2023 北京一七一中高二（上）期中

数　　学

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1. 圆 $x^2+y^2-2x+4y+3=0$ 的圆心为（　）.

A. $(1,-2)$　　B. $(-1,2)$　　C. $(2,-4)$　　D. $(-2,4)$

2. 若直线 l_1： $x-y+1=0$ 与 l_2： $x+ay-1=0$ 垂直，则实数 $a=$（　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. -1

3. 若椭圆 $\frac{x^2}{25}+y^2=1$ 上一点 P 到椭圆一个焦点的距离为 6，则 P 到另一个焦点的距离为（　）

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

4. 已知空间向量 $\vec{m}=(3,1,3),\vec{n}=(-1,\lambda,-1)$，且 $\vec{m}//\vec{n}$，则实数 $\lambda=$（　）

A. $-\frac{1}{3}$　　B. -3　　C. $\frac{1}{3}$　　D. 6

5. 已知直线 $ax+y-2+a=0$ 在两坐标轴上的截距相等，则实数 $a=$（　）

A. 1　　B. -1　　C. -2 或 1　　D. 2 或 1

6. 直线 $y=x-b$ 与曲线 $x=\sqrt{4-y^2}$ 有且仅有一个公共点，则实数 b 的取值范围为（　）

A. $\left\{-2\sqrt{2},2\sqrt{2}\right\}$　　B. $(-2,2]\cup\left\{2\sqrt{2}\right\}$

C. $\left[-2,2\sqrt{2}\right)\cup\left\{2\sqrt{2}\right\}$　　D. $[-2,2)\cup\left\{2\sqrt{2}\right\}$

7. 已知四面体 $A-BCD$ 的所有棱长都等于 2，E 是棱 AB 的中点，F 是棱 CD 靠近 C 的四等分点，则 $\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{AC}$ 等于（　）

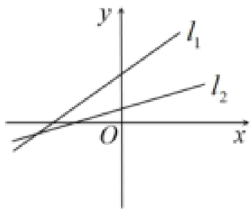
A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $-\frac{5}{2}$　　D. $\frac{5}{2}$

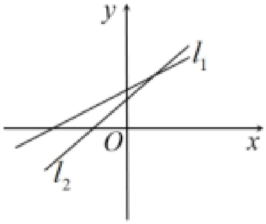
8. 直线 l 经过点 $A(1，2)$，在 x 轴上的截距的取值范围是$(-3，3)$，则其斜率的取值范围是（　）

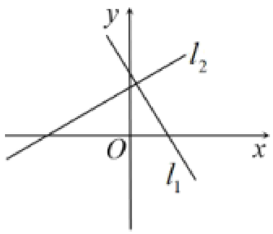
A. $\left(-1,\frac{1}{5}\right)$　　B. $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)\cup(1，+\infty)$

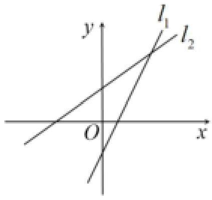
C. $(-\infty，-1)\cup\left(\frac{1}{5},+\infty\right)$　　D. $(-\infty，-1)\cup\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$

9. 直线 l_1： $ax-y+b=0$ 与 l_2： $bx-y+a=0$（其中 $a\neq0$， $b\neq0$， $a\neq b$），在同一坐标系中的图象是图中的（　）

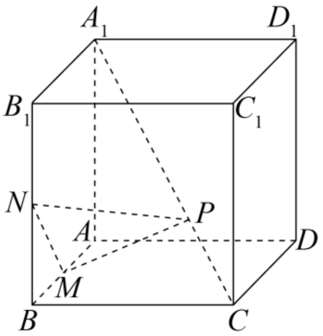
A. 

B. 

C. 

D. 

10. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M，N 分别是棱 AB，BB_1 的中点，点 P 在对角线 CA_1 上运动.当△PMN 的面积取得最小值时，点 P 的位置是（　）



A. 线段 CA_1 的三等分点，且靠近点 A_1
B. 线段 CA_1 的中点
C. 线段 CA_1 的三等分点，且靠近点 C
D. 线段 CA_1 的四等分点，且靠近点 C

第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题（每小题 5 分，共 25 分）

11. 直线 $x=1$ 的倾斜角为___________

12. 直线 $3x+3y+a=0$ 和直线 $3x-2y+1=0$ 的位置关系是______.

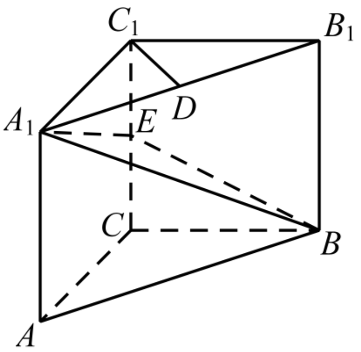
13. 已知 $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ 为空间两两垂直的单位向量，且 $\vec{a}=3\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k},\vec{b}=\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k},$ 则数量积 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ =_________________

14. 若直线 $x+y-m=0$ 与圆 $x^2+y^2=2$ 相离，则 m 的取值范围是__________.

15. 在平面直角坐标系 xOy 中，将直线 l 沿 x 轴正方向平移 3 个单位长度，沿 y 轴正方向平移 5 个单位长度，得到直线 l_1.再将直线 l_1 沿 x 轴正方向平移 1 个单位长度，沿 y 轴负方向平移 2 个单位长度，又与直线 l 重合.若直线 l 与直线 l_1 关于点（2，3）对称，则直线 l 的方程是________________.

三、解答题（本大题共 6 小题，满分 85 分）

16. 如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp$ 平面 $ABC, AA_1=AC=BC=2$，$\angle ACB=90°, D, E$ 分别是 A_1B_1, CC_1 的中点.



（1）求直线 BC_1 与平面 A_1BE 所成角的正弦值；

（2）求点 C 到平面 A_1BE 的距离.

17. 已知圆 C 经过坐标原点 O 和点（4，0），且圆心在 x 轴上

（1）求圆 C 的方程；

（2）已知直线 l：$3x+4y-11=0$ 与圆 C 相交于 A、B 两点，求所得弦长 $|AB|$ 的值.

18. 设甲、乙、丙三个乒乓球协会的运动员人数分别为 27,9,18,先采用分层抽样的方法从这三个协会中抽取 6 名运动员参加比赛.

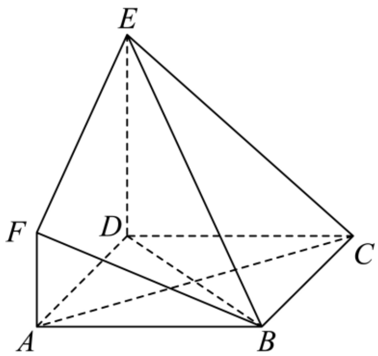
（I）求应从这三个协会中分别抽取的运动员人数；

（II）将抽取的 6 名运动员进行编号,编号分别为 A_1,A_2,A_3,A_4,A_5,A_6 ,从这 6 名运动员中随机抽取 2 名参加双打比赛.

（i）用所给编号列出所有可能的结果;

（ii）设 A 为事件“编号为 A_5,A_6 的两名运动员至少有一人被抽到”,求事件 A 发生的概率.

19. 如图所示，四边形 $ABCD$ 是边长为 3 的正方形，$DE\perp$ 平面 $ABCD$，$AF//DE$，$DE=3AF$，BE 与平面 $ABCD$ 所成角为 60°.



（1）求证：$AC\perp$ 平面 BDE；

（2）求二面角 $F-BE-D$ 的余弦值；

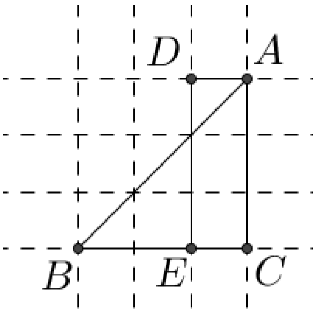
（3）设点 M 是线段 BD 上的一个动点，试确定点 M 的位置，使得 $AM//$ 平面 BEF，并证明你的结论.

20. 已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2 其中右焦点坐标为 $(1,0)$，该椭圆的离心率为 $\frac{1}{2}$.

（1）求椭圆的标准方程；

（2）已知点 $P(1,t)$ 为椭圆上一点，过点 F_2 的直线 l 与椭圆交于异于点 P 的 A，B 两点，若 $\triangle PAB$ 的面积是 $\frac{9\sqrt{2}}{7}$，求直线 l 的方程.

21. “曼哈顿几何”也叫“出租车几何”，是在 19 世纪由赫尔曼·闵可夫斯基提出来的．如图是抽象的城市路网，其中线段 $|AB|$ 是欧式空间中定义的两点最短距离，但在城市路网中，我们只能走有路的地方，不能“穿墙”而过，所以在“曼哈顿几何”中，这两点最短距离用 $d(A,B)$ 表示，又称“曼哈顿距离”，即 $d(A,B)=|AC|+|CB|$，因此“曼哈顿两点间距离公式”：若 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $d(A,B)=|x_2-x_1|+|y_2-y_1|$



（1）①点 $A(3,5)$，$B(2,-1)$，求 $d(A,B)$ 的值.

②求圆心在原点，半径为 1 的“曼哈顿单位圆”方程.

（2）已知点 $B(1,0)$，直线 $2x-y+2=0$，求 B 点到直线的“曼哈顿距离”最小值；

（3）设三维空间 4 个点为 $A_i=(x_i,y_i,z_i)$，$i=1,2,3,4$，且 x_i，y_i，$z_i\in\{0,1\}$．设其中所有两点“曼哈顿距离”的平均值即 $\overline{d}$，求 $\overline{d}$ 最大值，并列举最值成立时的一组坐标.

参考答案

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1.【答案】A

【分析】先将圆的一般方程化为标准方程，从而可求出其圆心坐标.

【详解】由 $x^2+y^2-2x+4y+3=0$，得 $(x-1)^2+(y+2)^2=2$，

所以圆心为 $(1,-2)$，

故选：A

2.【答案】A

【分析】根据两直线垂直的条件，列式计算，即可求得答案.

【详解】由于直线 l_1： $x-y+1=0$ 与 l_2： $x+ay-1=0$ 垂直，

故 $1\times1+(-1)\times a=0,\therefore a=1$，

故选：A

3.【答案】B

【分析】根据椭圆的定义求解即可.

【详解】由椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+y^2=1$，得 $a=5$，则 $2a=10$.

因为点 P 到椭圆一焦点的距离为 6，

所以由椭圆定义得点 P 到另一焦点到距离为 $2a-6=10-6=4$.

故选：B.

4.【答案】A

【分析】由 $\vec{m}//\vec{n}$，得到 $\vec{m}=t\vec{n}$，列出方程组，即可求解.

【详解】由题意，空间向量 $\vec{m}=(3,1,3),\vec{n}=(-1,\lambda,-1)$，

因为 $\vec{m}//\vec{n}$，可得 $\vec{m}=t\vec{n}$，即 $(3,1,3)=t(-1,\lambda,-1)$，可得 $\begin{cases}3=-t\\1=\lambda t\end{cases}$，解得 $\lambda=-\dfrac{1}{3}$.

故选：A.

5.【答案】D

【分析】对 a 分类讨论，由截距相等列方程解出 a 的值.

【详解】当 $a=0$ 时，直线 $y=2$，此时不符合题意，应舍去；

当 $a=2$ 时，直线 $l:2x+y=0$，在 x 轴与 y 轴上的截距均为 0，符合题意；

当 $a\neq0$ 且 $a\neq2$，由直线 $l:ax+y-2+a=0$ 可得：横截距为 $\dfrac{2-a}{a}$，纵截距为 $2-a$.

由 $\dfrac{2-a}{a}=2-a$，解得：$a=1$.

故 a 的值是 2 或 1.

故选：D

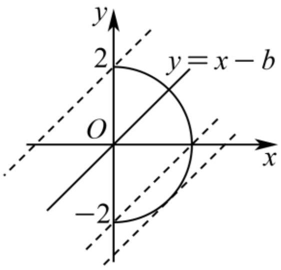
6.【答案】D

【分析】曲线 $x=\sqrt{4-y^2}$ 是一个半圆，画出草图，结合图像分类讨论即可.

【详解】$\because x=\sqrt{4-y^2}\geq 0$，

$\therefore x^2+y^2=4(x\geq 0)$，

$\therefore$ 曲线 $x=\sqrt{4-y^2}$ 是一个半圆，如图所示：



当直线 $y=x-b$ 与曲线 $x=\sqrt{4-y^2}$ 相切时，

可得 $\dfrac{|-b|}{\sqrt{1^2+1^2}}=2$ ，解得 $b=\pm 2\sqrt{2}$ ，

由图可知 $b>0$

$\therefore b=2\sqrt{2}$，

此时满足直线 $y=x-b$ 与曲线 $x=\sqrt{4-y^2}$ 有且仅有一个公共点，

当直线 $y=x-b$ 在 $(0,-2),(0,2)$ 两点之间运动时，

$\because$ 直线 $y=x-b$ 与曲线 $x=\sqrt{4-y^2}$ 有且仅有一个公共点，

$\therefore -2<-b\leq 2$，

$\therefore -2\leq b<2$，

综上所述，$-2\leq b<2$ 或 $b=2\sqrt{2}$.

故选：D

7.【答案】D

【分析】由空间向量的线性运算可得 $\overrightarrow{EF}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\dfrac{1}{4}\overrightarrow{CD}$，结合数量积的运算性质和定义求 $\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{AC}$.

【详解】因为 E 是棱 AB 的中点，F 是棱 CD 靠近 C 的四等分点，

所以$\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\frac{1}{4}\overrightarrow{CD}$，$\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AC}+\frac{1}{4}\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{AC}$，因为

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|\cos\left\langle\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right\rangle=2\times2\times\cos60^\circ=2$，

$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AC}=\left|\overrightarrow{BC}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|\cos\left\langle\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AC}\right\rangle=2\times2\times\cos60^\circ=2$，

$\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{AC}=\left|\overrightarrow{CD}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|\cos\left\langle\overrightarrow{CD},\overrightarrow{AC}\right\rangle=2\times2\times\cos120^\circ=-2$，

所以$\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\times2+2+\frac{1}{4}\times(-2)=\frac{5}{2}$.

故选：D.

8.【答案】D

【分析】先得出直线的点斜式方程，求得直线在 x 轴上的截距，建立不等式可得选项.

【详解】设直线的斜率为 $k(k\neq0)$，则直线方程为 $y-2=k(x-1)$，

令 $y=0$，得直线 l 在 x 轴上的截距为 $1-\frac{2}{k}$，则 $-3<1-\frac{2}{k}<3$，解得 $k>\frac{1}{2}$ 或 $k<-1$.

故选：D.

【点睛】本题考查直线的横截距的定义和应用，属于基础题.

9.【答案】B

【分析】首先将直线方程化为斜截式，再结合各选项一一判断.

【详解】直线 l_1：$ax-y+b=0$，即 $y=ax+b$，$k_{l_1}=a$ 且与 y 轴交于点 $(0,b)$，

直线 l_2：$bx-y+a=0$，即 $y=bx+a$，$k_{l_2}=b$ 且与 y 轴交于点 $(0,a)$，

对于 A：直线 l_1 中 $a>0$，$b>0$，直线 l_2 中 $a>0$，$b>0$，且 $b>a$，

则 $k_{l_2}>k_{l_1}$，所以 l_2 的倾斜角大于 l_1 的倾斜角，不符合题意，故 A 错误；

对于 B：直线 l_1 中 $a>0$，$b>0$，直线 l_2 中 $a>0$，$b>0$，且 $b>a$，

则 $k_{l_2}>k_{l_1}$，所以 l_2 的倾斜角大于 l_1 的倾斜角，符合题意，故 B 正确；

对于 C：直线 l_1 中 $a<0$，$b>0$，直线 l_2 中 $a>0$，$b>0$，矛盾，故 C 错误；

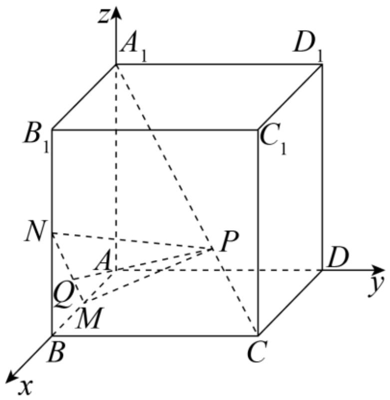
对于 D：直线 l_1 中 $a>0$，$b<0$，直线 l_2 中 $a>0$，$b>0$，矛盾，故 D 错误；

故选：B

10.【答案】B

【分析】将问题转化为动点 P 到直线 MN 的距离最小时，确定点 P 的位置，建立空间直角坐标系，取 MN 的中点 Q，通过坐标运算可知 $PQ\perp MN$，即 $|PQ|$ 是动点 P 到直线 MN 的距离，再由空间两点间的距离公式求出 $|PQ|$ 后，利用二次函数配方可解决问题.

【详解】设正方体的棱长为 1，以 A 为原点，AB,AD,AA_1 分别为 x,y,z 轴，建立空间直角坐标系，如图所示：



则 $M(\frac{1}{2},0,0)$，$N(1,0,\frac{1}{2})$，MN 的中点 $Q(\frac{3}{4},0,\frac{1}{4})$，

$A_1(0,0,1)$，$C(1,1,0)$，则 $\overrightarrow{A_1C}=(1,1,-1)$，

设 $P(t,t,z)$，$\overrightarrow{PC}=(1-t,1-t,-z)$，

由 $\overrightarrow{A_1C}$ 与 $\overrightarrow{PC}$ 共线，可得 $\frac{1-t}{1}=\frac{1-t}{1}=\frac{-z}{-1}$，所以 $t=1-z$，所以 $P(1-z,1-z,z)$，其中 $0\le z\le 1$，

因为 $|\overrightarrow{PM}|=\sqrt{(1-z-\frac{1}{2})^2+(1-z-0)^2+(z-0)^2}=\sqrt{3z^2-3z+\frac{5}{4}}$，

$|\overrightarrow{PN}|=\sqrt{(1-z-1)^2+(1-z-0)^2+(z-\frac{1}{2})^2}=\sqrt{3z^2-3z+\frac{5}{4}}$，

所以 $|\overrightarrow{PM}|=|\overrightarrow{PN}|$，所以 $PQ\perp MN$，即 $|PQ|$ 是动点 P 到直线 MN 的距离，

由空间两点间的距离公式可得 $|PQ|=\sqrt{(1-z-\frac{3}{4})^2+(1-z-0)^2+(z-\frac{1}{4})^2}=\sqrt{3z^2-3z+\frac{9}{8}}$

$=\sqrt{3(z-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{8}}$，

所以当 $z=\frac{1}{2}$ 时，$|PQ|$ 取得最小值 $\frac{\sqrt{6}}{4}$，此时 P 为线段 CA_1 的中点，

由于 $|MN|=\frac{\sqrt{2}}{4}$ 为定值，所以当 $\triangle PMN$ 的面积取得最小值时，P 为线段 CA_1 的中点.

故选：B

【点睛】本题考查了空间向量的坐标运算，考查了空间两点间的距离公式，考查了数形结合法，考查了二次函数求最值，属于基础题.

第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题（每小题 5 分，共 25 分）

11.【答案】90° ## $\frac{\pi}{2}$

【分析】根据直线的方程可得出直线的倾斜角.

【详解】直线 $x=1$ 垂直于 x 轴，故直线 $x=1$ 的倾斜角为 90°.

故答案为：90°.

12.【答案】相交（不垂直）

【分析】求得两直线斜率，根据两直线的斜率，即可判断两直线的位置关系.

【详解】由题意得直线 $3x+3y+a=0$ 的斜率为 $k_1=-1$，

直线 $3x-2y+1=0$ 的斜率为 $k_2=\dfrac{3}{2}$，

由于 $k_1\neq k_2$ 且 $k_1k_2\neq -1$，即两直线相交且不垂直，

故答案为：相交（不垂直）

13.【答案】-1

【分析】利用向量的数量积坐标运算即可得出.

【详解】解：因为 $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ 为空间两两垂直的单位向量，且 $\vec{a}=3\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k},\vec{b}=\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$,

则以 $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ 为一组正交基底，

所以 $\vec{a}=(3,2,-1)$，$\vec{b}=(1,-1,2)$

所以 $\vec{a}\bullet\vec{b}=3\times1+2\times(-1)+(-1)\times2=-1$

故答案为：-1

【点睛】本题考查空间向量的数量积的坐标表示，熟练掌握向量的数量积的坐标运算是解题的关键，属于基础题.

14.【答案】$m<-2$ 或 $m>2$

【分析】根据直线与圆相离则圆心到直线的距离大于半径可求解.

【详解】设圆心 $O(0,0)$ 到直线的距离为 d ,则 $d=\dfrac{|0+0-m|}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}|m|$,

圆的半径 $r=\sqrt{2}$,

因为 直线与圆相离,所以 $d>r$,

即 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}|m|>\sqrt{2}$,所以 $|m|>2$,解得 $m<-2$ 或 $m>2$

故答案为：m >2 或 $m<-2$

15.【答案】$6x-8y+1=0$

【分析】

根据平移得到 l_1：$y=k(x-3)+5+b$ 和直线：$y=kx+3-4k+b$，解得 $k=\dfrac{3}{4}$，再根据对称解得 $b=\dfrac{1}{8}$，计算得到答案.

【详解】由题意知直线 l 的斜率存在，设直线 l 的方程为 $y=kx+b$，

则直线 l_1：$y=k(x-3)+5+b$，平移后的直线方程为 $y=k(x-3-1)+b+5-2$

即 $y=kx+3-4k+b$，$\therefore b=3-4k+b$，解得 $k=\dfrac{3}{4}$，

$\therefore$直线 l 的方程为 $y=\dfrac{3}{4}x+b$，直线 l_1 为 $y=\dfrac{3}{4}x+\dfrac{11}{4}+b$

取直线 l 上的一点 $P\left(m,\dfrac{3}{4}m+b\right)$，则点 P 关于点（2，3）的对称点为 $\left(4-m,6-b-\dfrac{3}{4}m\right)$，

$6-b-\dfrac{3}{4}m=\dfrac{3}{4}(4-m)+b+\dfrac{11}{4}$，解得 $b=\dfrac{1}{8}$.

$\therefore$直线 l 的方程是 $y=\dfrac{3}{4}x+\dfrac{1}{8}$，即 $6x-8y+1=0$.

故答案为：$6x-8y+1=0$

【点睛】本题考查了直线的平移和对称，意在考查学生对于直线知识的综合应用.

三、解答题（本大题共 6 小题，满分 85 分）

16.【答案】(1) $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$；(2) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

【分析】(1) 由题设易证 CC_1，AC，BC 两两垂直，构建以 C 为原点，$\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CC_1}$ 为 x、y、z 轴正方向空间坐标系，根据已知确定点坐标，进而求直线 BC_1 方向向量与平面 A_1BE 的法向量，应用空间向量夹角的坐标表示求直线 BC_1 与平面 A_1BE 所成角的正弦值；

(2) 应用等体积法，由 $V_{C-A_1BE}=V_{A_1-BCE}$ 求 C 到平面 A_1BE 的距离.

【详解】(1) 由 $AA_1\perp$ 平面 ABC，则在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中 $CC_1\perp$ 平面 ABC，

由 $AC,BC\subset$ 面 ABC，故 $CC_1\perp AC$，$CC_1\perp BC$，又 $\angle ACB=90°$，

$\therefore CC_1$，AC，BC 两两垂直，故可构建以 C 为原点，$\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CC_1}$ 为 x、y、z 轴正方向空间坐标系，

$\therefore B(0,2,0),E(0,0,1),A_1(2,0,2),C_1(0,0,2)$，则 $\overrightarrow{BC_1}=(0,-2,2)$，$\overrightarrow{BE}=(0,-2,1)$，$\overrightarrow{EA_1}=(2,0,1)$，

若 $\vec{m}=(x,y,z)$ 是面 A_1BE 的一个法向量，则 $\begin{cases}-2y+z=0\\2x+z=0\end{cases}$，令 $z=2$，有 $\vec{m}=(-1,1,2)$，

$\therefore|\cos<\overrightarrow{BC_1},\vec{m}>|=|\dfrac{\overrightarrow{BC_1}\cdot\vec{m}}{|\overrightarrow{BC_1}||\vec{m}|}|=\dfrac{2}{2\sqrt{2}\times\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$，故直线 BC_1 与平面 A_1BE 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

(2) 由 $V_{C-A_1BE}=V_{A_1-BCE}$，由 (1) 易知：$S_{\triangle BCE}=\dfrac{1}{2}CE\cdot BC=1$，$A_1$ 到面 BCE 的距离为 $A_1C_1=2$，

若 C 到平面 A_1BE 的距离为 d，又 $EA_1=BE=\sqrt{5}$，$BA_1=2\sqrt{3}$，则 $S_{\triangle A_1BE}=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times\sqrt{5-3}=\sqrt{6}$，

$\therefore\dfrac{1}{3}d\cdot S_{\triangle A_1BE}=\dfrac{1}{3}A_1C_1\cdot S_{\triangle BCE}$，可得 $d=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

∴点 C 到平面 A_1BE 的距离为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

17.【答案】(1) $(x-2)^2+y^2=4$

(2) $2\sqrt{3}$

【分析】(1)求出圆心和半径，写出圆的方程;(2)求出圆心到直线距离，进而利用垂径定理求出弦长.

【小问 1 详解】

由题意可得，圆心为(2，0)，半径为 2．则圆的方程为 $(x-2)^2+y^2=4$；

【小问 2 详解】

由（1）可知：圆 C 半径为 $r=2$，设圆心（2，0）到 l 的距离为 d，则 $d=\frac{|6-11|}{5}=1$，由垂径定理得：

$|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{3}$.

18.【答案】(I) 3,1,2;(II)(i) 见试题解析;(ii) $\frac{3}{5}$

【详解】试题分析:(I)由题意可得抽取比例，即可求出相应的人数;(II)(i)列举可得从6名运动员中随机抽取2名的所有结果，共15种；（ii）事件 A 所包含的上述基本事件的个数为9个，由概率的公式即可求解概率.

试题解析:(I)应从甲、乙、丙这三个协会中分别抽取的运动员人数分别为 3,1,2;

(II)(i)从这 6 名运动员中随机抽取 2 名参加双打比赛,所有可能的结果为 $\{A_1,A_2\}$，

$\{A_1,A_3\},\{A_1,A_4\},\{A_1,A_5\},\{A_1,A_6\},\{A_2,A_3\},\{A_2,A_4\},\{A_2,A_5\},\{A_2,A_6\},\{A_3,A_4\},\{A_3,A_5\},\{A_3,A_6\}$,

$\{A_4,A_5\},\{A_4,A_6\},\{A_5,A_6\}$,共 15 种

(ii)编号为 A_5,A_6 的两名运动员至少有一人被抽到的结果为 $\{A_1,A_5\},\{A_1,A_6\}$, $\{A_2,A_5\},\{A_2,A_6\}$,

$\{A_3,A_5\},\{A_3,A_6\},\{A_4,A_5\},\{A_4,A_6\},\{A_5,A_6\}$,共 9 种,

所以事件 A 发生的概率 $P(A)=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$.

考点：古典概型及其概率的计算.

19.【答案】(1) 证明见解析

(2) $\frac{\sqrt{13}}{13}$

(3) $BM=\frac{1}{3}BD$，证明见解析

【分析】(1)由已知中 $DE\perp$ 平面 $ABCD$，$ABCD$ 是边长为 3 的正方形，我们可得 $DE\perp AC$，$AC\perp BD$，结合线面垂直的判定定理可得 $AC\perp$ 平面 BDE;

(2)以 D 为坐标原点，DA，DC，DE 方向为 x，y，z 轴正方向，建立空间直角坐标系，分别求出平面

BEF 和平面 BDE 的法向量，代入向量夹角公式，即可求出二面角的余弦值；

（3）由已知中 M 是线段 BD 上一个动点，设 $M(t,t,0)$.根据 AM // 平面 BEF，则直线 AM 的方向向量与平面 BEF 法向量垂直，数量积为 0，构造关于 t 的方程，解方程，即可确定 M 点的位置.

【小问 1 详解】

因为 $DE\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $DE\perp AC$.因为 $ABCD$ 是正方形，所以 $AC\perp BD$，

$DE\cap BD=D$，从而 $AC\perp$ 平面 BDE

【小问 2 详解】

因为 DA，DC，DE 两两垂直，所以建立空间直角坐标系 $D-xyz$，如图所示.

因为 BE 与平面 $ABCD$ 所成角为600，即 $\angle DBE=60^\circ$，所以 $\dfrac{ED}{DB}=\sqrt{3}$.

由 $AD=3$，可知 $DE=3\sqrt{6}$，$AF=\sqrt{6}$.

则 $A(3,0,0)$，$F(3,0,\sqrt{6})$，$E(0,0,3\sqrt{6})$，$B(3,3,0)$，$C(0,3,0)$，

所以 $\overrightarrow{BF}=(0,-3,\sqrt{6})$，$\overrightarrow{EF}=(3,0,-2\sqrt{6})$.

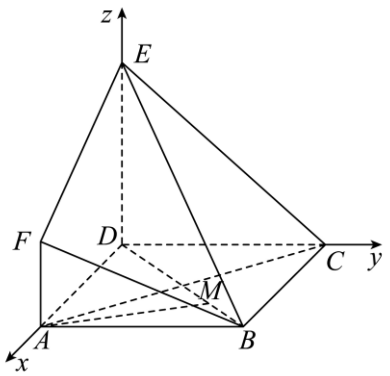
设平面 BEF 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BF}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{EF}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}-3y+\sqrt{6}z=0\\ 3x-2\sqrt{6}z=0\end{cases}$.

令 $z=\sqrt{6}$，则 $\vec{n}=(4,2,\sqrt{6})$.

因为 $AC\perp$ 平面 BDE，所以 $\overrightarrow{CA}$ 为平面 BDE 的法向量，$\overrightarrow{CA}=(3,-3,0)$.

所以 $\cos\left\langle\vec{n},\overrightarrow{CA}\right\rangle=\dfrac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{CA}}{|\vec{n}||\overrightarrow{CA}|}=\dfrac{6}{3\sqrt{2}\times\sqrt{26}}=\dfrac{\sqrt{13}}{13}$.

因为二面角为锐角，所以二面角 $F-BE-D$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{13}}{13}$.



【小问 3 详解】

点 M 是线段 BD 上一个动点，设 $M(t,t,0)$.则 $\overrightarrow{AM}=(t-3,t,0)$.

因为 AM // 平面 BEF，所以 $\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n}=0$，即 $4(t-3)+2t=0$，解得 $t=2$.

此时，点 M 坐标为 $(2,2,0)$，

即当 $BM=\frac{1}{3}BD$ 时，AM // 平面 BEF.

20.【答案】(1) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$

(2) $x+y-1=0$ 或 $x-y-1=0$

【分析】(1) 根据题意利用焦点坐标以及离心率求出 a,b，即可得椭圆方程；

(2) 设出直线方程，联立椭圆方程，可得根与系数的关系式，从而求得弦长 $|AB|$ 的表达式，再求出点 P 到直线 l 的距离，即可得 $\triangle PAB$ 的面积表达式，列式即可求得参数的值，即可得所求.

【小问 1 详解】

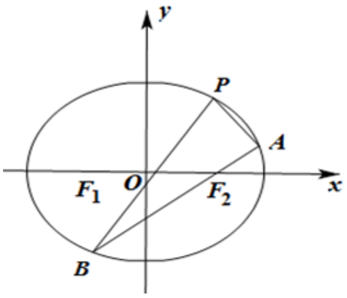
由题意知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的右焦点坐标为 $\left(1,0\right)$，椭圆的离心率为 $\frac{1}{2}$，

故设椭圆焦距为 $2c$，则 $c=1,\frac{c}{a}=\frac{1}{2},\therefore a=2,b^2=a^2-c^2=3$，

故椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$；

【小问 2 详解】

因为点 $P\left(1,t\right)$ 为椭圆上一点，故 $\frac{1}{4}+\frac{t^2}{3}=1,\therefore |t|=\frac{3}{2}$；



当直线 l 的斜率为 0 时，$|AB|=2a=4$，

此时 $S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}|AB||t|=\frac{1}{2}\times 4\times\frac{3}{2}=3$，不合题意；

故直线 l 的斜率不为 0，且其斜率一定存在，否则 A,B 中将有一点与 P 重合，不合题意；

故设直线 l 的方程为 $x=my+1$，联立 $\begin{cases}x=my+1\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$，

得 $\left(3m^2+4\right)y^2+6my-9=0$，

由于直线 l 过椭圆的焦点，则必有 $\Delta>0$，

设 $A\left(x_1,y_1\right),B\left(x_2,y_2\right)$，则 $y_1+y_2=-\frac{6m}{3m^2+4},y_1y_2=-\frac{9}{3m^2+4}$，

故$|AB|=\sqrt{m^2+1}|y_1-y_2|=\sqrt{m^2+1}\cdot\sqrt{\left(-\frac{6m}{3m^2+4}\right)^2-4\times\left(-\frac{9}{3m^2+4}\right)}=\frac{12\left(m^2+1\right)}{3m^2+4}$，

而点$P\left(1,t\right)$到直线l的距离为$d=\frac{\frac{3}{2}|m|}{\sqrt{m^2+1}}=\frac{3|m|}{2\sqrt{m^2+1}}$，

$$S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}|AB|d=\frac{1}{2}\times\frac{12\left(m^2+1\right)}{3m^2+4}\times\frac{3|m|}{2\sqrt{m^2+1}}=\frac{9|m|\sqrt{m^2+1}}{3m^2+4}=\frac{9\sqrt{2}}{7},$$

即$31m^4+m^2-32=0$，解得$m^2=1$（负值舍去），即得$m=\pm1$，

故直线l的方程为$x=\pm y+1$，即$x+y-1=0$或$x-y-1=0$.

【点睛】关键点睛：解答直线和椭圆的位置关系中的三角形面积问题，关键在于要利用弦长公式结合点到直线的距离求得三角形面积的表达式，解答时要注意计算比较复杂，计算量大，需要十分细心.

21.【答案】（1）①7；

②$|x|+|y|=1$；

（2）2；　（3）2，$A_1\left(0,0,0\right)$，$A_2\left(1,0,1\right)$，$A_3\left(1,1,0\right)$，$A_4\left(0,1,1\right)$.

【分析】（1）①②根据“曼哈顿距离”的定义求解即可；

（2）设直线$2x-y+2=0$上任意一点坐标为$C\left(x_1,2x_1+2\right)$，然后表示$d\left(C,B\right)$，分类讨论求$d\left(C,B\right)$的最小值；

（3）将A_i的所有情况看做正方体的八个顶点，列举出不同情况的$\bar{d}$，即可得到$\bar{d}$的最小值.

【小问1详解】

①$d\left(A,B\right)=|3-2|+|5+1|=7$；

②设“曼哈顿单位圆”上点的坐标为(x,y)，则$|x-0|+|y-0|=1$，即$|x|+|y|=1$.

【小问2详解】

设直线$2x-y+2=0$上任意一点坐标为$C\left(x_1,2x_1+2\right)$，则$d\left(C,B\right)=|x_1-1|+|2x_1+2|$，

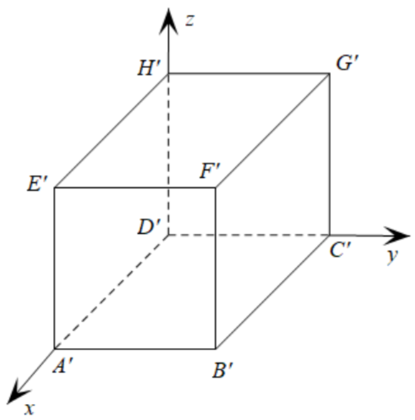
当$x_1<-1$时，$d\left(C,B\right)=-3x_1-1$，此时$d\left(C,B\right)>2$；

当$-1\le x_1\le1$时，$d\left(C,B\right)=x_1+3$，此时$d\left(C,B\right)\ge2$；

当$x_1>1$时，$d\left(C,B\right)=3x_1+1$，此时$d\left(C,B\right)>4$，

综上所述，$d\left(C,B\right)$的最小值为2.

【小问3详解】



如图，$A'B'C'D'-E'F'G'H'$ 为正方体，边长为 1，则 A_i 对应正方体的八个顶点，

当四个点在同一个面上时，

（i）例如：A',B',C',D'，此时 $\overline{d}=\dfrac{1+2+1+1+2+1}{6}=\dfrac{4}{3}$；

（ii）例如：A',E',G',C'，此时 $\overline{d}=\dfrac{2+3+1+1+3+2}{6}=2$；

当四个点不在同一个平面时，

（iii）例如：A',C',H',D'，此时 $\overline{d}=\dfrac{2+2+2+2+2+2}{6}=2$；

（iiii）例如：A',B',E',D'，此时 $\overline{d}=\dfrac{2+2+1+1+1+2}{6}=\dfrac{5}{3}$；

（iiiii）例如：A',B',E',H'，此时 $\overline{d}=\dfrac{1+1+2+2+3+1}{6}=\dfrac{5}{3}$；

（iiiiii）例如：A',B',E',G'，此时 $\overline{d}=\dfrac{1+2+2+3+1+2}{6}=\dfrac{11}{6}$；

综上所述，$\overline{d}$ 的最大值为 2，例如：$A_1(0,0,0)$，$A_2(1,0,1)$，$A_3(1,1,0)$，$A_4(0,1,1)$.