2024北京北师大二附中高三（上）统练一

数　学

一、单选题：本题共10小题，共40分。

1. 已知全集$U=\{-2,-1,0,1,2,3\}$，集合$A=\{x\in Z||x|<2\}$，则$C_U A=$(　)

A. $\{-1,0,1\}$　　B. $\{-2,2,3\}$　　C. $\{-2,-1,2\}$　　D. $\{-2,0,3\}$

2. 若$i(1-z)=1$，则$z+\overline{z}=$(　)

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

3. 如果$a>b>0$，那么下列不等式一定成立的是(　)

A. $|a|<|b|$　　B. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　C. $(\frac{1}{2})^a>(\frac{1}{2})^b$　　D. $\ln a>\ln b$

4. 从分别写有1，2，3，4，5，6的6张卡片中无放回地随机抽取2张，则抽到的2张卡片上的数字之积是4的倍数的概率为(　)

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{2}{3}$

5. “空气质量指数(AQI)”是定量描述空气质量状况的指数．当AQI大于200时，表示空气重度污染，不宜开展户外活动．某地某天0～24时的空气质量指数y随时间t变化的趋势由函数$y=\begin{cases}-10t+290,0\le t\le 12\\56\sqrt{t}-24,12<t\le 24\end{cases}$描述，则该天适宜开展户外活动的时长至多为(　)

A. 5小时　　B. 6小时　　C. 7小时　　D. 8小时

6. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差为d，前n项和为S_n，则“$d>0$”是“$S_4+S_6>2S_5$”的(　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

7. 某地的中学生中有60%的同学爱好滑冰，50%的同学爱好滑雪，70%的同学爱好滑冰或爱好滑雪，在该地的中学生中随机调查一位同学，若该同学爱好滑雪，则该同学也爱好滑冰的概率为(　)

A. 0.8　　B. 0.4　　C. 0.2　　D. 0.1

8. 有12个砝码，总质量为$45\ g$，它们的质量从大到小依次构成等差数列，且最重的3个砝码质量之和是最轻的3个砝码质量之和的4倍．用这些砝码称一个质量为$30\ g$的物体，则需要的砝码个数至少为

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

9. 已知函数$f(x)=3log_2x-2(x-1)$，则不等式$f(x)>0$的解集是(　)

A. $(1,4)$　　B. $(-\infty,1)\cup(4,+\infty)$

C. $(0,1)\cup(4,+\infty)$　　D. $(0,4)$

10. 设a，$b\in R$，数列$\{a_n\}$中$a_1=a$，$a_{n+1}=a_n^2+b$，$n\in N^*$，则（　）

A. 当$b=\frac{1}{2}$时，$a_{10}>10$　　B. 当$b=\frac{1}{4}$时，$a_{10}>10$

C. 当$b=-2$时，$a_{10}>10$　　D. 当$b=-4$时，$a_{10}>10$

二、填空题：本题共5小题，每小题6分，共30分。

11. 函数$f(x)=\frac{1}{2^x-1}+\sqrt{x+1}$的定义域是_____.

12. 在等差数列$\{a_n\}$中，公差d不为0，$a_1=9$，且a_1，a_4，a_5成等比数列，则$d=$_____；当$n=$_____时，数列$\{a_n\}$的前n项和S_n有最大值.

13. 在一次体育水平测试中，甲、乙两校均有100名学生参加，其中：甲校男生成绩的优秀率为70%，女生成绩的优秀率为50%；乙校男生成绩的优秀率为60%，女生成绩的优秀率为40%，对于此次测试，给出下列三个结论：

①甲校学生成绩的优秀率大于乙校学生成绩的优秀率；

②甲、乙两校所有男生成绩的优秀率大于甲、乙两校所有女生成绩的优秀率；

③甲校学生成绩的优秀率与甲、乙两校所有学生成绩的优秀率的大小关系不确定.

其中，所有正确的序号是 _____.

14. 设函数$f(x)=\begin{cases}-x, & x\ge a\\ -x^2+x, & x<a\end{cases}$，当$a=2$时，$f(x)$的单调递增区间为_____，若$\exists x\in R$且$x\ne 0$，使得$f\left(\frac{1}{2}+x\right)=f\left(\frac{1}{2}-x\right)$成立，则实数$a$的取值范围为_____.

15. 对于非空实数集合A，记$A^*=\{y|\forall x\in A, y\le x\}$，设非空实数集合$P$满足条件“若$x<1$，则$x\notin P$”且$M\subseteq P$，给出下列命题：

①若全集为实数集R，对于任意非空实数集合A，必有$\complement_R A=A^*$；

②对于任意给定符合题设条件的集合M，P，必有$P^*\subseteq M^*$；

③存在符合题设条件的集合M，P，使得$M^*\cap P=\varnothing$；

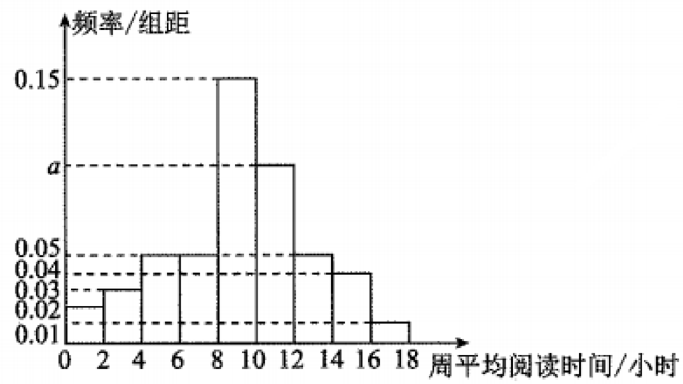
④存在符合题设条件的集合M，P，使得$M\cap P^*\ne\varnothing$.

其中所有正确命题的序号是_____.

三、解答题：本题共 2 小题，共 30 分。

16. (本小题15分)

“稻草很轻，但是他迎着风仍然坚韧，这就是生命的力量，意志的力量”“当你为未来付出踏踏实实努力的时候，那些你觉得看不到的人和遇不到的风景都终将在你生命里出现”……当读到这些话时，你会切身体会到读书破万卷给予我们的力量.为了解某普通高中学生的阅读时间，从该校随机抽取了800名学生进行调查，得到了这800名学生一周的平均阅读时间(单位：小时)，并将样本数据分成九组，绘制成如图所示的频率分布直方图.



(I)求a的值;

(II)为进一步了解这800名学生阅读时间的分配情况，从周平均阅读时间在$(12,14]$，$(14,16]$，$(16,18]$三组内

的学生中，采用按比例分配的分层抽样方法抽取了10人，现从这10人中随机抽取3人，记周平均阅读时间在$(14,16]$内的学生人数为X，求X的分布列和数学期望;

(III)以样本的频率估计概率，从该校所有学生中随机抽取20名学生，用$P(k)$表示这20名学生中恰有k名学生周平均阅读时间在$(8,12]$内的概率，其中$k=0$，1，2，…，20.当$P(k)$最大时，写出k的值.

17. (本小题15分)

已知函数$f(x)=lnx+sinx$.

(I)求曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程；

(II)求函数$f(x)$在区间$[1,e]$上的最小值；

(III)证明函数$f(x)$只有一个零点.

参考答案

一、单选题：本题共 10 小题，共 40 分。

1. 【答案】B

【解析】【分析】

本题考查了集合的运算，属于基础题.

利用题中的条件解出集合A，再利用补集，即可解出.

【解答】

解：$A=\{x\in Z||x|<2\}=\{-1,0,1\}$，

$\therefore C_UA=\{-2,2,3\}$，

故选：B.

2. 【答案】D

【解析】【分析】

本题考查了复数代数形式的四则运算及共轭复数，属基础题.

先求出z，进而根据共轭复数的定义以及加法运算求解，即可得到答案

【解答】

解：$1-z=\frac{1}{i}=-i$，则 $z=1+i$， $z+\overline{z}=1+i+1-i=2$.

3. 【答案】D

【解析】解：由不等式性质，当$a>b>0$时，$|a|>|b|,\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，$A$，$B$ 错误；根据指数函数性质，$\left(\frac{1}{2}\right)^a<\left(\frac{1}{2}\right)^b$，$C$ 错误；根据对数函数的单调性，可得$a>b>0$，$lna>lnb$，

故选 D.

根据对数函数的单调性，指数函数单调性，不等式性质，逐一判断，即可得出结论.

本题考查不等式的性质，考查对数函数、指数函数单调性，比较基础.

4. 【答案】C

【解析】【分析】

本题考查古典概型的计算，注意古典概型的计算公式，属于基础题.

根据题意，用列举法分析“从6张卡片中无放回随机抽取2张”和“抽到的2张卡片上的数字之积是4的倍数”的情况数，由古典概型公式计算可得答案.

【解答】

解：根据题意，从6张卡片中无放回随机抽取2张，有$(1,2)$，$(1,3)$，$(1,4)$，$(1,5)$，$(1,6)$，$(2,3)$，$(2,4)$，$(2,5)$，$(2,6)$，

$(3,4)$，$(3,5)$，$(3,6)$，$(4,5)$，$(4,6)$，$(5,6)$，共15种取法，

其中抽到的2张卡片上的数字之积是4的倍数有$(1,4)$，$(2,4)$，$(2,6)$，$(3,4)$，$(4,5)$，$(4,6)$，共6种情况，

则抽到的2张卡片上的数字之积是4的倍数的概率$P=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$.

故选 C.

5.【答案】C

【解析】【分析】

本题考查函数的实际应用，属于中档题.

根据函数式列出不等式，求出时长即可.

【解答】

解：由题意知适于户外活动的时间为：

$\begin{cases}0 \leq t \leq 12\\-10t+290 \leq 200\end{cases}$或$\begin{cases}12 < t \leq 24\\56\sqrt{t}-24 \leq 200\end{cases}$,

解得$9 \leq t \leq 12$或$12 < t \leq 16$，

故适于户外活动的时长为$3+4=7$小时.

故选：C.

6.【答案】C

【解析】【分析】

本题考查充分条件、必要条件及充要条件的判断，考查等差数列的求和公式，属于基础题.

由等差数列的求和公式，$S_4+S_6=10a_1+21d$，$2S_5=10a_1+20d$，$S_4+S_6-2S_5=d$，则$S_4+S_6>2S_5$的充要条件是$d>0$.

【解答】

解：因为$\{a_n\}$为等差数列，

所以$S_4+S_6=4a_1+6d+6a_1+15d=10a_1+21d$，

$2S_5=10a_1+20d$，$S_4+S_6-2S_5=d$，

所以$d>0 \Leftrightarrow S_4+S_6>2S_5$，

故选 C.

7.【答案】A

【解析】【分析】

本试题考查概率的概念及运算，条件概率的概念及计算，以及考生的运算求解能力.

【解答】

解：从该校的学生中任取一名学生，记A表示事件："取到的学生爱好滑冰"，B表示事件："取到的学生爱好滑雪".

由题设知$P(A)=0.6$，$P(B)=0.5$，$P(A\cup B)=0.7$.

由$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$，得

$P(AB)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=0.6+0.5-0.7=0.4$.

所求的概率为$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{0.4}{0.5}=0.8$.

8.【答案】C

【解析】【分析】

本题考查等差数列的实际应用，属中档题．

设12个砝码的质量从大到小构成的等差数列为$\{a_n\}$，由题意求得首项与公差，令$S_n \geq 30$，求解即可．

【解答】

解：设12个砝码的质量从大到小构成的等差数列为$\{a_n\}$，公差为d，$d<0$，$1 \leq n \leq 12$，$n \in N^*$，

由题意可得$a_1+a_2+a_3=4(a_{10}+a_{11}+a_{12})$，

$a_1+a_2+a_3+\cdots\ldots+a_{10}+a_{11}+a_{12}=45$，

即$3a_1+3d=4\times(3a_1+30d)$，

$12a_1+66d=45$，

解得$a_1=\frac{13}{2}$，$d=-\frac{1}{2}$，

则$S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}\cdot d=\frac{13}{2}n+\frac{n(n-1)}{2}\cdot(-\frac{1}{2})=\frac{-n^2+27n}{4}$，

令$S_n=\frac{-n^2+27n}{4} \geq 30$，

又$1 \leq n \leq 12$，$n \in N^*$，

解得$6 \leq n \leq 12$，$n \in N^*$，

故需要的砝码个数至少为6．

9.【答案】A

【解析】【分析】

本题考查了对数不等式的求解，考查了学生的分析运算能力，属于中档题．

由题意令$3log_2x-2(x-1)>0$，得$\log_2x>\frac{2}{3}(x-1)$，分别画出$y=\log_2x$，$y=\frac{2}{3}(x-1)$的图象，然后分析求解即可．

【解答】

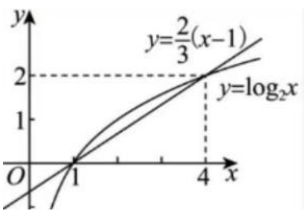
解：依题意$f(x)=3\log_2x-2(x-1)>0$，$\log_2x>\frac{2}{3}(x-1)$

由$\begin{cases} y=\log_2 x \\ y=\frac{2}{3}(x-1) \end{cases}$解得$\begin{cases} x_1=1 \\ y_1=0 \end{cases}$或$\begin{cases} x_2=4 \\ y_2=2 \end{cases}$

画出$y=\log_2x$，$y=\frac{2}{3}(x-1)$的图象，

由图可知，不等式$f(x)>0$的解集是$(1,4)$．

故选：A



10.【答案】A

【解析】【分析】

本题考查命题真假的判断，考查数列的性质等基础知识，考查化归与转化思想，考查推理论证能力，属于难题．

对于A，证明$\{a_n\}$递增，可知$n \geq 4$时，$\frac{a_{n+1}}{a_n} > \frac{3}{2}$，可证明$a_{10} > 10$判断$A$选项，对于$B$，取$a_1 = \frac{1}{2}$，$\therefore a_2 = \frac{1}{2}, \dots, a_n = \frac{1}{2} < 10$判断$B$选项，对于$C$，取$a_1 = 2$，$\therefore a_2 = 2$，…，$a_n = 2 < 10$判断$C$选项，对于$D$，取$a_1 = \frac{1+\sqrt{17}}{2}$，$\therefore a_2 = \frac{1+\sqrt{17}}{2}$，…，$a_n = \frac{1+\sqrt{17}}{2} < 10$判断$D$选项；

【解答】

解：对于A，$a_2 = a^2 + \frac{1}{2} \geq \frac{1}{2}$，$a_3 = (a^2 + \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2} \geq \frac{3}{4}$，

$a_4 = (a^4 + a^2 + \frac{3}{4})^2 + \frac{1}{2} \geq \frac{9}{16} + \frac{1}{2} = \frac{17}{16} > 1$，

又因$a_{n+1} - a_n = a^2{}_n + \frac{1}{2} - a_n = \left(a_n - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} > 0$，所以$\{a_n\}$递增，

当$n \geq 4$时，$\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_n + \frac{\frac{1}{2}}{a_n} > 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$，

$$\therefore \begin{cases} \frac{a_5}{a_4} > \frac{3}{2} \\ \frac{a_6}{a_5} > \frac{3}{2} \\ \vdots \\ \frac{a_{10}}{a_9} > \frac{3}{2} \end{cases}, \therefore \frac{a_{10}}{a_4} > (\frac{3}{2})^6, \therefore a_{10} > \frac{729}{64} \times \frac{17}{16} > 10.\text{故 } A \text{ 正确}.$$

对于B，令$\lambda^2 - \lambda + \frac{1}{4} = 0$，得$\lambda = \frac{1}{2}$，

取$a_1 = \frac{1}{2}$，$\therefore a_2 = \frac{1}{2}, \dots, a_n = \frac{1}{2} < 10$，

$\therefore$当$b = \frac{1}{4}$时，$a_{10} < 10$，故B错误；

对于C，令$\lambda^2 - \lambda - 2 = 0$，得$\lambda = 2$或$\lambda = -1$，

取$a_1 = 2$，$\therefore a_2 = 2$，…，$a_n = 2 < 10$，

$\therefore$当$b = -2$时，$a_{10} < 10$，故C错误；

对于D，令$\lambda^2 - \lambda - 4 = 0$，得$\lambda = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$，

取$a_1 = \frac{1+\sqrt{17}}{2}$，$\therefore a_2 = \frac{1+\sqrt{17}}{2}$，…，$a_n = \frac{1+\sqrt{17}}{2} < 10$，

$\therefore$当$b = -4$时，$a_{10} < 10$，故D错误；

故选：A.

二、填空题：本题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分。

11.【答案】$[-1,0) \cup (0,+\infty)$

【解析】【分析】

本题考查了函数的定义域、不等式的解法，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

要使函数$f(x)$有意义，必须满足$\begin{cases} 2^x - 1 \neq 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases}$，解得$x$范围，即可得出函数$f(x)$的定义域.

【解答】

解：要使函数$f(x)$有意义，则必须满足$\begin{cases} 2^x - 1 \neq 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases}$，

解得$x \neq 0$且$x \geq -1$，

∴函数$f(x)$的定义域为$[-1,0) \cup (0,+\infty)$，

故答案为：$[-1,0) \cup (0,+\infty)$.

12.【答案】-2，5

【解析】【分析】

本题主要考查了等差数列的通项公式，等比数列的性质及等差数列前n项和的最值问题，属于中档题.

由已知根据题意逐步分析即可求解.

【解答】

解：因为等差数列$\{a_n\}$中，公差d不为0，$a_1 = 9$，

因为a_1，a_4，a_5成等比数列，

所以$a_4^2 = a_1 \cdot a_5$，即$(9+3d)^2 = 9(9+4d)$，

解得$d = -2$，

故$a_n = a_1 + (n-1)d = 9 - 2(n-1) = 11 - 2n$，

因为$a_5 > 0$，$a_6 < 0$，

故当$n = 5$时，数列$\{a_n\}$的前n项和S_n有最大值.

故答案为：-2，5.

13.【答案】②③

【解析】【分析】

本题考查统计学知识，属于中档题.

根据给出条件，利用统计学知识逐一加以判断.

【解答】

解：由题意得，甲校学生成绩优秀率在50%与70%之间，乙校学生成绩的优秀率在40%与60%之间，与各自学校男女人数比例有关，不能确定哪个学校的优秀率大，①错误；

②甲乙两校所有男生的优秀率在60%与70%之间，甲乙两校所有女生成绩的优秀率在40%与50%之间，所以甲乙两校所有男生成绩的优秀率大于甲乙两校所有女生成绩的优秀率，②正确；

③甲校学生成绩的优秀率与学校的男女生的比例有关，而甲、乙两校整体的优秀率与两校各自的优秀率和人数比例有关，不能确定二者大小关系，③正确；

故答案为：②③.

14.【答案】$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$；；；$(-1,+\infty)$

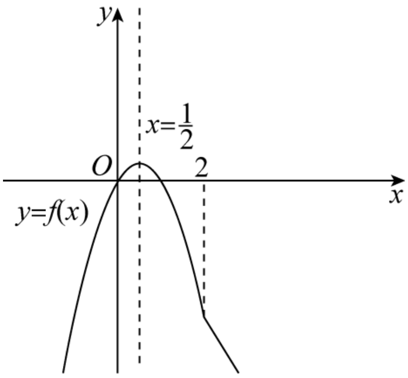
【解析】【分析】

本题考查分段函数的性质及求参，属中等题.

当$a = 2$时，作出函数$f(x)$的图象，利用图象求出函数$f(x)$的递增区间；由$f\left(\frac{1}{2}+x\right) = f\left(\frac{1}{2}-x\right)$得$f(x)$关于$x = \frac{1}{2}$对称，结合二次函数的对称性及方程有解判断范围.

【解答】

解：当$a=2$时，$f(x)=\begin{cases}-x, & x\geq 2\\ -x^2+x, & x<2\end{cases}$，其图象如下图：



由图知，函数$f(x)$的单调递增区间为$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$；

若$\exists x\in R$且$x\neq 0$，使得$f\left(\frac{1}{2}+x\right)=f\left(\frac{1}{2}-x\right)$成立，即$f(x)=-x^2+x$，其图象关于$x=\frac{1}{2}$对称，

显然当$a>\frac{1}{2}$时，由二次函数对称知$\exists x\in R$且$x\neq 0$，使得$f\left(\frac{1}{2}+x\right)=f\left(\frac{1}{2}-x\right)$成立，符合题意；

则$a\leq\frac{1}{2}$时，当$x<a$时，$y=-x$关于$x=\frac{1}{2}$对称的曲线为$y=x-1$，

联立$\begin{cases}y=x-1\\ y=-x^2+x\end{cases}$，得$\begin{cases}x=-1\\ y=-2\end{cases}$或$\begin{cases}x=1\\ y=0\end{cases}$(舍去)，

所以当$-1<a\leq\frac{1}{2}$时，满足$f(-1)=f(2)=-2$，即$f\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\right)=f\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\right)$，符合题意；

当$a\leq -1$时，曲线$y=-x^2+x$，$(x<a)$与曲线$y=x-1$无公共点，不符合题意；

综上，实数a的取值范围为$(-1,+\infty)$.

故答案为：$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$；$(-1,+\infty)$.

15.【答案】②③④

【解析】【分析】

本题考查集合的新定义问题，集合与集合的运算等，属于综合题.

由题意知，A^*中元素为不大于A中所有值的数的集合．由于四个命题对任意符合条件的集合都满足，故可用特殊集合来验证.

【解答】

解：由于非空实数集A，记$A^*=\{y|\forall x\in A,y\leq x\}$，则$A^*$中元素为不大于$A$中所有值的数，即不大于$A$中最小元素的数组成的集合.

①当A集合下边界趋向负无穷大时，如$A=(-\infty,2],\complement_R A=(2,+\infty),A^*=\varnothing$，故①错误；

②由于$M\subseteq P$，假设M中最小值为m，P最小值为p，那么$m\geq p$.因此M^*表示不大于m所有数组成的集合，P^*表示所有不大于p的数组成的集合．则$P^*\subseteq M^*$，故②正确；

③令$M=P=\{x|1<x<\frac{3}{2}\}$，则$M^*=\{x|x\leq 1\}$，故$M^*\cap P=\varnothing$，故③正确；

④令$M=P=\{x|2\leq x<3\}$，则$P^*=\{x|x\leq 2\}$，故$M\cap P^*=\{x|x=2\}\neq\varnothing$，故④正确；

故答案为：②③④.

三、解答题：本题共2小题，共30分。

16.【答案】解：(I)

$\because (0.02+0.03+0.05+0.05+0.15+a+0.05+0.04+0.01)\times 2=1$，

$\therefore a=0.1$；

(II)由频率分布直方图可得：周平均阅读时间在$(12,14]$，$(14,16]$，$(16,18]$三组的频率之比为0.05：0.04：$0.01=5$：4：1，

$\therefore$ 10人中，周平均阅读时间在$(12,14]$的人数为$10\times\frac{5}{10}=5$人；在$(14,16]$的人数为$10\times\frac{4}{10}=4$人；在$(16,18]$的人数为$10\times\frac{1}{10}=1$人；

则X所有可能的取值为0，1，2，3，

$\therefore P(X=0)=\frac{C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$；

$P(X=1)=\frac{C_6^2C_4^1}{C_{10}^3}=\frac{60}{120}=\frac{1}{2}$；

$P(X=2)=\frac{C_6^1C_4^2}{C_{10}^3}=\frac{36}{120}=\frac{3}{10}$；

$P(X=3)=\frac{C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{4}{120}=\frac{1}{30}$；

$\therefore$ X的分布列为：

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

$\therefore$数学期望$E(X)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{1}{30}=\frac{6}{5}$；

(III)用频率估计概率，从该校所有学生中随机抽取1名学生，周平均阅读时间在$(8,12]$内的概率$p=(0.15+0.1)\times 2=0.5=\frac{1}{2}$；

则$P(k)=C_{20}^k p^k(1-p)^{20-k}$

$=C_{20}^k\times\frac{1}{2^k}\times\frac{1}{2^{20-k}}=\frac{C_{20}^k}{2^{20}}$，

若$P(k)$最大，则C_{20}^k最大，

$\therefore$当$k=10$时，$P(k)$取得最大值．

【解析】本题考查频率分布直方图，利用超几何分布求分布列，超几何分布的均值，n次独立重复试验及其概率计算，属于中档题．

(I)根据频率和为1，可构造方程求得a的值；

(II)根据分层抽样原则可确定10人中，周平均阅读时间在$(12,14]$，$(14,16]$，$(16,18]$的人数，则可确定X所有可能的取值，根据超几何分布概率公式可求得X每个取值对应的概率，由此可得分布列；根据数学期望公式可求得期望值；

(III)根据频率分布直方图可求得周平均阅读时间在$(8,12]$内的概率，利用二项分布概率公式可表示出$P(k)$，由此可确定结果．

17.【答案】解：(I)$f'(x)=\frac{1}{x}+\cos x$，

又$f'(1)=1+cos1$，$f(1)=sin1$，

则由点斜式可得，所求切线方程为$y-sin1=(1+cos1)(x-1)$，

即$y=(1+cos1)x+sin1-cos1-1$；

(II)易知$f'(x)=\frac{1}{x}+\cos x$，令$g(x)=\frac{1}{x}+\cos x$，$g'(x)=-\frac{1}{x^2}-\sin x$在$[1,e]$上恒小于$0$，故$f'(x)$在$[1,e]$上单调递减，

且$f'(1)=1+\cos 1>0, f'(e)=\frac{1}{e}+\cos e<\frac{1}{e}+\cos\frac{2\pi}{3}=\frac{1}{e}-\frac{1}{2}<0$，

所以函数$f'(x)$在$[1,e]$上存在唯一零点，设为x_0，

当$x\in[1,x_0)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增，当$x\in(x_0,e]$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，

又$f(1)=sin1$，$f(e)=1+sine$，

所以函数$f(x)$在区间$[1,e]$上的最小值为$sin1$；

(III)证明：函数的定义域为$(0,+\infty)$，

由(II)可知，函数$f(x)$在$[1,e]$上的最小值为$sin1$，

又当$x\in(e,+\infty)$时，$f(x)>lne+sinx=1+sinx\geq 0$，则函数$f(x)$在$[1,+\infty)$上没有零点；

当$x\in(0,1)$时，$f'(x)=\frac{1}{x}+\cos x>0$，则$f(x)$在$(0,1)$上单调递增，

又$f(\frac{1}{e})=-1+\sin\frac{1}{e}<0, f(1)=sin1>0$，

则函数$f(x)$在$(\frac{1}{e},1)$存在一个零点，即函数$f(x)$在定义域上只有一个零点．

【解析】本题考查导数的几何意义，考查利用导数研究函数的单调性及最值，考查函数的零点，考查逻辑推理能力及运算求解能力，属于较难题．

(I)对函数$f(x)$求导，进而求得切线斜率及切点，再由点斜式得解；

(II)判断$f(x)$在$[1,e]$上的单调性，由此可得最值；

(III)先证明在$[1,+\infty)$上无零点，再证明在$(0,1)$上仅有一个零点即可．