $x < 1$ D. $x > 1$
2. 若关于 x 的一元二次方程 $(m-3)x^2 + x + m^2 - 9 = 0$ 的常数项等于 0，则 m 的值为
A. 0 B. 3 C. -3 D. -3 或 3
3. 对于一次函数 $y = (k-3)x + 2$ ， y 随 x 的增大而增大， k 的取值范围是
A. $k < 0$ B. $k > 0$ C. $k < 3$ D. $k > 3$
4. 甲、乙两地去年 12 月前 5 天的日平均气温如图所示，下列描述错误的是



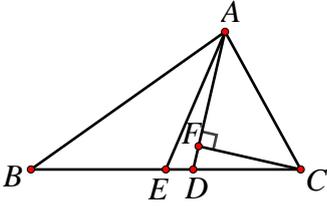
- A. 甲地气温的中位数是 6°C
 - B. 两地气温的平均数相同
 - C. 乙地气温的众数是 8°C
 - D. 乙地气温相对比较稳定
5. 如图，两张等宽的纸条交叉重叠在一起，重叠的部分为四边形 $ABCD$ ，若测得点 A 、 C 之间的距离为 12 cm，点 B 、 D 之间的距离为 16 cm，则线段 AB 的长为
A. 9.6 cm B. 10 cm C. 20 cm D. 12 cm



6. $\triangle ABC$ 中， $AB=20$ ， $AC=13$ ，高 $AD=12$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为
A. 66 B. 126 C. 54 或 44 D. 126 或 66

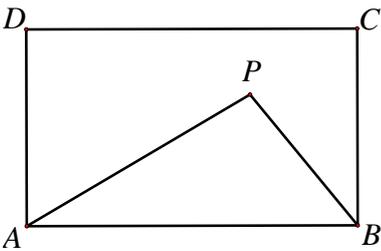
7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=6$ ， $AC=4$ ， AD ， AE 分别是角平分线和中线，过点 C 作 $CF\perp AD$ 于点 F ，连接 EF ，则线段 EF 的长为

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4



8. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=5$ ， $AD=3$ ，动点 P 满足 $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{3} S_{\text{矩形}ABCD}$ ，则点 P 到 A ， B 两点距离之和 $PA+PB$ 的最小值为

- A. $\sqrt{29}$ B. $\sqrt{34}$
C. $5\sqrt{2}$ D. $\sqrt{41}$



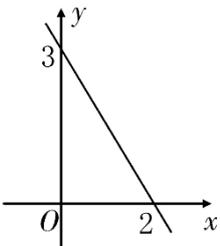
二、填空题：

9. 已知函数 $y=-3x+b$ ，当 $x=-\frac{1}{3}$ 时， $y=1$ ，则 $b=$ _____.

10. 已知一次函数图象经过第二、四象限，且不经过点 $(-1, 1)$ ，请写出一个符合条件的函数解析式为_____.

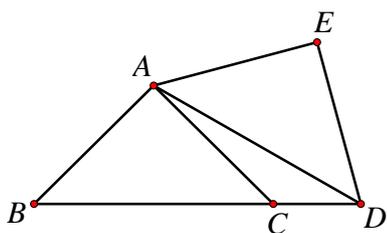
11. 若2是关于 x 的方程 $x^2-(k+3)x+12=0$ 的一个根，则以2和 k 为两边的等腰三角形的周长是_____.

12. 如图，直线 $y=kx+3$ 经过点 $(2, 0)$ ，则关于 x 的不等式 $kx+3>0$ 的解集是_____.

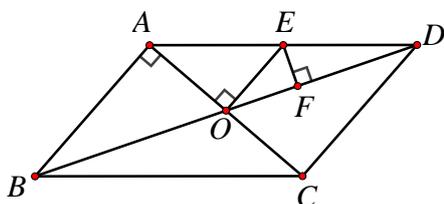


13. 把两块同样大小的含 45° 角的三角尺按如图方式放置，其中一块三角尺的锐角顶点与另一

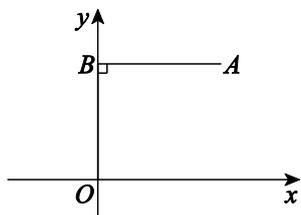
块的直角顶点重合于点 A ，且另三个锐角顶点 B, C, D 在同一直线上，若 $AB=2\sqrt{2}$ ，则 $CD=$ _____.



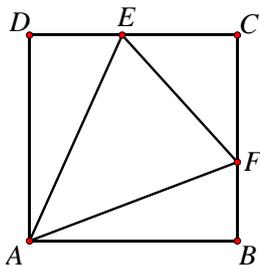
14. 如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于点 O ， $AB \perp AC$ ， $AB=\sqrt{3}$ ， $\angle AOB=60^\circ$ ，过点 O 作 $OE \perp AC$ ，交 AD 于点 E ，过点 E 作 $EF \perp BD$ ，垂足为 F ，则 $OE+2EF$ 的值为_____.



15. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(3, 2\sqrt{2})$ ， $AB \perp y$ 轴于点 B 。以 AB 为边作菱形 $ABCD$ ，若点 C 在 x 轴上，则点 D 的坐标为_____.



16. 如图，正方形 $ABCD$ 中，点 E, F 分别在边 CD, BC 上，且 $\angle EAF=45^\circ$ ，



下列结论中：

- ① $\angle DEA + \angle BFA - \angle EAF = 90^\circ$;
- ② $AF = CF$;
- ③ $EF = DE + BF$;
- ④ 若正方形的边长为 4，则 $\triangle AEF$ 的面积 $= 2EF$.



正确的结论有_____。(请把所有正确结论的序号写在横线上)

三、解答题:

17. 计算: (1) $\sqrt{18} - \frac{2}{\sqrt{2}} + 2\sqrt{2}$; (2) $(\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) - |2\sqrt{3}-3|$.

18. 用适当的方法解下列方程:

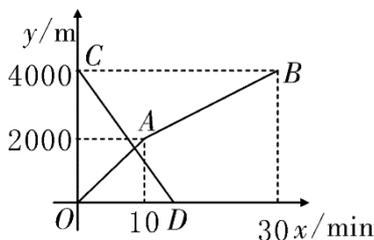
(1) $3x(x+3)=2(x+3)$; (2) $2x^2-4x-3=0$.

19. 列方程解决问题:

一个三角形的三边长为 3 个连续的正整数, 若这个三角形为直角三角形, 求此三角形的三条边长.

20. 小玲和弟弟小东分别从家和图书馆同时出发, 沿同一条路相向而行, 小玲开始跑步, 中途改为步行, 到达图书馆恰好用 30 min, 小东骑自行车以 300 m/min 的速度直接回家, 两人离家的路程 $y(\text{m})$ 与各自离开出发地的时间 $x(\text{min})$ 之间的函数图象如图所示.

- (1) 家与图书馆之间的路程为_____m, 小玲步行的速度为_____m/min;
(2) 求小东离家的路程 y 关于 x 的函数解析式, 并写出自变量的取值范围;
(3) 求两人相遇的时间.



21. 在正方形 $ABCD$ 中, E 是边 BC 上的一个动点 (不与点 B, C 重合), 连接 AE , P 为点 B 关于直线 AE 的对称点.

(1) 连接 AP , 作射线 DP 交射线 AE 于点 F , 依题意补全图 1.

①若 $\angle BAE = \alpha$, 求 $\angle ADP$ 的大小 (用含 α 的式子表示);

②用等式表示线段 AF, PF 和 PD 之间的数量关系, 并证明;

(2) 已知 $AB=2$, 连接 PC , 若 $PC \parallel AE$, M, N 是正方形 $ABCD$ 的对角线 BD 上的两个动点, 且 $BN = BM + \sqrt{2}$, 连接 EM, AN , 直接写出 $EM + AN$ 的最小值.

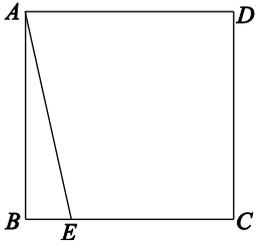
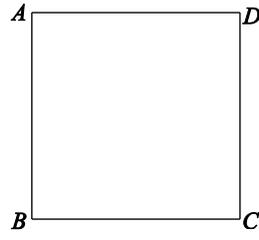


图 1

备用图



参考答案

一、选择题：（每题 3 分，共 24 分）

1. A 2. C 3. D 4. C 5. B 6. D 7. A 8. D

二、填空题：（每题 3 分，共 24 分）

9. 0. 10. $y = -2x$ (不唯一). 11. 12. 12. $x < 2$.
 13. $2\sqrt{3} - 2$. 14. $\sqrt{3}$. 15. (2, 0) 或 (4, 0). 16. ①③④.

三、解答题：

17. （每题 5 分，共 10 分）(1) $4\sqrt{2}$ ； (2) 9.

18. （每题 5 分，共 10 分）(1) $x_1 = -3, x_2 = \frac{2}{3}$ ； (2) $x_1 = 1 - \frac{\sqrt{10}}{2}, x_2 = 1 + \frac{\sqrt{10}}{2}$.

19. （本题 10 分）（方法不唯一，必须列方程），答案 3, 4, 5.

20. （本题 10 分：2+5+3）

(1) 4000 100

解：(2) 小东回家所用时间为 $\frac{4000}{300} = \frac{40}{3}$ min,

$\therefore D(\frac{40}{3}, 0), \therefore C(0, 4000)$, 设直线 CD 的解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$, 则

$$\begin{cases} \frac{40}{3}k + b = 0, \\ 0 + b = 4000, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = -300, \\ b = 4000. \end{cases} \therefore \text{小东离}$$

家的路程 y 关于 x 的函数解析式为 $y = -300x + 4000 (0 \leq x \leq \frac{40}{3})$.

(3) 设小玲开始跑步中, 离家的路程 y 与时间 x 的函数解析式为 $y = mx (m \neq 0)$.

$\therefore A(10, 2000)$. $\therefore 2000 = 10m, \therefore$ 解得 $m = 200, \therefore y = 200x$, 联立得方程组

$$\begin{cases} y = 200x, \\ y = -300x + 4000, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x = 8, \\ y = 1600. \end{cases} \text{故两}$$

人相遇的时间为出发后第 8 min.

21. （本题 12 分）

解：(1) ①补全图形如图 1. 2 分

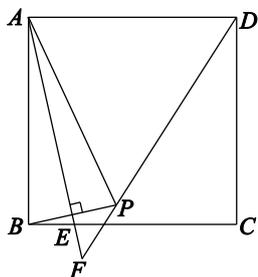


图 1

\therefore 点 P 与点 B 关于直线 AE 对称,

$\therefore AE$ 垂直平分 BP .

$\therefore AB = AP$.



$\therefore \angle PAE = \angle BAE = \alpha.$

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AB = AD, \angle BAD = 90^\circ.$

$\therefore AP = AD,$

$\angle PAD = \angle BAD - \angle BAE - \angle PAE = 90^\circ - 2\alpha.$

$\therefore \angle ADP = \angle APD = (180^\circ - \angle PAD) \div 2 = 45^\circ + \alpha. \dots\dots\dots 6$ 分

② $\sqrt{2} AF = 2PF + PD.$

证明: 过点 A 作 $AG \perp DF$ 于点 G , 如图 2,

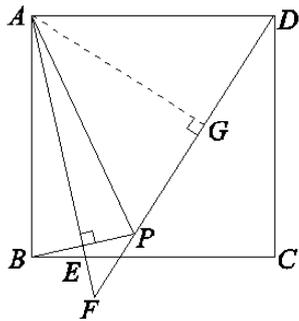


图 2

则 $\angle AGF = 90^\circ.$

$\because AP = AD,$

$\therefore PG = \frac{1}{2} PD.$

$\because \angle APD = \angle F + \angle PAF,$

由①可知, $\angle APD = 45^\circ + \alpha, \angle PAF = \alpha,$

$\therefore \angle F = 45^\circ.$

$\therefore \angle GAF = \angle F = 45^\circ.$

$\therefore AG = FG.$

在 $\text{Rt}\triangle AGF$ 中, $AF = \sqrt{AG^2 + FG^2} = \sqrt{2}FG.$

$\therefore AF = \sqrt{2}(PF + PG) = \sqrt{2}(PF + \frac{1}{2}PD).$

即 $\sqrt{2}AF = 2PF + PD. \dots\dots\dots 10$ 分

(2) $\sqrt{5}. \dots\dots\dots 12$ 分

