

2024 北京十一学校初三（上）开学考



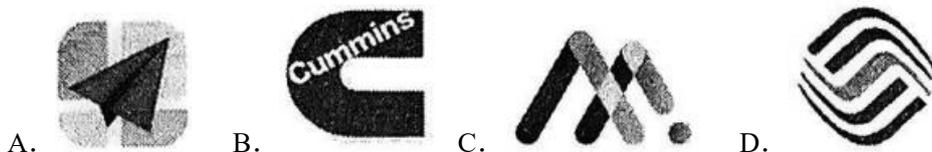
数 学

(2024.9)

考试时间：100 分钟 满分：100 分

一、选择题（共 16 分，每小题 2 分）

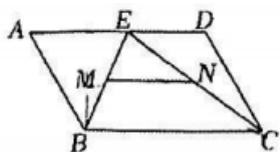
1. 在《2023 北京市数字经济标杆企业评价报告》中，某区共有 7 家重点企业成功获评北京市数字经济标杆企业，以下是四家标杆企业的商标，其中商标图形是中心对称图形的是（ ）



2. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$ 的对边分别为 a ， b ， c ，下列条件中可以判断 $\angle A=90^\circ$ 的是（ ）

- A. $a=1, b=2, c=\sqrt{3}$ B. $a=2, b=\sqrt{2}, c=\sqrt{2}$
 C. $a=6, b=5, c=4$ D. $a=3, b=4, c=5$

3. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AD=6$ ， E 为 AD 上一动点， M ， N 分别为 BE ， CE 的中点，则 MN 的长为（ ）



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 不确定

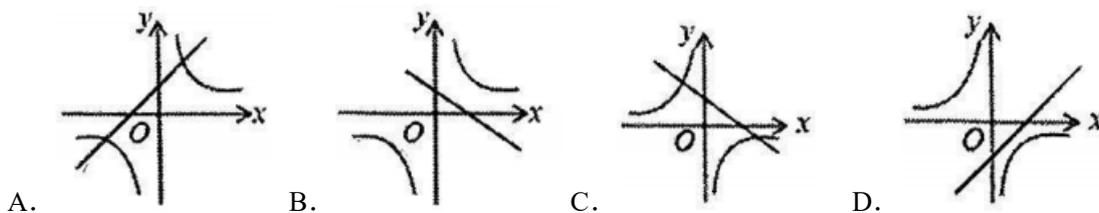
4. 某商店销售 5 种领口大小分别为 38，39，40，41，42（单位：cm）的衬衫，一个月内的销量如下表：

领口大小/cm	38	39	40	41	42
销量/件	64	199	180	110	47

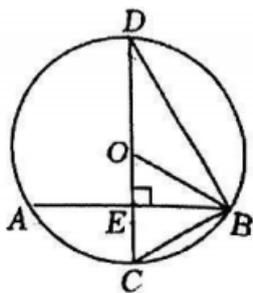
你认为商店最感兴趣的是这组数据的（ ）

- A. 众数 B. 中位数 C. 平均数 D. 方差

5. 函数 $y=ax-a$ 与 $y=\frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 在同一直角坐标系中的图象可能是_____.

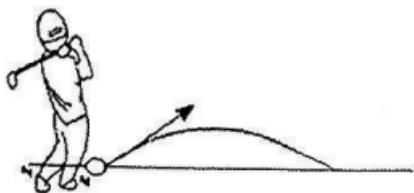


6. 如图 AB 是 $\odot O$ 的弦， CD 是 $\odot O$ 的直径， $CD \perp AB$ 于 E . 在下列结论中，不一定成立的是（ ）



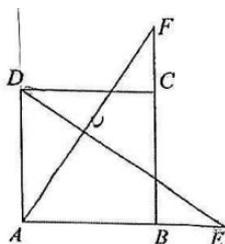
- A. $AE = BE$ B. $\angle COB = \angle C$ C. $\angle CBD = 90^\circ$ D. $\angle COB = 2\angle D$

7. 如图，以 40m/s 的速度将小球沿与地面成 30° 角的方向击出时，小球的飞行路线将是一条抛物线。如果不考虑空气阻力，小球的飞行高度 h (单位: m) 与飞行时间 t (单位: s) 之间具有函数关系 $h = 20t - 5t^2$ 。下列叙述正确的是 ()



- A. 小球从飞出到落地要用时 4s B. 小球飞出 1s 时的飞行高度为 10m
 C. 小球的飞行高度不能达到 15m D. 小球的飞行高度可以达到 25m

8. 如图，四边形 $ABCD$ 是正方形，点 E, F 分别在 AB, BC 的延长线上，且 $BE = CF$ ，设 $AD = a, AE = b, AF = c$ ，给出下面三个结论：



- ① $a + b > c$; ② $2ab < c^2$; ③ $\sqrt{a^2 + b^2} > 2a$

上述结论中，所有正确结论的序号是 ()

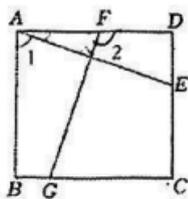
- A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ①②③

二、填空题 (共 17 分，9~15 题每小题 2 分，第 16 题 3 分)

9. 函数 $y = \frac{\sqrt{2-x}}{1-x}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____。

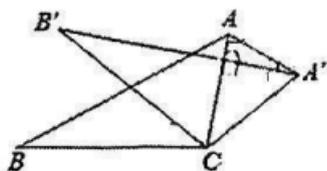
10. 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 8x + 16 = 0$ 有实数根，则 k 的取值范围是_____。

11. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E, F, G 分别在边 CD, AD, BC 上， $FD < CG$ 。若 $FG = AE$ ， $\angle 1 = \alpha$ ，则 $\angle 2$ 的度数为_____。(用含 α 的式子表示)。



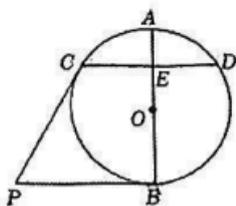
12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 将直线 $l_1: y = -2x + m$ 向左平移 3 个单位长度, 得到直线 $l_2: y = -2x + 1$, 则 $m =$ _____.

13. 如图, 将 $\triangle ABC$ 纸片绕点 C 顺时针旋转 40° 得到 $\triangle A'B'C$, 连接 AA' , 若 $AC \perp A'B'$, 则 $\angle AA'B' =$ _____ 度.



14. 已知点 $(n-2, y_1), (n-1, y_2), (n+1, y_3)$ 在抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 2 (a < 0)$ 上, 若 $0 < n < 1$, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系为 _____ . (用“>”表示)

15. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, PB, PC 分别与 $\odot O$ 相切于点 B, C , 过点 C 作 AB 的垂线, 垂足为 E , 交 $\odot O$ 于点 D . 若 $\angle BPC = 60^\circ, CD = 2\sqrt{3}$, 则线段 PB 的长为 _____.



16. 已知反比例函数 $y = -\frac{6}{x}$. 则:

- (1) 当 $2 \leq x \leq 6$ 时, y 的取值范围为 _____;
- (2) 当 $x \leq -3$ 时, y 的取值范围为 _____;
- (3) 当 $-2 \leq x \leq 6$ 且 $x \neq 0$ 时, y 的取值范围为 _____.

三、解答题 (共 67 分, 第 17 题 6 分, 第 18-22 题每小题 5 分, 第 23-26 题每题 7 分, 第 27 题 4 分, 第 28 题 4 分)

17. (1) 计算: $(-2023)^0 + \sqrt{4} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + |-5|$.

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x - 5 \leq 3(x - 1) \\ x - 3 < \frac{x - 4}{2} \end{cases}$$



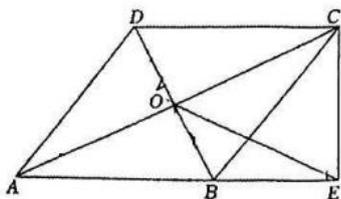
18. 已知 $a - 4b = 0$, 求分式 $\frac{a^2 - 3ab + b^2}{a^2 + b^2}$ 的值.

19. 已知 y 是 z 的反比例函数, z 是 x 的正比例函数.

(1) 当 $z = -\frac{2}{3}$ 时, $y = 6$. 当 $x = 6$ 时, $z = 4$. 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 证明 y 是 x 的反比例函数.

20. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC, AB = AD$, 对角线 AC, BD 交于点 O , AC 平分 $\angle BAD$, 过点 C 作 $CE \perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E , 连接 OE .



(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;

(2) 若 $AB = 2\sqrt{5}, BD = 4$, 求 OE 的长.

21. 小明的爸爸买了甲、乙两种不同的一年期理财产品共 20 万元. 甲种理财产品的预期年利率为 8%, 乙种理财产品的预期年利率为 6%. 按预期, 小明的爸爸一年共可获得收益 14400 元. 小明的爸爸购买甲、两种不同的理财产品各多少万元?

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象与函数 $y = 2x$ 的图象平行, 且过点 $A(1, 3)$.

(1) 求这个一次函数的表达式;

(2) 当 $x > 2$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = mx (m \neq 0)$ 的值都大于函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的值, 直接写出 m 的取值范围.

23. 糖类是一类有机化合物, 有研究表明, 不同种类的糖熔化过程中的温度变化不同. 某校兴趣小组为研究糖的种类对其熔化过程中温度变化随时间的影响, 选取了两种不同种类的糖, 在其他方面均相同的情况下, 记录糖初始温度, 每隔 0.5min 测定其温度与初始温度的温度差为 $y^\circ\text{C}$, 部分实验结果如下:

【说明】

- 此实验中均在同一实验室进行, 糖的初温均相同;
- 可使用函数刻画温度差 y (单位: $^\circ\text{C}$) 与时间 t (单位: min) 之间的关系.
- 糖完全熔化后持续吸热, 温度保持不变, 将保持不变的这个温度称为其熔点.

【实验结果】

白砂糖:

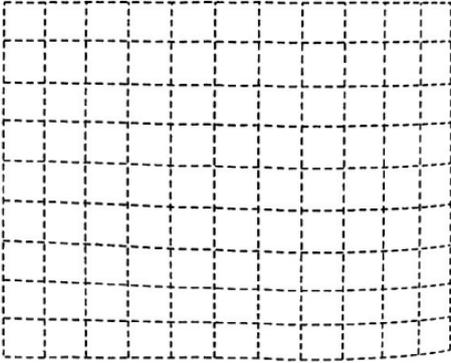
t	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
---	---	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----



y_1	0	35.8	63.3	89.1	109.7	128.2	145.4	160.0	171.2	171.2	171.2
-------	---	------	------	------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

饴糖:

t	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
y_2	0	25.0	43.1	62.1	78.3	93.4	107.1	119.2	119.2	119.2	119.2



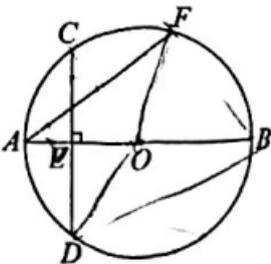
根据上述结果，回答下列问题：

- 建立平面直角坐标系，根据表格所给数据，分别画出 y_1 与 t ， y_2 与 t 所满足的函数关系图象；
- 在相同条件下，更容易熔化的糖是_____（填“白砂糖”或“饴糖”）；
- 查阅资料得知，该白砂糖的熔点在 $184^{\circ}\text{C}\sim 189^{\circ}\text{C}$ ，该饴糖的熔点在 $136^{\circ}\text{C}\sim 138^{\circ}\text{C}$ 。

若初始温度为整数。

- ①初始温度是_____ $^{\circ}\text{C}$ ；
- ②对于饴糖，当与初始温度的温度差为 100.0°C 时，其加热时间 t 为_____ min，此时白砂糖的温度为_____ $^{\circ}\text{C}$ （结果均保留一位小数）

24. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， CD 是 $\odot O$ 的弦， $CD \perp AB$ 于点 E ，点 F 在 $\odot O$ 上且 $CF = CA$ ，连接 AF 。



- 求证： $AF = CD$ ；
- 连接 BF ， BD 。若 $AE = 2, BF = 6$ ，求 BD 的长。

25. 为了培养学生的爱国情感，某校在每周一或特定活动日举行庄严的升旗仪式。该校的国旗护卫队共有 18 名学生，测量并获取了所有学生的身高（单位：cm），数据整理如下：

a. 18 名学生的身高：

170, 174, 174, 175, 176, 177, 177, 177, 178,
178, 179, 179, 179, 179, 181, 182, 183, 186

b. 18 名学生的身高的平均数、中位数、众数：



平均数	中位数	众数
17	8	mn

(1) 写出表中 m, n 的值;

(2) 该校的国旗护卫队由升旗手、护旗手、执旗手组成, 其中 12 名执旗手分为两组:

甲组学生的身高 175 177 177 178 178 181

乙组学生的身高 170 174 174 176 177 179

对于不同组的学生, 如果一组学生的身高的方差越小, 则认为该组的执旗效果越好.

据此推断: 在以上两组学生中, 执旗效果更好的是_____ (填“甲组”或“乙组”);

(3) 该校运动会开幕式的升国旗环节需要 6 名执旗手, 因甲组部分学生另有任务, 已确定四名执旗手的身高分别为 175, 177, 178, 178. 在乙组选另外两名执旗手时, 要求所选的两名学生与已确定的四名学生所组成的六名执旗手的身高的方差最小, 则选出的另外两名学生的身高分别为_____和_____.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx (a < 0)$ 上有两点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$, 它的对称轴为直线 $x = 2t$.

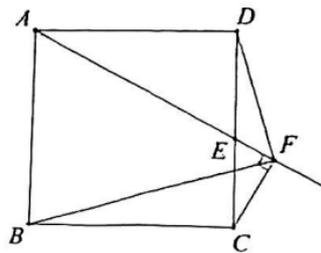
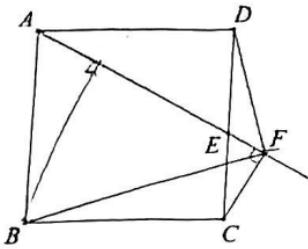
(1) 若该抛物线经过点 $(4, 0)$, 求 t 的值;

(2) 当 $0 < x_1 < 1$ 时,

①若 $t > 1$, 则 y_1 _____ 0; (填“<”“=”或“>”)

②若对于 $x_1 + x_2 = 2$, 都有 $y_1 y_2 > 0$, 求 t 的取值范围.

27. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E 为边 CD 上任一点 (不与 C, D 重合), 作射线 AE , 过点 C 作 $CF \perp AE$ 于点 F , 连接 DF, BF .



备用图

(1) 直接写出 $\angle AFD$ 的度数;

(2) 判断线段 FA, FD, FB 之间的数量关系 (用等式表示), 并证明你的结论;

(3) 过点 B 作 $BH \perp AF$ 于点 H , 直接写出 FA, FH, FC 之间的数量关系 (用等式表示).

28. 【问题呈现】小明在数学兴趣小组活动时遇到一个几何问题: 如图①, 在等边 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3$, 点 M, N 分别在边 AC, BC 上, 且 $AM = CN$, 试探究线段 MN 长度的最小值.

【问题分析】小明通过构造平行四边形, 将双动点问题转化为单动点问题, 再通过定角发现这个动点的运动路径, 进而解决上述几何问题.



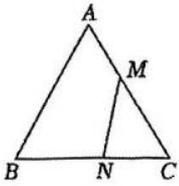
【问题解决】如图②，过点 C、M 分别作 MN、BC 的平行线，并交于点 P，作射线 AP.

在【问题呈现】的条件下，完成下列问题：

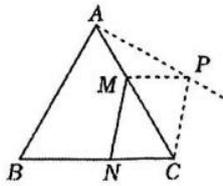
(1) 证明： $AM = MP$ ；

(2) $\angle CAP$ 的大小为_____度，线段 MN 长度有最小值，其最小值为_____.

【方法应用】某种简易房屋在整体运输前需用钢丝绳进行加固处理，如图③. 小明收集了该房屋的相关数据，并画出了示意图，如图④， $\triangle ABC$ 是等腰三角形，四边形 BCDE 是矩形， $AB = AC = CD = 2$ 米， $\angle ACB = 30^\circ$ ，MN 是一条两端点位置和长度均可调节的钢丝绳，点 M 在 AC 上，点 N 在 DE 上. 在调整钢丝绳端点位置时，其长度也随之改变，但需始终保持 $AM = DN$. 钢丝绳 MN 长度的最小值为_____米.



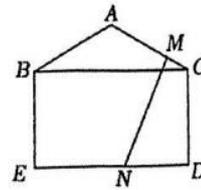
图①



图②



图③



图④