房山区 2024 年新高三入学测试试卷

数　学

本试卷共 6 页，满分 150 分，考试时长 120 分钟。考生务必将答案填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知集合 $A=\{x\mid -3<x<1\}$，$B=\{x\mid -1\leqslant x<2\}$，则 $A\cup B=$

（A）$\{x\mid -3<x<2\}$　　（B）$\{x\mid -1\leqslant x<1\}$

（C）$\{-2,-1,0,1\}$　　（D）$\{-1,0\}$

（2）若复数 z 满足 $\dfrac{z}{1+i}=i$，则 $z=$

（A）$1-i$　　（B）$-1-i$

（C）$-1+i$　　（D）$1+i$

（3）双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{4}=1$ 的渐近线方程为

（A）$y=\pm\dfrac{1}{2}x$　　（B）$y=\pm\dfrac{1}{4}x$

（C）$y=\pm 2x$　　（D）$y=\pm 4x$

（4）已知圆 $(x-1)^2+(y+3)^2=r^2(r>0)$ 与直线 $x-y+2=0$ 相切，则 $r=$

（A）2　　（B）$\sqrt{6}$　　（C）$2\sqrt{3}$　　（D）$3\sqrt{2}$

（5）在 $(2x-\dfrac{1}{x})^4$ 的展开式中，常数项是

（A）-24　　（B）-6　　（C）6　　（D）24

（6）设向量 $\boldsymbol{a}=(x-1,x)$，$\boldsymbol{b}=(x,-2)$，则“$x=3$”是“$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$”的

（A）充分而不必要条件　　　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　　　（D）既不充分也不必要条件

（7）已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}\sin\omega x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega x(\omega>0)$ 的图象与直线 $y=1$ 的相邻两个交点间的距离等于 π、则 $\omega=$

（A）4　　（B）2　　（C）1　　（D）$\frac{1}{2}$

（8）已知正四棱锥 $P-ABCD$ 的八条棱长均为 4，Q 是底面上一个动点．$PQ\leqslant 3$，则点 Q 所形成区域的面积为

（A）1　　　　（B）π

（C）4　　　　（D）4π

（9）近年来纯电动汽车越来越受消费者的青睐，新型动力电池迎来了蓬勃发展的风口．**Peukert** 于1898年提出蓄电池的容量 C（单位：A·h）、放电时间 t（单位：h）与放电电流 I（单位：A）之间关系的经验公式：$C=I^{n}\cdot t$，其中 n 为 **Peukert** 常数.为测算某蓄电池的 **Peukert** 常数 n，在电池容量不变的条件下，当放电电流 $I=30\text{A}$ 时，放电时间 $t=15\text{h}$；当放电电流 $I=40\text{A}$ 时，放电时间 $t=8\text{h}$．则该蓄电池的 **Peukert** 常数 n 大约为

（参考数值：$\lg 2\approx 0.3,\lg 3\approx 0.477$）

（A）1.25　　　　（B）1.75

（C）2.25　　　　（D）2.55

（10）已知集合 $A=\{(x,y)\mid(x-y)(xy-1)\leqslant 0\}$，$B=\{(x,y)\mid\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant 2,\frac{1}{2}\leqslant y\leqslant 2\}$，$S$ 是集合 $A\cap B$ 表示的平面图形的面积，则 $S=$

（A）1　　　　（B）$\frac{9}{8}$

（C）2　　　　（D）$\frac{9}{4}$

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

（11）抛物线 $x^2=4y$ 的准线方程是____

（12）在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 与角 β 均以 Ox 为始边，它们的终边关于 y 轴对称．若 $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$，则 $\sin\beta=$____．

（13）已知函数 $f(x)=\begin{cases}-(x-1)^2+1, & x<1,\\ a+\ln x, & x\geqslant 1.\end{cases}$ 若 $a=0$，则 $f(1)=$_____；若 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，则 a 的一个值为_____．

（14）如图 1，一个正四棱柱形的密闭容器水平放置，其底部镶嵌了同底的正四棱锥形实心装饰块，容器内盛有 m 升水时，水面恰好经过正四棱锥的顶点 P．如果将容器倒置，水面也恰好经过点 P（图 2），设正四棱柱的高为 h_1，正四棱锥的高为 h_2，则 $\dfrac{h_1}{h_2}=$____．

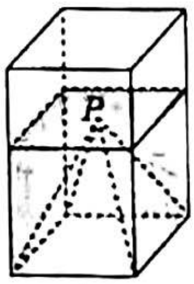


图 1

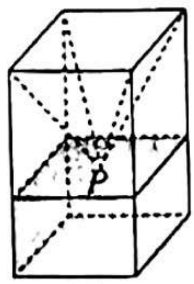
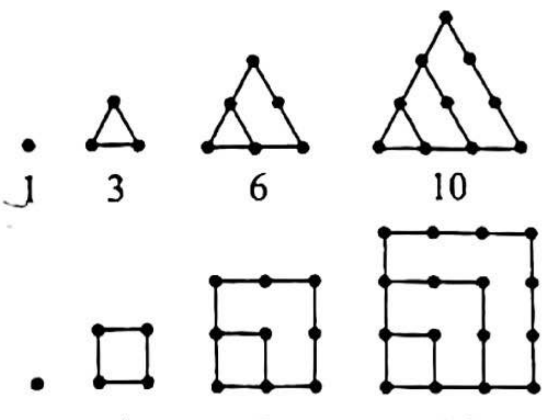


图 2

（15）古希腊毕达哥拉斯学派的数学家用沙粒和小石子来研究数，他们根据沙粒或小石子所排列的形状，把数分成许多类．如图，第一行图形中黑色小点个数：$1,3,6,10,\cdots$ 称为三角形数，第二行图形中黑色小点个数：$1,4,9,16,\cdots$ 称为正方形数，记三角形数构成数列 $\{a_n\}$，正方形数构成数列 $\{b_n\}$，给出下列四个结论：



①数列 $\{a_n\}$ 的一个通项公式是 $a_n=\dfrac{n(n+1)}{2}$；

②2025既是三角形数，又是正方形数；

③$\dfrac{1}{b_1}+\dfrac{1}{b_2}+\dfrac{1}{b_3}+\cdots+\dfrac{1}{b_n}<\dfrac{5}{3}$；

④$\forall m\in\mathbf{N},m\geqslant 2$，总存在 $p,q\in\mathbf{N}$，使得 $b_m=a_p+a_q$ 成立.

其中所有正确结论的序号是____

三、解答题共6小题，共85分。 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16）（本小题13分）

在锐角 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $\sqrt{3}a-2b\sin A=0$.

Ⅰ）求角 B 的大小；

Ⅱ）再从下面条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求 $\triangle ABC$ 的面积.

条件①：$c=2,C=\dfrac{\pi}{4}$；

条件②：$b=\sqrt{6},c=2$.

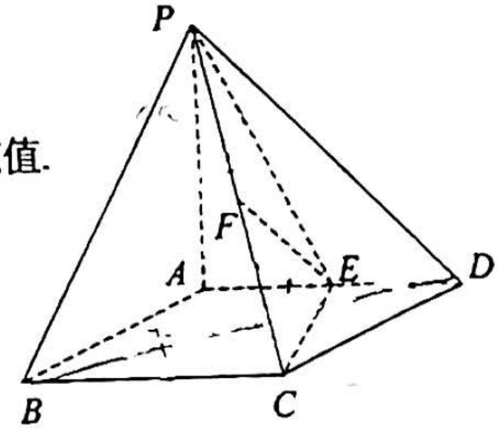
注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.

17）（本小题13分）

已知四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，四边形 $ABCD$ 为菱形，$PA=AD=2$，E 为 AD 的中点.

Ⅰ）若 F 为 PC 的中点，求证：$EF\,/\!/$ 平面 PAB；

Ⅱ）若 $BD=2\sqrt{2}$，求平面 PAB 与平面 PEC 夹角的余弦值.



（18）（本小题 14 分）

某企业产品利润依据产品等级来确定：其中一等品、二等品、三等品的每一件产品的利润分别为100元、50元、50元. 为了解产品各等级的比例，检测员从流水线上随机抽取了100件产品进行等级检测，检测结果如下表：

产品等级	一等品	二等品	三等品
样本数量（件）	50	30	20

（Ⅰ）从流水线上随机抽取1件产品，估计这件产品是一等品的概率；

（Ⅱ）若从流水线上随机抽取3件产品，这3件产品的利润总额为 X . 求 X 的分布列和数学期望；

（Ⅲ）为了使每件产品的平均利润不低于80元，产品中的一等品率至少是多少？

（19）（本小题 15 分）

已知椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的一个顶点为 $(2,0)$，焦距为 $2\sqrt{2}$.

过点 $(m,0)\,(m>2)$ 且斜率不为零的直线与椭圆 E 交于不同的两点 A,B，过点 A 和 $C(1,0)$ 的直线 AC 与椭圆 E 的另一个交点为 D.

（Ⅰ）求椭圆 E 的方程及离心率；

（Ⅱ）若直线 BD 与 x 轴垂直，求 m 的值.

（20）（本小题 15 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{x}{e^x}$，直线 l 为曲线 $y=f(x)$ 在点 $(t,f(t))$ 处的切线.

（Ⅰ）当 $t=0$ 时，求出直线 l 的方程；

（Ⅱ）若 $g(x)=f'(x)$，求 $g(x)$ 的最小值；

（Ⅲ）若直线 l 与曲线 $y=f(x)$ 相交于点 $(s,f(s))$，且 $s<t$ ，求实数 t 的取值范围.

（21）（本小题 15 分）

已知数列 A: a_1，a_2，a_3，$\cdots$，a_n（$n \geqslant 3$）的各项均为正整数，设集合 $T=\{x|x=a_j-a_i,1\leqslant i<j\leqslant n\}$，记 T 的元素个数为 $P(T)$．

（Ⅰ）若数列 A：$1,3,5,6$，求集合 T，并写出 $P(T)$ 的值；

（Ⅱ）若 A 是递减数列、求证："A 为等差数列"的充要条件是"$P(T)=n-1$"；

（Ⅲ）已知数列 A：$2,\ 2^2,2^3,\cdots,2^n$，求证：$P(T)=\dfrac{n(n-1)}{2}$．

（考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效）

房山区 2024 年新高三入学测试参考答案

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	C	C	D	D	A	B	B	C	B

（11）$y=-1$　（12）$\frac{3}{5}$　（13）0；$a=1$（答案不唯一，$a\geqslant 1$ 即可）（14）$\frac{5}{3}$　（15）①③④

（16）（本小题 13 分）（Ⅰ）因为 $\sqrt{3}a-2b\sin A=0$，由正弦定理得 $\sqrt{3}\sin A-2\sin B\sin A=0$．

因为 $A\in(0,\frac{\pi}{2})$，所以 $\sin A\neq 0$，所以 $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$．因为 $B\in(0,\frac{\pi}{2})$，所以 $B=\frac{\pi}{3}$．

（Ⅱ）选条件①：$c=2$，$C=\frac{\pi}{4}$．由（Ⅰ）知 $B=\frac{\pi}{3}$，根据正弦定理得 $\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$，所以 $b=\frac{c\cdot\sin B}{\sin C}=\sqrt{6}$．

因为 $A=\pi-C-B=\frac{5\pi}{12}$，所以 $\sin A=\sin\frac{5\pi}{12}=\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$．

所以△ABC 的面积 $S=\frac{1}{2}b\cdot c\sin A=\frac{1}{2}\times\sqrt{6}\times 2\times\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$．

选条件②：$b=\sqrt{6}$，$c=2$．方法 1：因为 $b=\sqrt{6},c=2$，由（Ⅰ）得 $B=\frac{\pi}{3}$，

根据余弦定理得 $b^2=a^2+c^2-2a\cdot c\cdot\cos B$，

化简整理为 $a^2-2a-2=0$，解得 $a=1+\sqrt{3}$，$a=1-\sqrt{3}$（舍）.

所以△ABC 的面积 $S=\frac{1}{2}a\cdot c\sin B=\frac{1}{2}\times(1+\sqrt{3})\times 2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$．

方法 2：由 $\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$，得 $\frac{\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2}{\sin C}$，所以 $\sin C=\frac{\sqrt{2}}{2}$．

因为是锐角三角形，所以 $C=\frac{\pi}{4}$．　所以 $A=\pi-C-B=\frac{5\pi}{12}$．

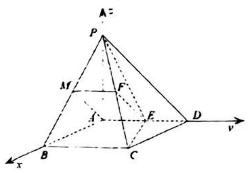
所以 $\sin A=\sin\frac{5\pi}{12}=\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$．所以△$ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}b\cdot c\sin A=\frac{1}{2}\times\sqrt{6}\times 2\times\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$．

（17）（本小题 13 分）（Ⅰ）设 M 是 PB 的中点，联结 MF,MA，所以 $MF\ P\ BC$，且 $MF=\frac{1}{2}BC$．

又 $AE\ P\ BC$，且 $AE=\frac{1}{2}BC$．所以 $MF\ P\ AE$，且 $MF=AE$．

所以 $MFEA$ 是平行四边形.所以 $FE\ P\ MA$．

又 $MA\subset$ 平面 PAB，$FE\not\subset$ 平面 PAB，所以 EF // 平面 PAB．



（Ⅱ）因为 $AB=AD=2, BD=2\sqrt{2}$，所以 $AB\perp AD$.

又 $PA\perp$ 平面 $ABCD$，所以 AB,AD,AP 两两互相垂直，
以 A 为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系 $A-xyz$．

则 $P(0,0,2),C(2,2,0),E(0,1,0)$, 所以 $\overrightarrow{PE}=(0,1,-2),\overrightarrow{PC}=(2,2,-2)$.

设平面 PEC 的一个法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{PE}=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{PC}=0.\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}y-2z=0,\\ 2x+2y-2z=0.\end{cases}$

令 $z=1$，得 $\vec{n}=(-1,2,1)$. 易知平面 PAB 的一个法向量为 $\vec{m}=(0,1,0)$，

设平面 PAB 与平面 PEC 夹角的为 θ，则

$$\cos\theta=\left|\cos<\vec{n},\vec{m}>\right|=\left|\frac{\vec{n}\cdot\vec{m}}{|\vec{n}||\vec{m}|}\right|=\left|\frac{-1\times0+2\times1+1\times0}{\sqrt{(-1)^2+2^2+1^2}\times\sqrt{0^2+1^2+0^2}}\right|=\frac{\sqrt{6}}{3}.$$

所以平面 PAB 与平面 PEC 夹角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

（18）（本小题 14 分）从流水线上随机抽取 1 件产品，估计恰好是一等品的事件为 A，$P(A)=\frac{50}{100}=\frac{1}{2}$.

（Ⅱ）方法 1：X 的取值范围为 $\{150,200,250,300\}$，则

$P(X=150)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$；$P(X=200)=C_3^1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$；$P(X=250)=C_3^2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$ $P(X=300)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$；

所以 X 的分布列为

X	150	200	250	300
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$E(X)=150\times\frac{1}{8}+200\times\frac{3}{8}+250\times\frac{3}{8}+300\times\frac{1}{8}=225.$

方法 2：设 3 件产品中一等品的个数为 Y，则 $X=50Y+150$ Y 的取值范围为 $\{0,1,2,3\}$，则

$P(Y=0)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$； $P(Y=1)=C_3^1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$； $P(Y=2)=C_3^2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$ $P(Y=3)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$；

$E(Y)=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+2\times\frac{3}{8}+3\times\frac{1}{8}=\frac{3}{2}$. 所以 $E(X)=50E(Y)+150=225$.

（Ⅲ）

X	100	50
P	P	$1-P$

$E(X)=100P+50(1-P)=50P+50\geqslant80$，解得 $P\geqslant\frac{3}{5}$.

所以 为了使每件产品的平均利润不低于 80 元，产品中的一等品率至少是 60%.

（19）（本小题 15 分）（Ⅰ）因为. 椭圆 E 的一个顶点为 $(2,0)$ ，所以 $a=2$.

因为焦距为 $2\sqrt{2}$，所以 $c=\sqrt{2}$. 因为 $a^2=b^2+c^2$ ，所以 $b=\sqrt{2}$.

所以椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$ ．所以 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$．

（Ⅱ）设直线 AB 方程为 $y=k(x-m)$ $(m>2)$，联立 $\begin{cases}\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1\\ y=k(x-m)\end{cases}$ 化简并整理得

$(1+2k^2)x^2-4k^2mx+2k^2m^2-4=0$．

由题意 $\Delta=16k^4m^2-4(1+2k^2)(2k^2m^2-4)>0$，即 k,m 应满足 $4k^2-k^2m^2+2>0$．

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\frac{4k^2m}{1+2k^2}$ ，$x_1x_2=\frac{2k^2m^2-4}{1+2k^2}$ ．

因为直线 BD 与 x 轴垂直，由椭圆的对称性可知 $D(x_2,-y_2)$．

因为 A,C,D 三点共线，所以 $k_{AC}=k_{CD}$．所以 $\frac{y_1}{x_1-1}=\frac{-y_2}{x_2-1}$

整理得 $2x_1x_2-(m+1)(x_1+x_2)+2m=0$．即 $\frac{8k^2m}{1+2k^2}-\frac{(m+1)(2k^2m^2-4)}{1+2k^2}+2m=0$．解得 $m=4$ ．

（20）（本小题 15 分）（Ⅰ）由 $f(x)=\frac{x}{e^x}$ 得 $f'(x)=\frac{1-x}{e^x}$，

又 $f(0)=0$，$f'(0)=1$，所以直线 l 的方程为 $y=x$，即 $x-y=0$．

（Ⅱ）$g(x)=f'(x)=\frac{1-x}{e^x}$，所以 $g'(x)=\frac{x-2}{e^x}$，令 $g'(x)=0$，得 $x=2$．列表：

x	$(-\infty,2)$	2	$(2,+\infty)$
$g'(x)$	−	0	+
$g(x)$	减	最小值	增

所以 当 $x=2$ 时，$g(x)$ 取得最小值，且最小值 $g(2)=-\frac{1}{e^2}$．

（Ⅲ）直线 l 的方程为 $y=\frac{1-t}{e^t}x+\frac{t^2}{e^t}$，直线 l 与曲线 $y=f(x)$ 相交于点 $(s,f(s))$ 且 $s<t$，

等价转化为关于 x 的方程 $\frac{x}{e^x}=\frac{1-t}{e^t}x+\frac{t^2}{e^t}$ 在 $(-\infty,t)$ 有解，

令 $F(x)=\frac{x}{e^x}-\frac{1-t}{e^t}x-\frac{t^2}{e^t}(x<t)$，$F(t)=0$，$F'(x)=\frac{1-x}{e^x}-\frac{1-t}{e^t}$，$F'(t)=0$，令 $h(x)=F'(x)$，$h'(x)=\frac{x-2}{e^x}$，

①当 $t>2$ 时，$x\in(-\infty,2)$，$h'(x)<0$，$h(x)$ 在 $(-\infty,2)$ 单调递减；

$x\in(2,t)$，$h'(x)>0$，$h(x)$ 在 $(2,t)$ 单调递增，所以 $h(2)<h(t)=0$，

又 $h(1)=-\frac{1-t}{e^t}>0$，所以存在唯一实数 $x_0\in(1,2)$ 有 $h(x_0)=0$，

当 $x\in(-\infty,x_0)$，$h(x)>0$，$F'(x)>0$，所以 $F(x)$ 在 $(-\infty,x_0)$ 单调递增；

当$x\in\left(x_0,t\right)$，$h(x)<0$，$F'(x)<0$，所以$F(x)$在$\left(x_0,t\right)$单调递减，所以$F\left(x_0\right)>F(t)=0$，又$F(0)=-\dfrac{t^2}{e^t}<0$，

所以存在唯一实数$s\in\left(0,x_0\right)$有$F(s)=0$，所以$t>2$符合题意.

②当$t\leqslant 2$时，$x\in(-\infty,t)$，$h'(x)<0$，$h(x)$在$(-\infty,t)$单调递减，

所以$h(x)>h(t)=0$，所以$F(x)$在$(-\infty,t)$单调递增，所以$F(x)<F(t)=0$，

故$F(x)$在$(-\infty,t)$无零点，所以$t\leqslant 2$不符合题意．所以实数t的取值范围是$(2,+\infty)$.

(21)（本小题 15 分）(Ⅰ) 由数列$A:1,3,5,6$，可得$3-1=2,5-1=4,6-1=5,5-3=2,6-3=3,6-5=1$，

所以集合$T=\{1,2,3,4,5\}$，所以$P(T)=5$.

(Ⅱ) 必要性：需要证明“若A是等差数列，则$P(T)=n-1$”.

若A是等差数列，且A是递减数列，则A的公差为$d(d<0)$，

当$1\leqslant i<j\leqslant n$时，$a_j-a_i=(j-i)d$，所以$T=\{d,2d,3d,\mathrm{L}\ ,(n-1)d\}$，则$P(T)=n-1$，故必要性成立.

充分性：需要证明“若$P(T)=n-1$，则A是等差数列”.

因为A是递减数列，所以$a_2-a_1>a_3-a_1>a_4-a_1>\mathrm{L}\ >a_n-a_1$，

所以 $a_2-a_1,a_3-a_1,a_4-a_1,\mathrm{L}\ ,a_n-a_1$都是集合$T$中的元素且互不相等，

又$P(T)=n-1$，所以$T=\{a_2-a_1,a_3-a_1,a_4-a_1,\mathrm{L}\ ,a_n-a_1\}$

又因为$a_3-a_2>a_4-a_2>\mathrm{L}\ >a_n-a_2>a_n-a_1$，

所以 $a_3-a_2,a_4-a_2,\mathrm{L}\ ,a_n-a_2,\ a_n-a_1$ 都是集合T中的元素且互不相等，

所以 $a_3-a_2=a_2-a_1,a_4-a_2=a_3-a_1,\mathrm{L}\ ,a_n-a_2=a_{n-1}-a_1$

所以 $a_2-a_1=a_3-a_2=\mathrm{L}\ =a_n-a_{n-1}$. 所以 A是等差数列，充分性成立.

所以若A是递减数列，“A是等差数列”的充要条件是“$P(T)=n-1$”.

(Ⅲ) 集合$T=\{x|x=a_j-a_i,1\leqslant i<j\leqslant n\}$中的元素个数最多为$\dfrac{n(n-1)}{2}$，即$P(T)\leqslant\dfrac{n(n-1)}{2}$.

对于数列$A:2,2^2,2^3,\mathrm{L}\ ,2^n$，$a_j-a_i=2^j-2^i$，

若存在$a_{j_1}-a_{i_1}=a_{j_2}-a_{i_2}$，则$2^{j_1}-2^{i_1}=2^{j_2}-2^{i_2}$，其中$j_1>i_1,j_2>i_2$，故$2^{i_1}(2^{j_1-i_1}-1)=2^{i_2}(2^{j_2-i_2}-1)$.

若$i_1\neq i_2$，不妨设$i_1>i_2$，则$2^{i_1-i_2}(2^{j_1-i_1}-1)=2^{j_2-i_2}-1$，而$j_1>i_1,j_2>i_2$，

故$2^{i_1-i_2}(2^{j_1-i_1}-1)$为偶数，$2^{j_2-i_2}-1$为奇数，矛盾.

故 $i_1=i_2$，故$j_1=j_2$故a_j-a_i彼此互异，所以$P(T)=\dfrac{n(n-1)}{2}$.