

高三数学第一学期开学练习

班级_____ 姓名_____

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分. 在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 已知集合 $A = \{x \in N | x \leq 5\}$, 集合 $B = \{x | x(x-2) > 0\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$
 A. $\{2,3,4\}$ B. $\{3,4,5\}$ C. $[2,5)$ D. $(2,5]$
2. 下列函数中，值域为 \mathbf{R} 且区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是 ()
 A. $y = -x^3$ B. $y = x(x-2)$ C. $y = \sqrt{x}$ D. $y = \lg|x|$
3. 若 $a > b$ ，则下列各式一定成立的是 ()
 A. $a^2 > b^2$ B. $ac^2 > bc^2$ C. $a^3 > b^3$ D. $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2}$
4. 已知函数 $f(x) = \ln x + 2x - 6$ ，则它的零点所在的区间为 ()
 A. $(0,1)$ B. $(1,2)$ C. $(2,3)$ D. $(3,4)$
5. 已知 $f(x) = \begin{cases} (3a-1)x+4a, & x < 1 \\ \log_a x, & x \geq 1 \end{cases}$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的减函数，那么 a 的取值范围
 (A) $(0,1)$ (B) $(0, \frac{1}{3})$ (C) $[\frac{1}{7}, \frac{1}{3})$ (D) $[\frac{1}{7}, 1)$
6. 已知 $f(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$ ，则不等式 $f(x) \geq -\frac{4}{3}(x-1)$ 的解集为 ()
 A. $(-\infty, \frac{1}{4}] \cup [1, +\infty)$ B. $(-\infty, \frac{1}{4}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$
 C. $(0, \frac{1}{4}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$ D. $(0, \frac{1}{4}] \cup [1, +\infty)$
7. 已知 $a > 0$ ， $b > 0$ ，则“ $a+b \leq 2$ ”是“ $ab \leq 1$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件



高三数学第一学期开学练习

班级_____ 姓名_____

15. 已知函数 $f(x) = \frac{3^x - 1}{3^x + 1}$, 有如下四个结论:

- ①函数 $f(x)$ 在其定义域内单调递减; ②函数 $f(x)$ 的值域为 $(0, 1)$;
③函数 $f(x)$ 的图象是中心对称图形; ④方程 $f(x) = -x + 1$ 有且只有一个实根.
其中所有正确结论的序号是_____

三、解答题共 6 小题, 共 85 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

16. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 2, 且 a_1, a_3, a_4 成等比数列.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式及前 n 项和 S_n ;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 前 10 项和 $T_{10, > 0}$

17. 已知二次函数 $f(x)$ 的最小值为 1, 且 $f(0) = f(2) = 3$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若 $f(x)$ 在区间 $[3a, a+1]$ 上不单调, 求实数 a 的取值范围;

(3) 在区间 $[-3, -1]$ 上, $y = f(x)$ 的图象恒在 $y = 2x + 2m + 1$ 的图象上方, 试确定实数 m 的取值范围.



18. 近年来, 我国新能源汽车蓬勃发展, 极大地促进了节能减排. 遥遥计划在 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ 这 6 个国产新能源品牌或在 B_1, B_2, B_3, B_4 这 4 个国产燃油汽车品牌中选择购车. 预计购买新能源汽车比燃油车多花费 40000 元. 据测算, 每行驶 5 公里, 燃油汽车约花费 3 元, 新能源汽车约消耗电 1 千瓦时. 如果购买新能源汽车, 遥遥使用国家电网所属电动汽车公共充电设施充电, 充电价格分为峰时、平时、谷时三类, 具体收费标准 (精确到 0.1 元/千瓦时) 如表:

	充电时间段	充电价格 (元/千瓦时)	充电服务费 (元/千瓦时)
峰时	10: 00 - 15: 00 和 18: 00 - 21: 00	1.0	0.8
平时	7: 00 - 10: 00, 15: 00 - 18: 00 和 21: 00 - 23: 00	0.7	
谷时	当日 23: 00 - 次日 7: 00	0.4	

- (1) 若遥遥在 6 个新能源汽车品牌中选出 2 个品牌作比较, 求品牌 A_1 被选中的概率;
- (2) 若遥遥选购新能源汽车, 他在 18: 00, 18: 30, 19: 00, 19: 30, ..., 23: 30 这 12 个时间点中随机选择一个时间点给车充电, 每次充电 30 千瓦时 (用时不超过半小时). 设 X 为遥遥每次充电的费用, 求 X 的分布列和数学期望;
- (3) 求新能源汽车在某个时间段充电 1 千瓦时的平均费用.
- (4) 假设遥遥一年驾车约行驶 30000 公里, 按新车使用 8 年计算, 如果只考虑购车成本与能源消耗支出, 计算说明选择新能源汽车和燃油汽车哪个的总花费更少.

19、已知函数 $f(x) = (x-1)e^x - x^2$.

- (1) 求函数的单调区间;
- (2) 求 $f(x)$ 的零点个数.

(3) $g(x) = f(x) - m$ 在区间 $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$ 上有两个零点, 求 m 的范围?



20. 已知函数 $f(x) = x - \ln(x+a)$, 其中 $a > 0$.

(I) 当 $a=2$ 时, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(-1, f(-1))$ 处的切线方程;

(II) 若函数 $f(x)$ 的极小值为 0, 求 a 的值;

(III) 在 (II) 的条件下, 若对任意的 $x \in [0, +\infty)$, $f(x) \leq kx^2$ 成立, 求实数 k 的最小值

21. 对于有限数列 $\{a_n\}$, $n \leq N$, $N \geq 3$, $N \in \mathbb{N}^*$, 定义: 对于任意的 $k \leq N$, $k \in \mathbb{N}^*$,

有: (i) $S^*(k) = |a_1| + |a_2| + |a_3| + \cdots + |a_k|$;

(ii) 对于 $c \in \mathbb{R}$, 记 $L(k) = |a_1 - c| + |a_2 - c| + |a_3 - c| + \cdots + |a_k - c|$. 对于 $k \in \mathbb{N}^*$, 若存在非零常数 c , 使得 $L(k) = S^*(k)$, 则称常数 c 为数列 $\{a_n\}$ 的 k 阶 ω 系数.

(I) 设数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = (-2)^n$, 计算 $S^*(4)$, 并判断 2 是否为数列的 4 阶 ω 系数;

(II) 设数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 3n - 39$, 且数列 $\{a_n\}$ 的 m 阶 ω 系数为 3, 求 m 的值;

(III) 设数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 满足 -1, 2 均为数列 $\{a_n\}$ 的 m 阶 ω 系数, 且 $S^*(m) = 507$, 求 m 的最大值

