



2024-2025 学年第一学期初三数学统练 1

2024. 9. 2

姓名: _____ 班级: _____

一、单选题

1. 关于 x 的方程 $ax^2 - 3x + 2 = 0$ 是一元二次方程, 则 ()
- A. $a > 0$ B. $a \neq 0$ C. $a = 1$ D. $a \geq 0$
2. 将一元二次方程 $5x^2 - 1 = 4x$ 化为一般形式, 其中一次项系数是 ()
- A. 5 B. -4 C. 3 D. -1
3. 抛物线 $y = (x+3)^2 - 4$ 的顶点坐标是 ()
- A. (3,4) B. (-3,4) C. (3,-4) D. (-3,-4)
4. 已知 $x = 2$ 是关于 x 的方程 $\frac{3}{2}x^2 - 2a = 0$ 的一个根, 则 $2a - 1$ 的值为 ()
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
5. 下列方程有实数根的是 ()
- A. $3x^2 + 2x + 1 = 0$ B. $x^2 - x - 3 = 0$ C. $x^2 - 2x + 2 = 0$ D. $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$
6. 将二次函数 $y = x^2$ 的图象向左平移 1 个单位, 再向上平移 2 个单位后, 所得图象的函数表达式是 ()
- A. $y = (x-1)^2 + 2$ B. $y = (x+1)^2 + 2$ C. $y = (x-1)^2 - 2$ D. $y = (x+1)^2 - 2$
7. 关于二次函数 $y = -(x+3)^2 - 2$ 的图象, 下列说法错误的是 ()
- A. 开口向下 B. 与 x 轴没有交点
- C. 对称轴是直线 $x = 3$ D. 当 $x > -3$ 时, y 随 x 的增大而减少
8. 关于 x 的方程 $nx^2 - (2n-1)x + n = 0$ 有两个实数根, 则 n 的取值范围是 ()
- A. $n \leq \frac{1}{4}$ B. $n \leq \frac{1}{4}$ 且 $n \neq 0$ C. $n \geq -\frac{1}{4}$ D. $n \geq -\frac{1}{4}$ 且 $n \neq 0$
9. 下表是某公司 2022 年 1 月份至 5 月份的收入统计表. 其中, 2 月份和 5 月份被墨水污染, 若 2 月份与 3 月份的增长率相同, 设它们的增长率为 x , 根据表中的信息可列方程为 ()

月份	1	2	3	4	5
收入/万元	10		12	14	

A. $10(1+x)^2 = 12 - 1$

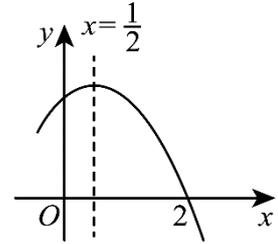
B. $10(1+x)^2 = 12$



C. $10(1+x)(1+2x)=12$

D. $10(1+x)^3=14$

10. 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 图象的一部分, 且经过点 $(2,0)$, 对称轴是直线 $x=\frac{1}{2}$, 给出下列说法: ① $abc < 0$; ② $x=-1$ 是关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根; ③若点 $M(-\frac{1}{3}, y_1), N(\frac{5}{3}, y_2)$ 是函数图象上的两点, 则 $y_1 > y_2$. 其中正确的个数为 ()



A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

二、填空题

11. 一元二次方程 $2x^2=3x$ 的根是_____.

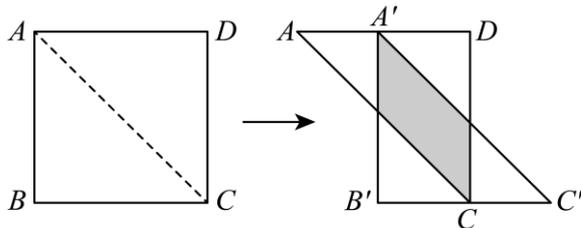
12. 若方程 $(m+2)x^{m^2-2}+(m-1)x-2=0$ 是关于 x 的一元二次方程, 则 $m=$ _____.

13. 二次函数 $y=3x^2-2x+5$ 中, 二次项系数是_____, 一次项系数是_____, 常数项是_____.

14. 已知方程 $x^2-6x+q=0$ 可以配方成 $(x-p)^2=7$ 的形式, 那么 $p-q=$ _____.

15. 已知一元二次方程 $x^2+6x-5=0$ 的两根为 m, n , 则 $m-mn+n=$ _____.

16. 如图, 将边长为 15 的正方形 $ABCD$ 沿其对角线 AC 剪开, 再把 $\triangle ABC$ 沿着 AD 方向平移, 得到 $\triangle A'B'C'$, 当两个三角形重叠部分的面积为 56 时, 它移动的距离 AA' 等于_____.



17. 已知关于 x 的二次函数 $y=-(x-5)^2+1$, 当 $2 < x < 6$ 时, y 的取值范围为_____.

18. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中, 函数 y 与自变量 x 的部分对应值如下表:

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	10	5	2	1	2	...

则当 $y < 5$ 时, x 的取值范围是_____.



三、解答题

19. 解方程： (1) $x^2 + 2x - 3 = 0$ (2) $2x^2 - 5x + 3 = 0$.

20. 一款服装每件进价为 80 元，销售价为 120 元时，每天可售出 20 件，为了扩大销售量，增加利润，经市场调查发现，如果每件服装降价 1 元，那么平均每天可多售出 2 件。

(1) 设每件服装降价 x 元，则每天销售量增加 _____ 件，每件商品盈利 _____ 元 (用含 x 的代数式表示)；

(2) 在让利于顾客的情况下，每件服装降价多少元时，商家平均每天能盈利 1200 元？

(3) 商家能达到平均每天盈利 1800 元吗？请说明你的理由。

21. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m - 3)x + m^2 + 1 = 0$.

(1) 当方程有两个不相等的实数根时，求 m 的取值范围；

(2) 若方程两实根 x_1, x_2 满足 $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} = 1$ ，求 m 的值。

22. 已知：在正方形 $ABCD$ 中，点 E 是 BC 延长线上一点，且 $CE \neq BC$ ，连接 DE ，过点 D 作 DE 的垂线交直线 AB 于点 F ，连接 EF ，取 EF 的中点 G ，连接 CG 。

(1) 当 $CE < BC$ 时，

① 补全图 1；

② 求证： $\triangle ADF \cong \triangle CDE$ ；

③ 用等式表示线段 CD ， CE ， CG 之间的数量关系，并证明。

(2) 如图 2，当 $CE > BC$ 时，请你直接写出线段 CD ， CE ， CG 之间的数量关系。

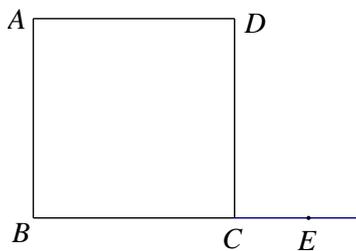


图 1

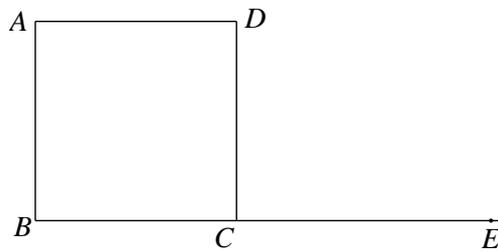


图 2



2024-2025 学年第一学期初三数学统练 1 答案

一、单选题

1. 关于 x 的方程 $ax^2 - 3x + 2 = 0$ 是一元二次方程, 则 ()

- A. $a > 0$ B. $a \neq 0$ C. $a = 1$ D. $a \geq 0$

【答案】B

2. 将一元二次方程 $5x^2 - 1 = 4x$ 化为一般形式, 其中一次项系数是 ()

- A. 5 B. -4 C. 3 D. -1

【答案】B

3. 抛物线 $y = (x+3)^2 - 4$ 的顶点坐标是 ()

- A. (3,4) B. (-3,4) C. (3,-4) D. (-3,-4)

【答案】D

4. 已知 $x = 2$ 是关于 x 的方程 $\frac{3}{2}x^2 - 2a = 0$ 的一个根, 则 $2a - 1$ 的值为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【答案】D

5. 下列方程有实数根的是 ()

- A. $3x^2 + 2x + 1 = 0$ B. $x^2 - x - 3 = 0$
C. $x^2 - 2x + 2 = 0$ D. $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$

【答案】B

6. 将二次函数 $y = x^2$ 的图象向左平移 1 个单位, 再向上平移 2 个单位后, 所得图象的函数表达式是 ()

- A. $y = (x-1)^2 + 2$ B. $y = (x+1)^2 + 2$
C. $y = (x-1)^2 - 2$ D. $y = (x+1)^2 - 2$

【答案】B

7. 关于二次函数 $y = -(x+3)^2 - 2$ 的图象, 下列说法错误的是 ()

- A. 开口向下 B. 与 x 轴没有交点
C. 对称轴是直线 $x = 3$ D. 当 $x > -3$ 时, y 随 x 的增大而减少

【答案】C



8. 关于 x 的方程 $nx^2 - (2n-1)x + n = 0$ 有两个实数根, 则 n 的取值范围是 ()

- A. $n \leq \frac{1}{4}$ B. $n \leq \frac{1}{4}$ 且 $n \neq 0$ C. $n \geq -\frac{1}{4}$ D. $n \geq -\frac{1}{4}$ 且 $n \neq 0$

【答案】B

9. 下表是某公司 2022 年 1 月份至 5 月份的收入统计表. 其中, 2 月份和 5 月份被墨水污染, 若 2 月份与 3 月份的增长率相同, 设它们的增长率为 x , 根据表中的信息可列方程为 ()

月份	1	2	3	4	5
收入/万元	10		12	14	

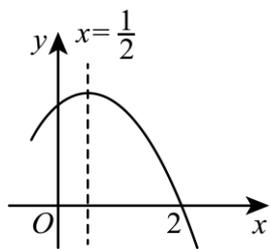
- A. $10(1+x)^2 = 12 - 1$ B. $10(1+x)^2 = 12$
 C. $10(1+x)(1+2x) = 12$ D. $10(1+x)^3 = 14$

【答案】B

10. 如图是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 图象的一部分, 且经过点 $(2, 0)$, 对称轴是直线 $x = \frac{1}{2}$,

给出下列说法: ① $abc < 0$; ② $x = -1$ 是关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一个根; ③若点

$M(-\frac{1}{3}, y_1), N(\frac{5}{3}, y_2)$ 是函数图象上的两点, 则 $y_1 > y_2$. 其中正确的个数为 ()



- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【答案】D

二、填空题

11. 一元二次方程 $2x^2 = 3x$ 的根是_____.

【答案】 $x_1 = 0, x_2 = \frac{3}{2}$

12. 若方程 $(m+2)x^{m^2-2} + (m-1)x - 2 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程, 则 $m =$ _____.

【答案】2

13. 二次函数 $y = 3x^2 - 2x + 5$ 中, 二次项系数是_____, 一次项系数是_____, 常数项



是_____.

【答案】 3 -2 5

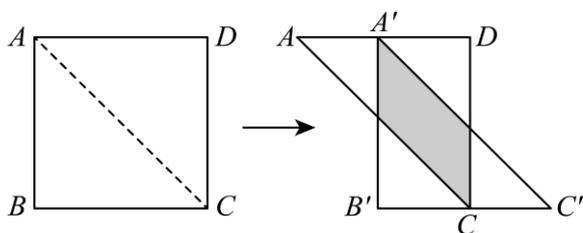
14. 已知方程 $x^2 - 6x + q = 0$ 可以配方成 $(x - p)^2 = 7$ 的形式, 那么 $p - q =$ ____.

【答案】 1

15. 已知一元二次方程 $x^2 + 6x - 5 = 0$ 的两根为 m, n , 则 $m - mn + n =$ ____ .

【答案】 -1

16. 如图, 将边长为 15 的正方形 $ABCD$ 沿其对角线 AC 剪开, 再把 $\triangle ABC$ 沿着 AD 方向平移, 得到 $\triangle A'B'C'$, 当两个三角形重叠部分的面积为 56 时, 它移动的距离 AA' 等于 _____.



【答案】 7 或 8/8 或 7

17. 已知关于 x 的二次函数 $y = -(x - 5)^2 + 1$, 当 $2 < x < 6$ 时, y 的取值范围为_____

【答案】 $-8 < y \leq 1$

18. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 中, 函数 y 与自变量 x 的部分对应值如下表:

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	10	5	2	1	2	...

则当 $y < 5$ 时, x 的取值范围是_____.

【答案】 $0 < x < 4/4 > x > 0$

三、解答题

19. 解方程:

(1) $x^2 + 2x - 3 = 0$;

(2) $2x^2 - 5x + 3 = 0$.

【答案】 (1) $x_1 = -3, x_2 = 1$ (2) $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = 1$

21. 一款服装每件进价为 80 元, 销售价为 120 元时, 每天可售出 20 件, 为了扩大销售量, 增加利润, 经市场调查发现, 如果每件服装降价 1 元, 那么平均每天可多售出 2 件.

(1) 设每件服装降价 x 元, 则每天销售量增加_____件, 每件商品盈利_____元 (用含 x 的代



数式表示);

(2)在让利于顾客的情况下,每件服装降价多少元时,商家平均每天能盈利1200元?

(3)商家能达到平均每天盈利1800元吗?请说明你的理由.

【答案】(1) $2x$, $(40-x)$

(2)每件服装降价20元时,能让利于顾客并且商家平均每天能盈利1200元;

(3)商家不能达到平均每天盈利1800元,理由见解析

【详解】(1)解:设每件衣服降价 x 元,则每天销售量增加 $2x$ 件,每件商品盈利
 $120-x-80=(40-x)$ 元.

故答案为: $2x$, $(40-x)$.

(2)解:设每件服装降价 x 元,则每件的销售利润为 $(120-x-80)$ 元,平均每天的销售量为 $(20+2x)$ 件,

依题意得: $(120-x-80)(20+2x)=1200$,

整理得: $x^2-30x+200=0$,

解得: $x_1=10$, $x_2=20$.

又 \because 需要让利于顾客,

$\therefore x=20$.

答:每件服装降价20元时,能让利于顾客并且商家平均每天能盈利1200元.

(3)解:商家不能达到平均每天盈利1800元,理由如下:

设每件服装降价 y 元,则每件的销售利润为 $(120-y-80)$ 元,平均每天的销售量为 $(20+2y)$ 件,

依题意得: $(120-y-80)(20+2y)=1800$,

整理得: $y^2-30y+500=0$.

$\because \Delta = b^2 - 4ac = (-30)^2 - 4 \times 1 \times 500 = -1100 < 0$,

\therefore 此方程无解,即不可能每天盈利1800元.

22. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m-3)x + m^2 + 1 = 0$.

(1)当方程有两个不相等的实数根时,求 m 的取值范围;



(2)若方程两实根 x_1, x_2 满足 $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} = 1$, 求 m 的值.

【答案】(1) $m < \frac{5}{12}$

(2) $m = -5$

【详解】(1) \because 方程有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = (2m-3)^2 - 4 \times 1 \times (m^2+1) > 0,$$

$$\therefore m < \frac{5}{12},$$

则当 $m < \frac{5}{12}$ 时, 方程有两个不相等的实数根;

$$(2) \because x^2 + (2m-3)x + m^2 + 1 = 0$$

$$\therefore x_1 + x_2 = -2m + 3, \quad x_1 x_2 = m^2 + 1,$$

$$\therefore \frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} = \frac{2(x_1 + x_2)}{x_1 x_2} = 1,$$

$$\therefore \frac{2(-2m+3)}{m^2+1} = 1,$$

$$\therefore m^2 + 4m - 5 = 0,$$

$$\therefore m_1 = 1, \quad m_2 = -5,$$

\because 方程两实根,

$$\therefore \Delta = (2m-3)^2 - 4 \times 1 \times (m^2+1) \geq 0,$$

$$\therefore m \leq \frac{5}{12},$$

$$\therefore m = -5.$$

23. (24年石景山期末) 已知: 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 是 BC 延长线上一点, 且 $CE \neq BC$, 连接 DE , 过点

D 作 DE 的垂线交直线 AB 于点 F , 连接 EF , 取 EF 的中点 G , 连接 CG .

(1) 当 $CE < BC$ 时,

①补全图 1;

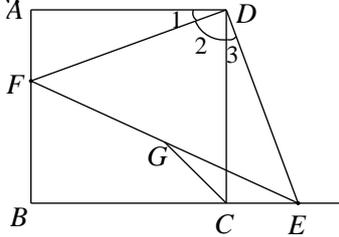


②求证： $\triangle ADF \cong \triangle CDE$;

③用等式表示线段 CD , CE , CG 之间的数量关系, 并证明.

(2) 如图 2, 当 $CE > BC$ 时, 请你直接写出线段 CD , CE , CG 之间的数量关系.

解: (1) ①补全图形如右图所示



.....1 分

②证明: \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle A = \angle ADC = \angle BCD = \angle DCE = 90^\circ$, $DA = DC$.

$\because DF \perp DE$,

$\therefore \angle FDE = 90^\circ$.

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 2 = 90^\circ$.

$\therefore \angle 1 = \angle 3$.

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CDE$.

.....3 分

③判断: $CD = CE + \sqrt{2}CG$.

证明: 在 BC 上取点 M , 使得 $CM = CE$,

连接 FM .

$\because \triangle ADF \cong \triangle CDE$,

$\therefore AF = CE = CM$.

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AB = CB = CD$, $\angle B = 90^\circ$.

$\therefore BF = BM$.

$\therefore FM = \sqrt{2}FB$.

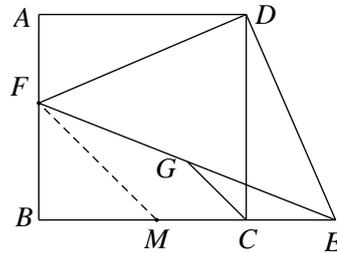
$\because G$ 为 EF 的中点,

$\therefore CG = \frac{1}{2}FM = \frac{\sqrt{2}}{2}FB$.

$\because FB = AB - AF = CD - CE$

$\therefore CG = \frac{\sqrt{2}}{2}(CD - CE)$.

$\therefore CD = CE + \sqrt{2}CG$.



.....6 分

(2) 当 $CE > BC$ 时, $CD = CE - \sqrt{2}CG$.

.....7 分