周四数学练习 2024.9.5

一、选择题(每小题 3 分，共 24 分)

1 下列方程是关于 x 的一元二次方程的是（　　）

A. $ax^2+bx+c=0$　　B. $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}=2$

C. $x^2+2x=x^2-1$　　D. $3(x+1)^2=2(x+1)$

2. 方程$2x^2-3x-1=x+1$的二次项系数和一次项系数分别为(

A. 2和3　　B. 1和−3　　C. 2和−4　　D. 2和 -3

3. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+c=0$ 的两根分别为 $x_1=1$，$x_2=-2$，则 b 与 c 的值分别为（　　）

A. $b=-1$，$c=2$　　B. $b=1$，$c=-2$　　C. $b=1$，$c=2$　　D. $b=-1$，$c=-2$

4. 用配方法解方程 $x^2+10x+9=0$，配方后可得（

A. $(x+5)^2=16$　　B. $(x+5)^2=1$　　C. $(x+10)^2=91$　　D. $(x+10)^2=109$

5. 如果$x=1$是关于x的方程$2x^2+3ax-2a=0$的一个根，那么关于y的方程$y^2-3=a$的解是(

A. $\pm\sqrt{5}$　　B. ±1　　C. ±2　　D. $\pm\sqrt{2}$

6. 下列所给方程中，没有实数根的是（　　）

A. $x^2+x=0$　　B. $5x^2-2x-1=0$

C. $3x^2-4x+1=0$　　D. $4x^2-6x+3=0$

7. 已知x_1，x_2是关于x的一元二次方程$x^2-2(t+1)x+t^2+5=0$的两个实数根，若$x_1^2+x_2^2=36$，则t的值是(

A. −7或3　　B. −7　　C. 3　　D. −3或7

8. 下列 y 关于 x 的函数中，是二次函数的是(

A. $y=5x^2$　　B. $y=2^2-2x$

C. $y=(x+2)^2-x^2$　　D. $y=\frac{1}{x^2}$

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

9. 把一元二次方程$(x-5)^2=(2x-1)(5-x)$化成一般形式为______________

10. 关 x 于一元二次方程 $(m-1)x^2+x+m^2-1=0$有一个根为 0，则 m=______

11. 已知实数 a，b 是方程 $x^2-x-1=0$的两根，则$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$的值为______

12. 已知关于x的方程$x^2+2x+k-1=0$有两个相等的实数根，则k的值是______

13.若 a 是方程 $x^2-3x+1=0$ 的根，计算：$a^2-3a+\dfrac{3a}{a^2+1}=$___

14.定义：$cx^2+bx+a=0$ 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的倒方程．则下列四个结论：

①如果 $x=2$ 是 $x^2+2x+c=0$ 的倒方程的解，则$c=-\dfrac{5}{4}$；

②如果 $ac<0$，那么这两个方程都有两个不相等的实数根；

③如果一元二次方程 $ax^2-2x+c=0$ 无解，则它的倒方程也无解；

④如果一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数根，则它的倒方程也有两个不相等的实数根．

其中正确的有_______ . _____(填正确的序号)

三、解答题

15．用适合的方法解下列方程：（每小题 5 分，共 25 分）

（1）$2x^2=3x$

（2）$(2x+1)^2=(3-x)^2$

（3）$x^2-4x-2=0$

（4）$2x^2-5x-3=0$

（5）$x^2-6x-7=0$

16.(5 分) 已知关于x的一元二次方程$(m-1)x^2+(m-4)x-3=0$(m为实数且$m\neq 1$).

(1)求证：此方程总有两个实数根；

(2)如果此方程的两个实数根都是整数，求正整数m的值.

17.（4 分）已知m是方程$x^2+2x-4=0$的一个根，求代数式$(m+2)^2+(m+3)(m-3)$的值.

18.（5 分）某种电脑病毒传播非常快，如果一台电脑被感染，经过两轮感染后就会有81台电脑被感染.

（1）请你用学过的知识分析，每轮感染中平均一台电脑会感染几台电脑？

（2）若病毒得不到有效控制，3轮感染后，被感染的电脑会不会超过700台？

19.（7 分）阅读下列材料：

我们知道对于二次三项式 $a^2+2ab+b^2$ 可以利用完全平方公式，将它变形为（$a+b$）^{2} 的形式. 但是对于一般的二次三项式 x^2+bx+c 就不能直接应用完全平方公式了，我们可以在二次三项式中先加上原式中一次项系数的一半的平方即（$\frac{b}{2}$）^{2}，使其凑成完全平方式，再减去（$\frac{b}{2}$）^{2}，使整个式子的值不变，这样就有 $x^2+bx+c=$（$x+\frac{b}{2}$）^2+m.

例如：$x^2-6x+1=x^2-6x+9-9+1=$（$x-3$）$^2-8$.

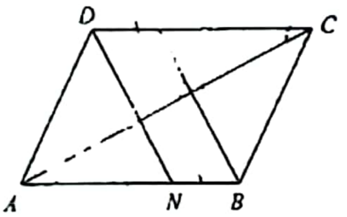
请根据上述材料解决下列问题：

（1）将多项式 x^2-4x+3 变形为（$x+m$）^2+n 的形式；

（2）当 x，y 分别取何值时 $x^2+y^2-4x-6y+28$ 有最小值？求出这个最小值；

（3）若 $m=a^2+b^2-1$，$n=2a-4b-7$，则 m 与 n 的大小关系是 ______

20（5 分）如图，在▱$ABCD$中，过点B作$BM\perp AC$于点E，交CD于点M，过点D作$DN\perp AC$于点F，交AB于点N



(1)求证：四边形$BMDN$是平行四边形.

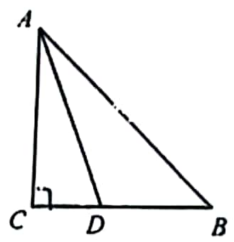
(2)已知$AF=12$，$EM=5$，求AN的长.

21．（7 分）在△ABC 中，BC=AC，∠C=90°，D 是 BC 边上一个动点（不与点 B，C 重合），连接 AD，以 AD 为边作正方形 $ADEF$（点 E，F 都在直线 BC 的上方），连接 BE.

（1）根据题意补全图形，并证明∠CAD=∠BDE；

（2）用等式表示线段 CD 与 BE 的数量关系，并证明；

（3）用等式表示线段 AD，AB，BE 之间的数量关系（直接写出）



附加题

1.《代数学》中记载，形如$x^2+10x=39$的方程，求正数解的几何方法是："如图1，先构造一个面积为x^2的正方形，再以正方形的边长为一边向外构造四个面积为$\frac{5}{2}x$的矩形，得到大正方形的面积$39+25=64$，则该方程的正数解为$8-5=3$．"小聪按此方法解关于x的方程$x^2+6x+m=0$时，构造出如图2所示的图形，已知阴影部分的面积为36，则该方程的正数解为（　　）．

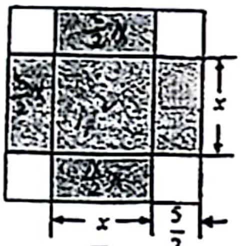


图1

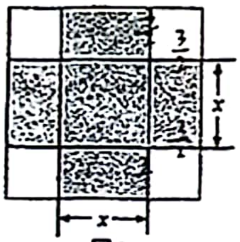


图2

A．6　　B．$3\sqrt{5}-3$　　C．$3\sqrt{5}-2$　　D．$3\sqrt{5}-\frac{3}{2}$

2. 如图1，P是正方形$ABCD$边BC上一点，线段AE与AD关于直线AP对称，连接EB并延长交直线AP于点F，连接CF.

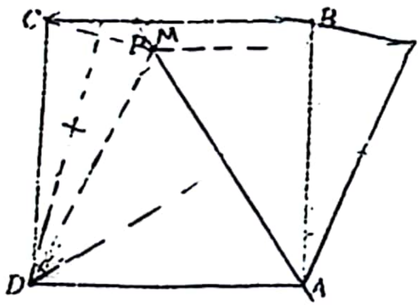
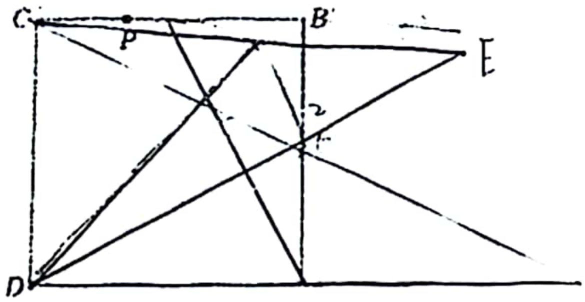


图1



备用图

(1)补全图形，求$\angle AFE$的大小；

(2)用等式表示线段CE，DE之间的数量关系，并证明；

(3)连接CE，G是CE的中点，$AB=2$，若点P从点B运动到点C，直接写出DG的最大值．