2024-2025学年第一学期高三9月月考数学学科试卷

一、选择题

1. 设全集$U=\{x\mid x<6\}$，集合$A=\{x\mid 1<x<3\}$，集合$B=\{2<x<5\}$，则集合$\complement_U(A\cup B)$等于（　　）

A. $(-\infty,2]$　　B. $(-\infty,1)$　　C. $(-\infty,1)\cup(5,6)$　　D. $(-\infty,1]\cup[5,6)$

2. 函数$f(x)=\ln x-\dfrac{1}{x}$的零点所在的区间是（　　）

A. $(0,\dfrac{1}{e}]$　　B. $(\dfrac{1}{e},1]$　　C. $(1,e]$　　D. $(e,+\infty)$

3. “$x>0,y>0$”是“$\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}\geqslant 2$”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 二项式$\left(x-\dfrac{2}{x}\right)^6$的展开式中的常数项是（　）

A. 160　　B. -160　　C. 20　　D. -20

5. 已知$a=\log_3 5$，$b=\log_3 0.2$，$c=\log_9 10$，则三个数的大小关系是（　　）

A. $c>a>b$　　B. $a>c>b$　　C. $a>b>c$　　D. $b>c>a$

6. 已知$f(x)=(\dfrac{1}{2})^x-2^x$，则$f(x)$（　　）

A. 是奇函数，且在R上是增函数　　B. 是偶函数，且在R上是增函数

C. 是奇函数，且在R上是减函数　　D. 是偶函数，且在R上是减函数

7. 点$(-\sin 60°,\cos 60°)$关于y轴对称的点的坐标是（　）

A. $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{1}{2}\right)$　　B. $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{1}{2}\right)$　　C. $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2},-\dfrac{1}{2}\right)$　　D. $\left(-\dfrac{1}{2},-\dfrac{3}{2}\right)$

8. 从0，2，4中选一个数字．从1，3，5中选两个数字，组成无重复数字的三位数．其中奇数的个数为（　）

A. 48　　B. 30　　C. 24　　D. 6

9. 已知在R上定义的函数$f(x)$是偶函数，且$f(1-x)=f(1$ [illegible]，若$f(x)$在区间$[0,1]$上的解析式为$f(x)=1-x$，则$f(4)=$（　　）

A. -3　　　　B. 5　　　　C. 1　　　　D. 0

10. 已知函数$f(x)=\begin{cases} f(x-\frac{\pi}{4})+t, x>0 \\ \sin x, x\le 0 \end{cases}$，满足$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$，则实数$t$的值为（　　）

A. $\frac{1}{4}$　　　　B. $\frac{1}{2}$　　　　C. 1　　　　D. 2

11. 已知$a>0$，若存在$x>0$，使得$ax(2-\ln x)\ge 1$成立，则实数a的取值范围是（　　）

A. $(0,\frac{1}{e})$　　　　B. $(0,\frac{1}{e}]$　　　　C. $(\frac{1}{e},+\infty)$　　　　D. $[\frac{1}{e},+\infty)$

12. 根据有关资料，围棋状态空间复杂度的上限M约为3^{361}，而可观测宇宙中普通物质的原子总数N约为10^{85}，则下列各数中与$\frac{M}{N}$最接近的是（　　）（参考数据：$\lg 3\approx 0.48$）

A. 10^{88}　　　　B. 10^{78}　　　　C. 10^{68}　　　　D. 10^{58}

二、填空题

13. 不等式 $\frac{2x-1}{x+1}\le 0$ 的解为____________.

14. $\left(\frac{1}{25}\right)^{-\frac{1}{2}}+(\lg 25)^0+\lg 25+\lg 4=$ ____

15. 已知某扇形的半径为$4\sqrt{2}$，周长为$12\sqrt{2}$，则该扇形的面积为________.

16. 袋中装有9个除颜色外完全相同的球，其中红色球有3个，蓝色球有6个，现甲、乙，丙三人从中不放回地依次各抽一球，则至少有一人抽到红色球的概率为_____.

17. 已知函数$f(x)=e^x-e^{-x}$，下列命题正确的有______.（写出所有正确命题的编号）

①$f(x)$是偶函数；②$f(x)$在R上是单调递增函数；③方程$f(x)=x^2+4x$有且仅有1个实数根；④如果对任意$x\in(-\infty,0)$，都有$f(x)<kx$，那么k的最大值为2.

三、解答题

18. （1）已知 $\tan\alpha=3$，化简并求值 $\dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)+\sin(\pi+\alpha)}{\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)+2\cos(-\pi+\alpha)}$

（2）已知 $0<\beta<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，$\cos(\alpha-\beta)=\dfrac{15}{17}$，$\sin\beta=\dfrac{3}{5}$，求 $\cos\alpha$ 的值.

19. 改革开放以来，人们的支付方式发生了巨大转变。近年来，移动支付已成为主要支付方式之一。为了解某校学生上个月 A,B 两种移动支付方式的使用情况，从全校学生中随机抽取了 100 人，发现样本中 A,B 两种支付方式都不使用的有 15 人，样本仅使用 A 和仅使用 B 的学生的支付金额分布情况如下

支付金额(元) 支付方式	(0, 1000]	(1000, 2000]	大于 2000
仅使用 A	18 人	9 人	3 人
仅使用 B	10 人	14 人	1 人

（Ⅰ）从全校学生中随机抽取 1 人，估计该学生上个月 A,B 两个支付方式都使用的概率；

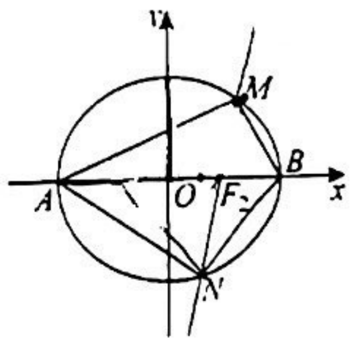
（Ⅱ）从样本仅使用 A 和仅使用 B 的学生中各随机抽取 1 人，以 X 表示这 2 人中上个月支付金额不超过 1000 元的人数，求 X 的分布列和数学期望；

（Ⅲ）已知上个月样本学生的支付方式在本月没有变化，现从样本仅使用 A 的学生中，随机抽查 3 人，发现他们本月的支付金额大于 2000 元。根据抽查结果，能否认为样本仅使用 A 的学生中本月支付金额大于 2000 元的人数有变化？说明理由。

20. 已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{1}{2}$，左、右顶点分别为 A、B．左、右焦点分别为 F_1、F_2．过右焦点 F_2 的直线 l 交椭圆于点 M、N，且 $\triangle F_1MN$ 的周长为 16.

(1)求椭圆 C 的标准方程；

(2)记直线 AM、BN 的斜率分别为 k_1、k_2，证明：$\dfrac{k_1}{k_2}$ 为定值.



21. 已知函数 $f(x)=(x+a)\ln x-x+1$．

（Ⅰ）若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(e,f(e))$ 处的切线斜率为 1，求实数 a 的值；

（Ⅱ）当 $a=0$ 时，求证：$f(x)\geq 0$；

（Ⅲ）若函数 $f(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上存在极值点，求实数 a 的取值范围．

22. 已知数列 $\{a_n\}$，从中选取第 i_1 项、第 i_2 项、…、第 i_m 项($i_1<i_2<\ldots<i_m$)，若 $a_{i_1}<a_{i_2}<\cdots<a_{i_m}$，则称新数列 $a_{i_1},a_{i_2},\cdots,a_{i_m}$ 为 $\{a_n\}$ 的长度为 m 的递增子列。规定：数列 $\{a_n\}$ 的任意一项都是 $\{a_n\}$ 的长度为1的递增子列。

（Ⅰ）写出数列：,8V,7,6,7,9 的一个长度为 4 的递增子列；

（Ⅱ）已知数列 $\{a_n\}$ 的长度为 p 的递增子列的末项的最小值为 a_{m_0}，长度为 q 的递增子列的末项的最小值为 a_{n_0}，若 $p<q$，求证：$a_{m_0}<a_{n_0}$；

（Ⅲ）设无穷数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正整数，且任意两项均不相等，若 $\{a_n\}$ 的长度为 s 的递增子列末项的最小值为 $2s-1$，且长度为 s 末项为 $2s-1$ 的递增子列恰有 2^{s-1} 个（$s=1,2,\cdots$），求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。