

2024-2025 学年度第一学期学情诊断(九年级数学)

时间: 60 分钟

一、选择题(每题 2 分, 共 20 分)

- 要使二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义, x 的值可以是()
A. 4 B. 2 C. 1 D. 0
- 下列计算中, 正确的是()
A. $(-\sqrt{2})^2 = -2$ B. $\sqrt{(-2)^2} = -2$
C. $\sqrt{6} \div 3 = \sqrt{2}$ D. $\sqrt{8} \times \sqrt{2} = 4$
- 已知 $x = \sqrt{5} - 1$, 则代数式 $x^2 + 2x + 3$ 的值为()
A. 1 B. 4 C. 7 D. 3
- 在平面直角坐标系中, 点 $P(1, \sqrt{3})$ 到原点的距离是()
A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{3} + 1$ D. 4
- 若菱形的两条对角线的长分别为 6 和 10, 则菱形的面积为()
A. 60 B. 30 C. 14 D. 15

6. 《九章算术》内容丰富, 与实际生活联系紧密, 在书上讲述了这样一个问题“今有垣高一丈。倚木于垣, 上与垣齐。引木却行一尺, 其木至地。问木长几何?” 其内容可以表述为: “有一面墙, 高 1 丈。将一根木杆斜靠在墙上, 使木杆的上端与墙的上端对齐, 下端落在地面上。如果使木杆下端从此时的位置向远离墙的方向移动 1 尺, 则木杆上端恰好沿着墙滑落到地面上。问木杆长多少尺?” (说明: 1 丈=10 尺)

设木杆长 x 尺, 依题意, 下列方程正确的是()

- A. $x^2 = (x-1)^2 + 1^2$ B. $(x+1)^2 = x^2 + 10^2$
C. $x^2 = (x-1)^2 + 10^2$ D. $(x+1)^2 = x^2 + 1^2$

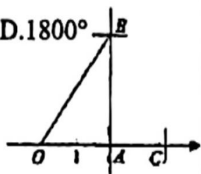
7. 想要计算一组数据: 197, 202, 200, 201, 199, 198, 203 的方差 S^2 , 在计算平均数的过程中, 将这组数据的每一个数都减去 200, 得到一组新数据 -3, 2, 0, 1, -1, -2, 3, 且新的这组数据的方差为 4, 则 S^2 为()

- A. 4 B. 16 C. 196 D. 204

8. 正十二边形的外角和为()

- A. 30° B. 150° C. 360° D. 1800°

9. 已知 O 为数轴原点. 如图,



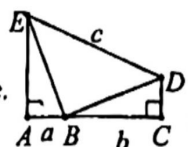
- 在数轴上截取线段 $OA=2$;
 - 过点 A 作直线 n 垂直于 OA ;
 - 在直线 n 上截取线段 $AB=3$;
 - 以 O 为圆心, OB 的长为半径作弧, 交数轴于点 C .
- 根据以上作图过程及所作图形, 有以下四个结论:

- ① $OC=5$; ② $OB=\sqrt{13}$; ③ $3 < OC < 4$; ④ $AC=1$.

上述结论中, 所有正确结论的序号是()

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ②④

10. 如图, 点 A, B, C 在同一条直线上, 点 B 在点 A, C 之间, 点 D, E 在直线 AC 同侧, $AB < BC$, $\angle A = \angle C = 90^\circ$, $\triangle EAB \cong \triangle BCD$, 接 DE . 设 $AB=a$, $BC=b$, $DE=c$, 给出下面三个:

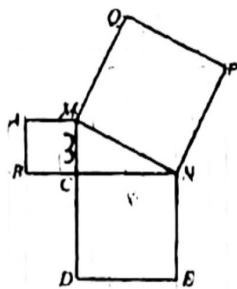


- ① $a+b < c$; ② $a+b > \sqrt{a^2+b^2}$; ③ $\sqrt{2}(a+b) > c$.
- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

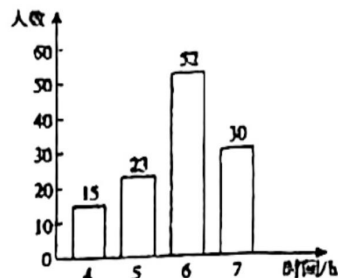
二、填空题(每题 3 分, 共 30 分)

- 已知 $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{5} - \sqrt{3}$, 则 $xy =$ _____.
- 下列命题: ①对顶角相等; ②两直线平行, 同位角相等; ③平行四边形的对角线互相平分. 其中逆命题是真命题的命题共有 _____ 个.

13. 如图所示正方形网格中, 每个小正方形的面积均为 1. 正方形 $ABCM$, $CDEN$, $MNPQ$ 的顶点都在格点上, 则正方形 $MNPQ$ 的面积为 _____.



第 13 题

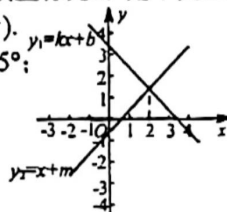


第 14 题

14. 某校八年级同学 2024 年 4 月平均每天自主学习时间统计如图所示, 那么这组数据的众数是 _____.

15. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 1$. 点 Q 在直线 BC 上, 且 $AQ = 2$, 则线段 BQ 的长为 _____.

16. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y_1 = kx + b$ 与 $y_2 = x + m$ 的图象如图所示, 若它们的交点的横坐标为 2, 则下列三个结论中正确的是 _____ (填写序号).



- 直线 $y_2 = x + m$ 与 x 轴所夹锐角等于 45° ;
- $k + b > 0$;
- 关于 x 的不等式 $kx + b < x + m$ 的解集是 $x < 2$.

17. 下列问题: ①某登山队大本营所在地气温为 $4^\circ C$, 海拔每升高 $1 km$ 气温下降 $6^\circ C$, 登山队员由大本营向上登高 $x km$, 他们所在位置的气温是 $y^\circ C$; ②铜的密度为 $8.9 g/cm^3$, 铜块的质量 $y g$ 随它的体积 $x cm^3$ 的变化而变化; ③圆的面积 y 随半径 x 的变化而变化. 其中 y 与 x 的函数关系是正比例函数的是 _____ (只需填写序号).

18. 为了践行“首都市民卫生健康公约”, 某班级举办“七步洗手法”比赛活动, 小明的单项成绩如下表所示(各项成绩均按百分制计):

| 项目 | 书面测试 | 实际操作 | 宣传展示 |
|-------|------|------|------|
| 成绩(分) | 96 | 98 | 96 |

若按书面测试占 30%、实际操作占 50%、宣传展示占 20%, 计算参赛个人的综合成绩(百分制), 则小明的最后得分是 _____.

19. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若直线 $y = 2x + 3$ 向下平移 n 个单位长度后, 与直线 $y = -x + 2$ 的交点在第一象限, 则 n 的取值范围是 _____.

20. 如图 1, 在矩形 $ABCD$ 中, 动点 P 从点 B 出发, 沿 $B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ 的路径匀速运动到点 A 处停止. 设点 P 运动的路程为 x , $\triangle PAB$ 的面积为 y , 表示 y 与 x 函数关系的图象如图 2 所示, 则下列结论: ① $a=4$; ② $b=20$; ③ 当 $x=9$ 时, 点 P 运动到点 D 处; ④ 当 $y=9$ 时, 点 P 在线段 BC 或 DA 上. 其中所有正确结论的序号是 _____.

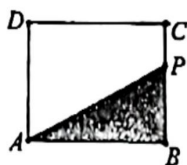


图 1

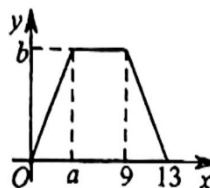


图 2

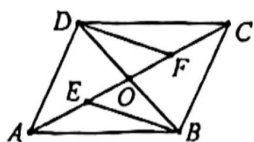
三、解答题(共50分, 21-26每题6分, 27-28每题7分)

21. 计算

(1) $\sqrt{12} \times \sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{10} \div \sqrt{5} + \sqrt{8}$

(2) 已知 $x = \sqrt{3} - 1$, 求代数式 $x^2 + 2x$ 的值.

22. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O , 点 E, F 分别是 OA, OC 的中点.
求证: $BE = DF$.



23. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$.
求作: 以 AC 为对角线的矩形 $ADCE$.

作法: ①以点 A 为圆心, 适当长为半径作圆, 分别交 AB, AC 于点 M, N , 分别以点 M, N 为圆心, 大于 $0.5MN$ 的长为半径作圆, 两弧在 $\angle BAC$ 的内部相交于点 P , 作射线 AP 与 BC 交于点 D ,



②以点 A 为圆心, CD 的长为半径画弧, 再以点 C 为圆心, AD 的长为半径画弧, 两弧在 AC 的右侧交于点 E ;

③连接 AE, CE .

则四边形 $ADCE$ 为所求的矩形.

(1) 根据以上作法, 使用尺规补全图形(保留作图痕迹);

(2) 完成以下证明(填注推理依据):

证明: $\because AE = CD, CE = AD,$

\therefore 四边形 $ADCE$ 为平行四边形(① _____)

由作图可知, AD 平分 $\angle BAC,$

又 $\because AB = AC,$

$\therefore AD \perp BC$ (② _____)

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$

\therefore 平行四边形 $ADCE$ 是矩形(③ _____)

24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过点 $(-1, 0), (1, 2)$.

(1) 求这个一次函数的解析式;

(2) 当 $x > -3$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = mx - 1 (m \neq 0)$ 的值小于函数 $y = kx + b$ 的值, 直接写出 m 的取值范围.

25. 某校舞蹈队共有 12 名学生, 测量并获取了所有学生的身高(单位: cm), 数据整理如下:

a. 12 名学生的身高:

160, 164, 164, 165, 166, 167, 167, 167, 168, 168, 169, 171.

b. 12 名学生的身高的平均数、中位数、众数

| 平均数 | 中位数 | 众数 |
|-------|-----|-----|
| 166.3 | m | n |

(1) 写出表中 m, n 的值;

(2) 现将 12 名学生分成如下甲乙两组, 对于不同组的学生, 如果一组学生的身高的方差越小, 则认为该组舞台呈现效果越好. 据此推断, 在侠岚两组学生中, 舞台呈现效果更好的是 _____ (填“甲组”或“乙组”);

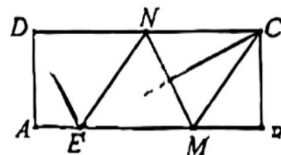
| | | | | |
|---------|-----|-----|-----|-----|
| 甲组学生的身高 | 165 | 167 | 168 | 171 |
| 乙组学生的身高 | 160 | 164 | 164 | 169 |

(3) 该舞蹈队要选六名学生参加艺术节比赛, 已经确定甲组四名参赛的学生的身高分别为 165, 167, 168, 168. 在乙组选择另外两名学生时, 要求所选的两名学生与已确定的四名学生所组成的参赛队身高的方差最小, 则乙组选出的另外两名学生的身高分别为 _____ 和 _____.

26. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 点 E 为边 AB 上的点, 连接 CE , 点 F 为线段 CE 的中点, 过点 F 作 CE 的垂线, 与 AB, CD 分别交于点 M, N .

(1) 求证: 四边形 $CNEM$ 为菱形;

(2) 若 $AB = 10, AD = 4$, 当 $AE = 2$ 时, 求 EM 的长.

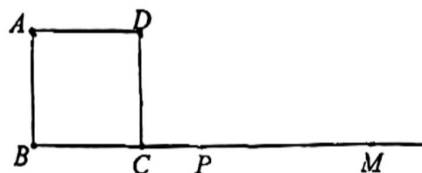


27. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 M 在 BC 延长线上, 点 P 是 BM 的中点, 连接 AP , 在射线 BC 上方作 $PQ \perp AP$, 且 $PQ = AP$, 连接 MD, MQ .

(1) 补全图形;

(2) 用等式表示 MD 与 MQ 的数量关系并证明;

(3) 连接 CQ , 若正方形边长为 5, $CQ = 6\sqrt{2}$, 直接写出 CM 的长.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于线段 AB 和点 Q , 给出如下定义: 若在直线 $y = x$ 上存在点 P , 使得四边形 $ABPQ$ 为平行四边形, 则称点 Q 为线段 AB 的“相随点”.

(1) 已知: 点 $A(1, 3), B(5, 3)$

① 在点 $Q_1(1, 5), Q_2(-1, 3), Q_3(0, 4), Q_4(-5, 0)$ 中, 线段 AB 的“相随点”是 _____;

② 若点 Q 为线段 AB 的“相随点”, 连接 OQ, BQ , 则 $OQ + BQ$ 的最小值为 _____, 此时点 Q 的坐标为 _____;

(2) 已知点 $A(-2, 3), B(2, -1)$, 正方形 $CDEF$ 边长为 2, 且以点 $(t, 1)$ 为中心, 各边与坐标轴垂直或平行, 若对于正方形 $CDEF$ 上的任意一点, 都存在线段 AB 上的两点 M, N , 使得该点为线段 MN 的“相随点”, 直接写出 t 的取值范围.