2023 北京陈经纶中学高二（上）期中

数　学

（时间：120 分钟　满分：150 分）

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 5 分，共 50 分.在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的.

1. 直线 $\sqrt{3}x+y+1=0$ 的倾斜角是（　）

A. 30°　　B. 60°　　C. 120°　　D. 135°

2. 双曲线 $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{2}=1$ 的左焦点的坐标为（　）

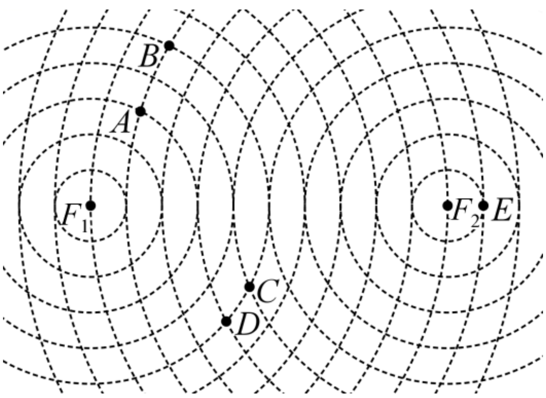
A. (-2,0)　　B. $(-\sqrt{2},0)$　　C. $(-1,0)$　　D. $(-4,0)$

3. 在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中，点 $A(1,3,0),B(0,3,-1)$，则（　）

A. 直线 AB // 坐标平面 xOy　　B. 直线 $AB\perp$ 坐标平面 xOy

C. 直线 AB // 坐标平面 xOz　　D. 直线 $AB\perp$ 坐标平面 xOz

4. 如图，F_1，F_2 是平面上的两点，且 $|F_1F_2|=10$，图中的一系列圆是圆心分别为 F_1，F_2 的两组同心圆，每组同心圆的半径分别是1，2，3，⋯，A，B，C，D，E 是图中两组同心圆的部分公共点，若点A在以 F_1，F_2 为焦点的椭圆 M 上，则（　）



A. 点 B 和 C 都在椭圆 M 上　　B. 点 C 和 D 都在椭圆 M 上

C. 点 D 和 E 都在椭圆 M 上　　D. 点 E 和 B 都在椭圆 M 上

5. 已知直线 $l:y=kx+b$，$\odot O:x^2+y^2=1$，则"$|b|<1$"是"直线 l 与 $\odot O$ 相交"的（　）

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

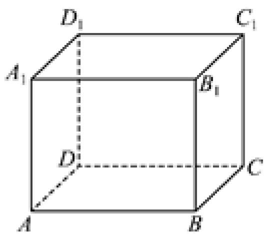
6. 已知 A，B（异于坐标原点）是圆 $(x-2)^2+(y-1)^2=5$ 与坐标轴的两个交点，则下列点 M 中，使得 $\triangle MAB$ 为钝角三角形的是（　）

A. $M(0,0)$　　B. $M\left(4,\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right)$　　C. $M(2,1-\sqrt{5})$　　D. $M(1,2\sqrt{2})$

7. 过双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点 F 作一条渐近线的垂线，垂足为 A．若 $\angle AFO=2\angle AOF$（O 为坐标原点），则该双曲线的离心率为（　）

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　B. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　C. 2　　D. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ 或 2

8. 如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=AB=2$，$BC=1$，点 P 在侧面 A_1ABB_1 上．若点 P 到直线 AA_1 和 CD 的距离相等，则 A_1P 的最小值是（　）



A. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

9. 设点 F_1，F_2 分别为椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 的左，右焦点，点 P 是椭圆 C 上任意一点，若使得 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=m$ 成立的点恰好是 4 个，则实数 m 的一个取值可以为（　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

10. 对于平面上点 P 和曲线 C，任取 C 上一点 Q，若线段 PQ 的长度存在最小值，则称该值为点 P 到曲线 C 的距离，记作 $d(P,C)$．下列结论中正确的个数为（　）

①若曲线 C 是一个点，则点集 $D=\{P\,|\,d(P,C)\le 2\}$ 所表示的图形的面积为 4π；

②若曲线 C 是一个半径为 2 的圆，则点集 $D=\{P\,|\,d(P,C)\le 1\}$ 所表示的图形的面积为 9π；

③若曲线 C 是一个长度为 2 的线段，则点集 $D=\{P\,|\,d(P,C)\le 1\}$ 所表示的图形的面积为 $\pi+4$；

④若曲线 C 是边长为 9 的等边三角形，则点集 $D=\{P\,|\,d(P,C)\le 1\}$ 所表示的图形的面积为 $54+\pi-3\sqrt{3}$．

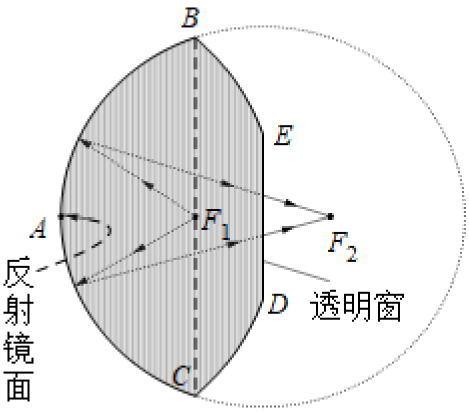
A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

二、填空题：本大题共 6 个小题，每小题 5 分，共 30 分．

11. 若直线 $x-ay+1=0$ 与直线 $2x+y=0$ 垂直，则 a 的值为__________．

12. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E 为上底面 A_1C_1 的中心，若 $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AA_1}+x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$，则 $x=$__________，$y=$__________．

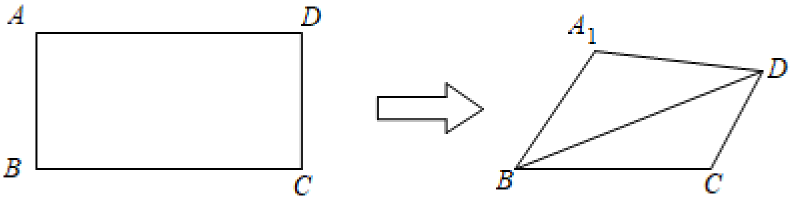
13. 如图，一种电影放映灯的反射镜面是旋转椭圆面（椭圆绕其对称轴旋转一周形成的曲面）的一部分，过对称轴的截口 BAC 是椭圆的一部分，灯丝位于椭圆的一个焦点 F_1 上，片门位于另一个焦点 F_2 上.由椭圆一个焦点 F_1 发出的光线，经过旋转椭圆面反射后集中到另一个焦点 F_2.已知 $BC \perp F_1F_2$，$|F_1B| = \dfrac{16}{3}$，$|F_1F_2| = 4$，则截口 BAC 所在椭圆的离心率为______.



14. 设点 $A\ 1,0$ ，$N(-2,3)$，直线 $l: x + ay + 2a - 1 = 0$，$AM \perp l$ 于点 M，则 $|MN|$ 的最大值为___________.

15. 已知两点 $F_1(-1,0), F_2(1,0)$．点 $P(\cos\theta, \sin\theta)$ 满足 $|PF_1| - |PF_2| = \sqrt{2}$，则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积是____；θ 的一个取值为____.

16. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB = 1$，$AD = \sqrt{3}$，将 $\triangle ABD$ 沿 BD 所在的直线进行翻折，得到空间四边形 A_1BCD.



给出下面三个结论：

①在翻折过程中，存在某个位置，使得 $A_1C \perp BD$；

②在翻折过程中，三棱锥 $A_1 - BCD$ 的体积不大于 $\dfrac{1}{4}$；

③在翻折过程中，存在某个位置，使得异面直线 A_1D 与 BC 所成角为 45°.

其中所有正确结论的序号是___________.

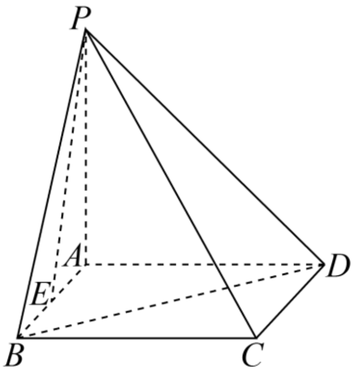
三、解答题：本大题共 5 个小题，共 70 分.

17. 已知直线 l 经过两条直线 $l_1: 3x + 4y - 2 = 0$ 和 $l_2: 2x + y + 2 = 0$ 的交点.

（1）若直线 l 与直线 $3x + y - 1 = 0$ 平行，求直线 l 的方程；

（2）若直线l与圆$C:(x-1)^2+(y-1)^2=25$相交所得弦长为 8，求直线l的方程.

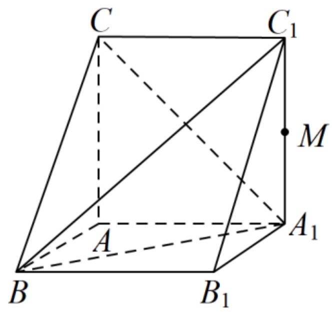
18. 如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$平面$ABCD$，底面$ABCD$为正方形，E为线段AB的中点，$PA=AB=2$.



（1）求证：$BC\perp PE$；

（2）求平面PAB与平面PBD夹角的余弦值.

19. 如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，四边形AA_1C_1C是边长为 4 的正方形.再从条件①、条件②、条件③中选择两个能解决下面问题的条件作为已知.



（1）求证：$AB\perp$平面AA_1C_1C；

（2）求直线BC_1与平面A_1BC所成角的正弦值；

（3）设M是A_1C_1的中点，棱BB_1上是否存在点G，使得MG // 平面A_1BC？若存在，求线段BG的长；若不存在，说明理由.

条件①：$BC=BA_1=2\sqrt{5}$；

条件②：$BC_1\perp A_1C$；

条件③：平面$ABC\perp$平面AA_1C_1C.

注：如果选择多种方案分别解答，那么按第一种方案解答计分.

20. 已知椭圆E:$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率为$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，一个焦点为$(2,0)$.

（1）求椭圆E的方程；

（2）设O为原点，直线$y=x+m$（$m\neq 0$）与椭圆E交于不同的两点A,B，且与x轴交于点C，P为线段OC的中点，点B关于x轴的对称点为B_1.证明：$\triangle PAB_1$是等腰直角三角形.

21. 设正整数 $n\geq 3$，集合 $A=\left\{a\middle|\ a=\left(x_1,x_2,\cdots,x_n\right),x_k\in R,k=1,2,\cdots,n\right\}$，对于集合 A 中的任意元素 $a=\left(x_1,x_2,\cdots,x_n\right)$ 和 $b=\left(y_1,y_2,\cdots,y_n\right)$，及实数 λ，定义：当且仅当 $x_k=y_k\ (k=1,2,\cdots,n)$ 时 $a=b$；$a+b=\left(x_1+y_1,x_2+y_2,\cdots,x_n+y_n\right)$；$\lambda a=\left(\lambda x_1,\lambda x_2,\cdots,\lambda x_n\right)$.

若 A 的子集 $B=\left\{a_1,a_2,a_3\right\}$ 满足：当且仅当 $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0$ 时，$\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2+\lambda_3 a_3=(0,0,0)$，则称 B 为 A 的完美子集.

（1）当 $n=3$ 时，已知集合 $B_1=\{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$，$B_2=\{(1,2,3),(2,3,4),(4,5,6)\}$.分别判断这两个集合是否为 A 的完美子集，并说明理由；

（2）当 $n=3$ 时，已知集合 $B=\{(2m,m,m-1),(m,2m,m-1),(m,m-1,2m)\}$.若 B 不是 A 的完美子集，求 m 的值；

（3）已知集合 $B=\left\{a_1,a_2,a_3\right\}\subseteq A$，其中 $a_i=\left(x_i,x_i,\cdots,x_{in}\right)(i=1,2,3)$.若 $2\left|x_{ii}\right|>\left|x_{1i}\right|+\left|x_{2i}\right|+\left|x_{3i}\right|$ 对任意 $i=1,2,3$ 都成立，判断 B 是否一定为 A 的完美子集.若是，请说明理由；若不是，请给出反例.

参考答案

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 5 分，共 50 分.在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的.

1.【答案】C

【分析】先求出直线的斜率为 $k=-\sqrt{3}$，再结合倾斜角与斜率的关系 $k=\tan\theta=-\sqrt{3}$，从而求解.

【详解】由题意得：直线的斜率 $k=-\sqrt{3}=\tan\theta$，解得：$\theta=120°$，故 C 项正确.

故选：C.

2.【答案】A

【分析】根据双曲线方程，可求得 c 的值，即可得答案.

【详解】由题意可知焦点在 x 轴上，$c^2=a^2+b^2=4$，即 $c=2$，

所以左焦点坐标为(-2,0)，

故选：A.

【点睛】本题考查双曲线的几何性质，属基础题.

3.【答案】C

【分析】求出 $\overrightarrow{AB}$ 及三个坐标平面的法向量，根据 $\overrightarrow{AB}$ 与法向量的关系判断.

【详解】$\overrightarrow{AB}=(-1,0,-1)$，坐标平面 xOy 的一个法向量是 $(0,0,1)$，坐标平面 xOz 的一个法向量是 $(0,1,0)$，坐标平面 yOz 的一个法向量是 $(1,0,0)$，这三个法向量与 $\overrightarrow{AB}$ 都不平行，

但 $\overrightarrow{AB}\cdot(0,1,0)=0$，点 A,B 均不在坐标平面 xOz 上，因此 AB 与坐标平面 xOz 平行，

故选：C.

4.【答案】C

【分析】由 $|AF_1|+|AF_2|=3+9=12$，即椭圆中的 $2a=12$，然后根据定义逐一判断即可.

【详解】因为点 A 在以 F_1，F_2 为焦点的椭圆 M 上，

所以 $|AF_1|+|AF_2|=3+9=12$，即椭圆中的 $2a=12$

因为 $|BF_1|+|BF_2|=5+9=14\neq12$，$|CF_1|+|CF_2|=5+6=11\neq12$

$|DF_1|+|DF_2|=5+7=12$，$|EF_1|+|EF_2|=11+1=12$

所以 D,E 在椭圆 M 上

故选：C

5.【答案】A

【分析】根据点到直线的距离公式，结合直线与圆的位置关系分别验证充分性，必要性即可得到结果.

【详解】由题意可得直线 $l:y=kx+b$ 与 $\odot O:x^2+y^2=1$ 相交，

则 $\dfrac{|b|}{\sqrt{k^2+1}}<1 \Rightarrow b^2<k^2+1$

当 $|b|<1$ 时，满足 $b^2<k^2+1$，即“$|b|<1$”是“直线 l 与 $\odot O$ 相交”的充分条件；

当直线 $l: y=kx+b$ 与 $\odot O: x^2+y^2=1$ 相交时，不一定有 $|b|<1$，比如 $b=2, k=3$ 也满足，所以

“$|b|<1$”是“直线 l 与 $\odot O$ 相交”的充分不必要条件.

故选：A.

6.【答案】D

【分析】先求出直线 AB 的方程，确定弦 AB 为该圆的直径，再判断 A，B，C，D 各选项中的点 M 与圆的位置关系，即可确定 $\triangle MAB$ 的形状，从而得解.

【详解】因为 A，B（异于坐标原点）是圆 $(x-2)^2+(y-1)^2=5$ 与坐标轴的两个交点，

所以易得 $A(0,2)$，$B(4,0)$，则 $k_{AB}=-\dfrac{1}{2}$，直线 AB 的方程为 $y=-\dfrac{1}{2}x+2$，

显然圆心 $(2,1)$ 在直线 AB 上，即弦 AB 为该圆的直径，

对于 A，$(0-2)^2+(0-1)^2=5$，即 $M(0,0)$ 在圆上，则 $\triangle MAB$ 为直角三角形，故 A 错误；

对于 B，因为 $|AB|=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}$，$|AM|=\sqrt{16+\left(2-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{20-6\sqrt{2}+\dfrac{9}{2}}$，

$|BM|=\sqrt{0+\left(\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，

所以 $|AB|>|AM|$，$|AB|>|BM|$，即 $\angle AMB$ 为 $\triangle MAB$ 中的最大角，

因为 $(4-2)^2+(\dfrac{3\sqrt{2}}{2}-1)^2>5$，即 $M\left(4,\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right)$ 在圆外，即 $\angle AMB$ 为锐角，

所以 $\triangle MAB$ 为锐角三角形，故 B 错误；

对于 C，$(2-2)^2+(1-\sqrt{5}-1)^2=5$，即 $M(2,1-\sqrt{5})$ 在圆上，则 $\triangle MAB$ 为直角三角形，故 C 错误；

对于 D，$(1-2)^2+(2\sqrt{2}-1)^2<5$，即 $M(1,2\sqrt{2})$ 在圆内，则 $\triangle MAB$ 为钝角三角形，故 D 正确.

故选：D.

7.【答案】B

【分析】由题意易得所以 $\angle AOF=30^\circ$，从而 $\tan 30^\circ=\dfrac{b}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，再由 $e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{1+\left(\dfrac{b}{a}\right)^2}$ 求解.

【详解】解：在 $Rt\triangle AFO$ 中，因为 $\angle AFO=2\angle AOF$，

所以 $\angle AOF=30^\circ$，则 $\tan 30^\circ=\dfrac{b}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

所以$e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}=\sqrt{1+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

故选：B

8.【答案】B

【分析】建立空间直角坐标系，设$P(1,m,n)$，其中$m,n\in[0,2]$，根据题意得到$m=\sqrt{1+n^2}$，表达出$A_1P=\sqrt{2(n-1)^2+3}$，得到最小值.

【详解】以D为坐标原点，DA,DC,DD_1所在直线分别为x,y,z轴，建立空间直角坐标系，

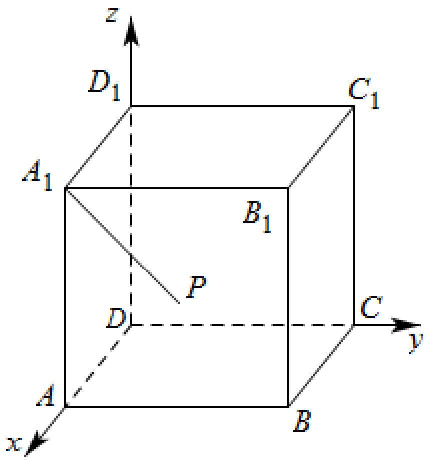
设$P(1,m,n)$，其中$m,n\in[0,2]$，$A_1(1,0,2),D(0,0,0),C(0,2,0)$，

则点P到直线AA_1的距离为m，

点$P(1,m,n)$到直线CD的距离为

$$\sqrt{\left|\overrightarrow{DP}\right|^2-\left(\frac{\overrightarrow{DP}\cdot\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{CD}\right|}\right)^2}=\sqrt{\left(1+m^2+n^2\right)-\left[\frac{(1,m,n)\cdot(0,-2,0)}{2}\right]^2}=\sqrt{1^2+n^2},$$

故$m=\sqrt{1+n^2}$，



则$A_1P=\sqrt{m^2+(n-2)^2}=\sqrt{1+n^2+(n-2)^2}=\sqrt{2(n-1)^2+3}$，

因为$n\in[0,2]$，故当$n=1,m=\sqrt{2}$时，A_1P取得最小值，最小值为$\sqrt{3}$.

故选：B

9.【答案】A

【分析】设点$P(x_1,y_1)$，根据坐标得到$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=\frac{3}{4}x_1^2-2=m$，再结合椭圆的对称性即可得到$m$的范围.

【详解】设点 $P\left(x_1,y_1\right)$，根据椭圆方程得 $F_1\left(-\sqrt{3},0\right)$，$F_2\left(\sqrt{3},0\right)$，$\dfrac{x_1^2}{4}+y_1^2=1$，则

$\overrightarrow{PF_1}=\left(-\sqrt{3}-x_1,-y_1\right)$，$\overrightarrow{PF_2}=\left(\sqrt{3}-x_1,-y_1\right)$，

$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=x_1^2-3+y_1^2=x_1^2-3+1-\dfrac{x_1^2}{4}=\dfrac{3}{4}x_1^2-2=m$，

显然，方程 $\dfrac{3}{4}x_1^2-2=m$ 最多有两个解，根据椭圆的对称性可知，要想有四个点，需要方程 $\dfrac{3}{4}x_1^2-2=m$ 有两个解，且在 $\left(-2,2\right)$ 范围里，所以 $m\in\left(-2,1\right)$.

故选：A.

10.【答案】C

【分析】根据题中定义分析出①②③④中点集构成的区域，计算出相应图形的面积，即可得出结论.

【详解】设点 $P(x,y)$，

对于①，若曲线 C 表示点 (a,b)，则 $d\left(P,C\right)=\sqrt{\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2}\le 2$，

化简可得 $\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2\le 4$，

所以，点集 $D=\left\{P\middle|d\left(P,C\right)\le 2\right\}$ 所表示的图形是以点 (a,b) 为圆心，半径为 2 的圆及其内部，

所以，点集 $D=\left\{P\middle|d\left(P,C\right)\le 2\right\}$ 所表示的图形的面积为 $\pi\times 2^2=4\pi$，①对；

对于②，若曲线 C 表示以点 $M(a,b)$ 为圆心，半径为 2 的圆，

设 Q 为曲线 C 上一点，当点 P 在曲线 C 内时，$\left|\overrightarrow{PQ}\right|=\left|\overrightarrow{MQ}-\overrightarrow{MP}\right|\ge\left|\overrightarrow{MQ}\right|-\left|\overrightarrow{MP}\right|=2-\left|\overrightarrow{MP}\right|$，

当且仅当 Q,P,M 三点共线时，等号成立，

所以 $d(P,C)=2-\left|MP\right|\le 1$，可得 $\left|MP\right|\ge 1$，此时 $1\le\left|MP\right|<2$；

当点 P 在曲线 C 外时，$\left|\overrightarrow{PQ}\right|=\left|\overrightarrow{MQ}-\overrightarrow{MP}\right|\ge\left|\overrightarrow{MP}\right|-\left|\overrightarrow{MQ}\right|=\left|\overrightarrow{MP}\right|-2$，

当且仅当 Q,P,M 三点共线时，等号成立，

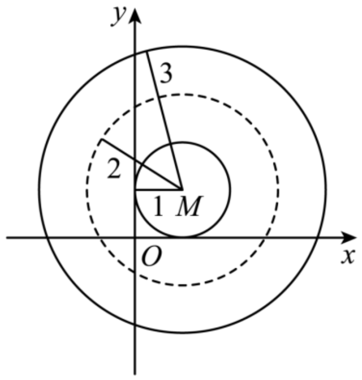
所以，$d(P,C)=\left|MP\right|-2\le 1$，可得 $\left|MP\right|\le 3$，此时 $2<\left|MP\right|\le 3$，

当点 P 在曲线 C 上时，线段 PQ 的长不存在最小值，

综上所述，$1\le\left|MP\right|<2$ 或 $2<\left|MP\right|\le 3$，即 $1\le\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2<4$ 或 $4<\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2\le 9$，

所以，点集 $D=\left\{P\middle|d\left(P,C\right)\le 1\right\}$ 所表示的图形是夹在圆 $\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2=1$ 和圆 $\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2=9$ 的区域（但不包括圆 $\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2=4$ 的圆周），

此时，点集 $D=\left\{P\middle|d\left(P,C\right)\le 1\right\}$ 所表示的图形的面积为 $\pi\times\left(3^2-1^2\right)=8\pi$，②错；

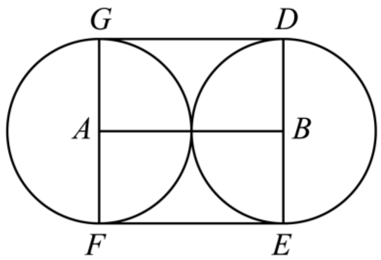


对于③，不妨设点曲线C为线段AB，且$|AB|=2$，

当点Q与点A重合时，由①可知，则点集D表示的是以点A为圆心，半径为1的圆，

当点Q与点B重合时，则点集D表示的是以点B为圆心，半径为1的圆，

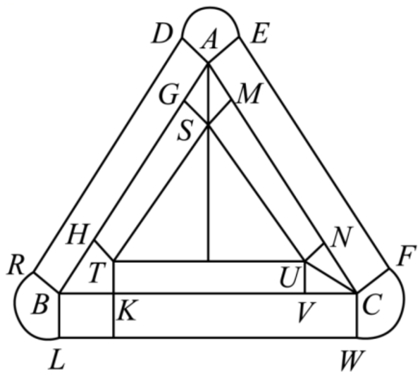
故当点Q在线段AB上滑动时，点集D表示的区域是一个边长为2的正方形$EFGD$和两个半径为1的半圆所围成的区域，



此时，点集D的面积为$\pi\times1^2+2^2=\pi+4$，③对；

对于④，若曲线C是边长为9的等边三角形，设等边三角形为$\triangle ABC$，

因为$\angle BAD=\angle CAE=\dfrac{\pi}{2}$，$\angle BAC=\dfrac{\pi}{3}$，则$\angle DAE=\dfrac{2\pi}{3}$，



由③可知，点集D构成的区域由矩形$ABRD$、$ACFE$、$BCWL$，

以及分别由点A,B,C为圆心，半径为1，圆心角为$\dfrac{2\pi}{3}$的三段圆弧，

和夹在等边三角形ABC和等边三角形STU中间的部分（包括边界），

因此$|SG|=1$，$|AG|=|SG|\tan\dfrac{\pi}{3}=\sqrt{3}$，则$|HG|=|AB|-2|AG|=9-2\sqrt{3}$，

所以，点集D所表示的图形的面积为$\pi\times1^2+3\times9\times1+\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\left[9^2-\left(9-2\sqrt{3}\right)^2\right]=54+\pi-3\sqrt{3}$，④对.

综上所述：正确的序号为①③④，共3个.

故选：C.

【点睛】关键点点睛：解决本题的关键在于分析出点集D所表示的区域，并作出其图形，计算其面积即可.

二、填空题：本大题共6个小题，每小题5分，共30分.

11.【答案】2

【分析】直接由直线垂直的充要条件列出等式即可求解.

【详解】因为直线$x-ay+1=0$与直线$2x+y=0$垂直，

所以$1\times2+\left(-a\right)\times1=0$，解得$a=2$，即$a$的值为2.

故答案为：2.

12.【答案】 ①. $\dfrac{1}{2}$ ②. $\dfrac{1}{2}$

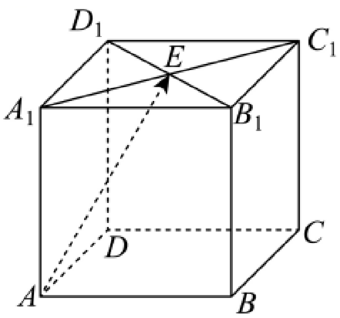
【分析】根据空间向量基本定理得到$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AA_1}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}$，求出$x=y=\dfrac{1}{2}$，得到答案.

【详解】正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点E为上底面A_1C_1的中心，

所以$\overrightarrow{A_1E}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{A_1B_1}+\overrightarrow{A_1D_1}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)$，

故$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{A_1E}=\overrightarrow{AA_1}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}$，

因为$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AA_1}+x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$，所以$x=y=\dfrac{1}{2}$.



故答案为： $x=\dfrac{1}{2}$， $y=\dfrac{1}{2}$.

13.【答案】$\dfrac{1}{3}$

【分析】

取焦点在x轴建立平面直角坐标系，由题意及椭圆性质有BC为椭圆通径，得$\dfrac{b^2}{a}=\dfrac{16}{3}$，结合$2c=4$及$a^2=b^2+c^2$解出$a,b,c$代入离心率公式计算即可.

【详解】解：取焦点在 轴建立平面直角坐标系，由 及椭圆性质可得， 为椭圆通径，

所以$\left|F_1B\right|=\dfrac{b^2}{a}=\dfrac{16}{3}$，$\left|F_1F_2\right|=2c=4$

又 ，解得$a=6,c=2,b=4\sqrt{2}$

所以截口 所在椭圆的离心率为–

故答案为：–

【点睛】求椭圆的离心率或其范围的方法：

（1）求 的值，由$\dfrac{c^2}{a^2}=\dfrac{a^2-b^2}{a^2}=1-\dfrac{b^2}{a^2}$直接求$e$；

（2）列出含有 的齐次方程(或不等式)，借助于 消去b，然后转化成关于e的方程(或不等式)求解.

14.【答案】6

【分析】先求出直线 过定点$(1,-2)$，再根据条件求出点 的轨迹方程，再结合轨迹方程求出$|MN|$的最大值.

【详解】直线 ，则$x-1+a(y+2)=0$，

则$\begin{cases}x-1=0\\y+2=0\end{cases}$，解得$x=1$，$y=-2$，即直线 恒过点$P(1,-2)$，

设$M(x,y)$，$\therefore\ \overrightarrow{PM}=(x-1,y+2)$，$\overrightarrow{AM}=(x-1,y)$，

$\therefore\ \overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{AM}=(x-1)(x-1)+y(y+2)=0$，即$(x-1)^2+(y+1)^2=1$，

故点 的轨迹为$(x-1)^2+(y+1)^2=1$，

该轨迹是以$(1,-1)$为圆心，半径为1的圆，

$\therefore |MN|_{\max}=\sqrt{(1+2)^2+(-1-3)^2}+1=6$.

故答案为：6.

15.【答案】 ①.– ②. –（答案不唯一）

【分析】根据条件求出点 的轨迹方程，联立方程后求点 的坐标，即可求解面积和角的取值.

【详解】由点 可知，$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$，所以点 在圆$x^2+y^2=1$，

且 $\sqrt{\ }$，则点 在双曲线的右支上，其中$2a=\sqrt{2}$，$2c=2$，$b^2=c^2-a^2=\dfrac{1}{2}$，则双曲线方程为$2x^2-2y^2=1$，$x>0$

联立$\begin{cases}x^2+y^2=1\\2x^2-2y^2=1\\x>0\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\y=\dfrac{1}{2}\end{cases}$或$\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\y=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$，

则$\triangle PF_1F_2$的面积$S=\dfrac{1}{2}\times|F_1F_2|\times|y|=\dfrac{1}{2}\times2\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$；

当$x=\dfrac{\sqrt{3}}{2},y=\dfrac{1}{2}$时，$\tan\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$\theta=\dfrac{\pi}{6}+2k\pi$，$k\in Z$，

当$x=\dfrac{\sqrt{3}}{2},y=-\dfrac{1}{2}$时，$\tan\theta=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，$\theta=-\dfrac{\pi}{6}+2k\pi$，$k\in Z$，

则其中θ的一个取值是$\dfrac{\pi}{6}$.

故答案为：$\frac{1}{2}$；$\dfrac{\pi}{6}$（答案不唯一）

16.【答案】②③

【分析】在矩形$ABCD$中，过A,C点作BD的垂线，垂足分别为E,F，对于①，连接CE，假设存在某个位置，使得$A_1C\perp BD$，则可得到$BD\perp CE$，进而得矛盾，可判断；对于②在翻折过程中，当平面$A_1BD\perp$平面BCD时，三棱锥A_1-BCD的体积取得最大值，再根据几何关系计算即可；对于③，由题知$\overrightarrow{A_1D}=\overrightarrow{A_1E}+\overrightarrow{ED}$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{FC}$，设平面$A_1BD$与平面$BCD$所成的二面角为$\theta$，进而得$\overrightarrow{A_1D}\cdot\overrightarrow{BC}=-\dfrac{3}{4}\cos\theta+\dfrac{9}{4}\in\left(\dfrac{3}{2},3\right)$，进而得异面直线$A_1D$与$BC$所成角的余弦值的范围为$\left(\dfrac{1}{2},1\right)$，即可判断.

【详解】解：如图1，在矩形$ABCD$中，过A,C点作BD的垂线，垂足分别为E,F，

则在翻折过程中，形成如图2的几何体，

故对于①，连接CE，假设存在某个位置，使得$A_1C\perp BD$，由于$A_1E\perp BD$，$A_1C\cap A_1E=A_1$，

所以$BD\perp$平面A_1CE，所以$BD\perp CE$，这与图1中的BD与CE不垂直矛盾，故错误；

对于②在翻折过程中，当平面$A_1BD\perp$平面BCD时，三棱锥A_1-BCD的体积取得最大值，此时

$A_1E=\dfrac{AD\cdot AB}{BD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，体积为$V=\dfrac{1}{3}\cdot S_{\triangle BCD}\cdot A_1E=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1}{4}$，故三棱锥$A_1-BCD$的体积不大于$\dfrac{1}{4}$，故正确；

对于③，$\overrightarrow{A_1D}=\overrightarrow{A_1E}+\overrightarrow{ED}$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{FC}$，由②的讨论得$AE=DF=\dfrac{1}{2},EF=1$，

所以$\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{BF}$，

所以$\overrightarrow{A_1D}\cdot\overrightarrow{BC}=\left(\overrightarrow{A_1E}+\overrightarrow{ED}\right)\left(\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{FC}\right)=\overrightarrow{A_1E}\cdot\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{ED}\cdot\overrightarrow{BF}=-\overrightarrow{EA_1}\cdot\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{ED}\cdot\overrightarrow{BF}$

$=-\left|\overrightarrow{EA_1}\right|\cdot\left|\overrightarrow{FC}\right|\cos\left\langle\overrightarrow{EA_1},\overrightarrow{FC}\right\rangle+\left|\overrightarrow{ED}\right|\cdot\left|\overrightarrow{BF}\right|=-\frac{3}{4}\cos\left\langle\overrightarrow{EA_1},\overrightarrow{FC}\right\rangle+\frac{9}{4}$,

设翻折过程中，平面A_1BD与平面BCD所成的二面角为θ，

所以$\left\langle\overrightarrow{EA_1},\overrightarrow{FC}\right\rangle=\theta$，故$\overrightarrow{A_1D}\cdot\overrightarrow{BC}=-\frac{3}{4}\cos\theta+\frac{9}{4}$，

由于要使直线A_1D与BC为异面直线，所以$\theta\in(0,\pi)$，

所以$\overrightarrow{A_1D}\cdot\overrightarrow{BC}=-\frac{3}{4}\cos\theta+\frac{9}{4}\in\left(\frac{3}{2},3\right)$，

所以$\left|\cos\left\langle\overrightarrow{A_1D},\overrightarrow{BC}\right\rangle\right|=\frac{\left|\overrightarrow{A_1D}\cdot\overrightarrow{BC}\right|}{\left|\overrightarrow{A_1D}\right|\cdot\left|\overrightarrow{BC}\right|}=\frac{-\frac{3}{4}\cos\theta+\frac{9}{4}}{3}\in\left(\frac{1}{2},1\right)$，

所以异面直线A_1D与BC所成角的余弦值的范围为$\left(\frac{1}{2},1\right)$，

由于$\frac{\sqrt{2}}{2}\in\left(\frac{1}{2},1\right)$，

所以在翻折过程中，存在某个位置，使得异面直线A_1D与BC所成角为45°.

故答案为：②③

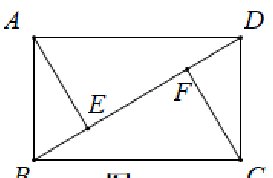


图1

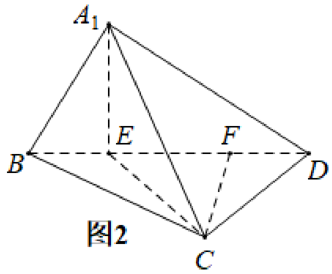


图2

三、解答题：本大题共5个小题，共70分.

17.【答案】(1) $3x+y+4=0$

(2) $x=-2$或$4x-3y+14=0$

【分析】(1) 联立方程组得到交点为$(-2,2)$，再利用平行的直线系求解即可.

(2) 首先得到圆心$(1,1)$到直线l的距离$d=\sqrt{5^2-4^2}=3$，再分类讨论结合圆的弦长求解即可.

【小问1详解】

$\begin{cases}3x+4y-2=0\\2x+y+2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-2\\y=2\end{cases}$，即交点为$(-2,2)$.

设直线l的方程为$3x+y+c=0(c\neq-1)$，把点$(-2,2)$代入方程得$c=4$，

所以直线l的方程为$3x+y+4=0$.

【小问 2 详解】

圆 $C:(x-1)^2+(y-1)^2=25$，圆心为$(1,1)$，半径为5.

设圆心$(1,1)$到直线l的距离为d，则 $d=\sqrt{5^2-4^2}=3$.

若直线l过点$(-2,2)$且斜率不存在，则$l:x=-2$，到圆心$(1,1)$的距离为3，满足条件；

若直线l过点$(-2,2)$且斜率存在，设$l:y-2=k(x+2)$，即 $kx-y+2k+2=0$，

由题意 $d=\dfrac{|k-1+2k+2|}{\sqrt{k^2+1}}=3$，解得 $k=\dfrac{4}{3}$.

所以$l:y-2=\dfrac{4}{3}(x+2)$，即 $4x-3y+14=0$.

综上所述，直线l的方程为 $x=-2$ 或 $4x-3y+14=0$.

18.【答案】（1）证明见解析

（2）$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

【分析】（1）根据线面垂直的性质定理可得 $PA\perp BC$,再根据底面是正方形可证明线面垂直，即可得 $BC\perp PE$；（2）建立空间直角坐标系，利用空间向量求得平面 PAB 与平面 PBD 的法向量，即可求得二面角的余弦值

【小问 1 详解】

由 $PA\perp$ 平面 $ABCD$，根据线面垂直的性质定理可知，$PA\perp BC$

又因为底面 $ABCD$ 为正方形，所以 $AB\perp BC$，

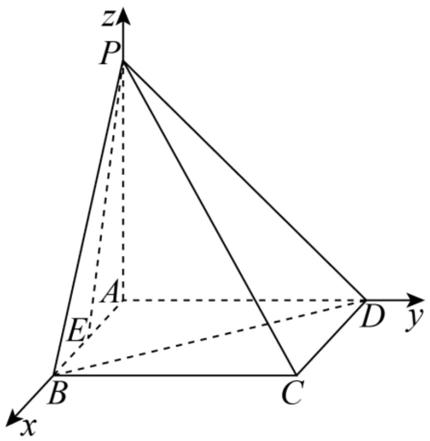
又因为 $PA\cap BA=A$，且 PA,BA 含于平面 PAB,所以 $BC\perp$ 平面 PAB；

E 为线段 AB 的中点，$PE\subset$ 平面 PAB，

所以，$BC\perp PE$

【小问 2 详解】

根据题意可知，以 A 点为坐标原点，分别以 AB、AD、AP 所在直线为x轴、y轴、z轴建立空间直角坐标系，如下图所示：



则 $A(0,0,0), B(2,0,0), D(0,2,0), P(0,0,2)$；

则 $\overrightarrow{PB}=(2,0,-2), \overrightarrow{PD}=(0,2,-2)$，

设平面 PBD 的一个法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，

得 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{PB}=2x-2z=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{PD}=2y-2z=0\end{cases}$，令 $z=1$ 可得，$x=1, y=1$，即 $\vec{n}=(1,1,1)$；

易知，$\overrightarrow{AD}=(0,2,0)$ 是平面 PAB 的一个法向量，

设平面 PAB 与平面 PBD 的夹角为 θ，

则 $\cos\theta=\left|\cos\left\langle\vec{n},\overrightarrow{AD}\right\rangle\right|=\dfrac{\left|\vec{n}\bullet\overrightarrow{AD}\right|}{\left|\vec{n}\right|\left|\overrightarrow{AD}\right|}=\dfrac{2}{\sqrt{3}\times 2}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

所以，平面 PAB 与平面 PBD 夹角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

19.【答案】（1）证明见详解

（2）$\dfrac{\sqrt{6}}{9}$

（3）存在点 G；$BG=2$

【分析】（1）只能选择①③，由平面 $ABC\perp$ 平面 AA_1C_1C 易证 $AB\perp AA_1$，结合勾股定理逆定理可证 $AB\perp AC$，进而得证 $AB\perp$ 平面 AA_1C_1C；

（2）以 AB 方向为 x 轴，AA_1 方向为 y 轴，AC 方向为 z 轴，求出 $\overrightarrow{BC_1}$ 和平面 A_1BC 的法向量 $\vec{n}$，结合线面夹角的向量公式即可求解；

（3）结合向量法，要使 MG // 平面 A_1BC，即 $\overrightarrow{MG}\perp\vec{n}$，求出点 G 坐标，进而求出 BG 的长.

【小问 1 详解】

因所求问题包括线面角大小，需要求出 AB 边长，故①必选，

选②缺垂直条件，因为 $BC_1\perp A_1C$，又四边形 AA_1C_1C 是边长为 4 的正方形，所以 $AC_1\perp A_1C$，$AC_1\cap BC_1=C_1$，$AC_1\subset$ 平面 ABC_1, $BC_1\subset$ 平面 ABC_1, 所以 $A_1C\perp$ 平面 ABC_1, 又 $AB\subset$ 平面 ABC_1, 所以 $A_1C\perp AB$，选①②无法证明 $AB\perp$ 平面 AA_1C_1C；

故只能选择①③，理由如下：

因为平面 $ABC\perp$ 平面 AA_1C_1C，平面 $ABC\cap$ 平面 $AA_1C_1C=AC$，四边形 AA_1C_1C 是边长为 4 的正方形，所以 $AA_1\perp AC$，所以 $AA_1\perp$ 平面 ABC，

又因为 $AB\subset$ 平面 ABC，所以 $AA_1\perp AB$，$BC=BA_1=2\sqrt{5}$，所以 $AB=2$，

又因为 $AB^2+AA_1^2=BC^2$，所以 $AB\perp AC$，$AC\subset$ 平面 ABC，$AA_1\cap AC=A$，

所以 $AB\perp$ 平面 AA_1C_1C；

【小问 2 详解】

由（1）知 AB, AA_1, AC 两两垂直，故以 AB 方向为 x 轴，AA_1 方向为 y 轴，AC 方向为 z 轴，建立空间直角坐标系，则 $B(2,0,0), A_1(0,4,0), C(0,0,4), C_1(0,4,4)$，故 $\overrightarrow{BC_1}=(-2,4,4)$，$\overrightarrow{BA_1}=(-2,4,0), \overrightarrow{BC}=(-2,0,4)$，

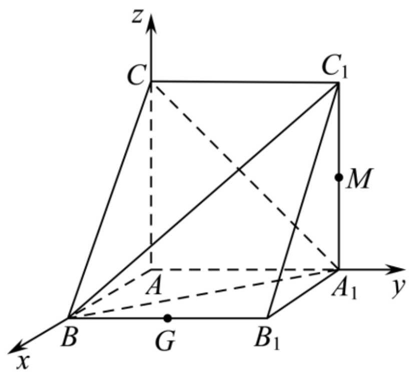
设平面 A_1BC 的方向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BA_1}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}x-2y=0\\ x-2z=0\end{cases}$，令 $x=2$，得 $y=z=1$，故

$\vec{n}=(2,1,1)$，设直线 BC_1 与平面 A_1BC 所成角为 θ，则 $\sin\theta=\left|\cos\left\langle\overrightarrow{BC_1},\vec{n}\right\rangle\right|=\frac{4}{6\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{9}$，故直线 BC_1 与平面 A_1BC 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{9}$；

【小问 3 详解】

假设存在设点 G，使得 MG // 平面 A_1BC，则 $G(2,m,0), m\in[0,2]$，因为 MG // 平面 A_1BC，所以 $\overrightarrow{MG}\perp\vec{n}$，$M(0,4,2)$，所以 $\overrightarrow{MG}=(2,m-4,-2)$，$\overrightarrow{MG}\cdot\vec{n}=4+m-4-2=0$，解得 $m=2$，故 $G(2,2,0)$，$BG=2$，

所以存在点 G，G 为 BB_1 中点，使得 MG // 平面 A_1BC，此时 $BG=2$.



20.【答案】（1）$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$

（2）证明见解析.

【分析】（1）由题知 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{3}, c=2$，进而结合 $b^2=a^2-c^2$ 求解即可得答案；

（2）设点 $C(-m,0)$，$A(x_1,y_1), B(x_2,y_2), B_1(x_2,-y_2)$，进而联立 $\begin{cases}y=x+m\\ x^2+3y^2=6\end{cases}$ 并结合题意得 $-2\sqrt{2}<m<0$ 或 $0<m<2\sqrt{2}$，进而结合韦达定理得 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB_1}=0$，再 AB 的中点为 $M(x_0,y_0)$，证明 $PM\perp AB$，进而得 $|PA|=|PB|$，$|PB|=|PB_1|$，故 $|PA|=|PB_1|$，综合即可得证明.

【小问 1 详解】

解：因为椭圆 E 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$，一个焦点为 $(2,0)$

所以$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{6}}{3},c=2$，所以$a=\sqrt{6},b^2=a^2-c^2=2.$

所以椭圆E的方程为$\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{2}=1$.

【小问 2 详解】

解：设点$C(-m,0)$，则点$P(-\dfrac{m}{2},0)$，

所以联立方程$\begin{cases} y=x+m \\ x^2+3y^2=6 \end{cases}$得$4x^2+6mx+3m^2-6=0$，

所以有$\Delta=36m^2-16(3m^2-6)>0$，解得$-2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$，

因为$m\neq 0$，故$-2\sqrt{2}<m<0$或$0<m<2\sqrt{2}$

设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),B_1(x_2,-y_2)$，

所以$x_1+x_2=-\dfrac{3m}{2}$.

设向量$\overrightarrow{PA}=(x_1+\dfrac{m}{2},y_1),\overrightarrow{PB_1}=(x_2+\dfrac{m}{2},-y_2)$，

所以$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB_1}=(x_1+\dfrac{m}{2})(x_2+\dfrac{m}{2})-y_1y_2=(x_1+\dfrac{m}{2})(x_2+\dfrac{m}{2})-(x_1+m)(x_2+m)$

$=-\dfrac{m}{2}(x_1+x_2)-\dfrac{3}{4}m^2=\dfrac{3m^2}{4}-\dfrac{3m^2}{4}=0$，

所以$PA\perp PB_1$，即$\angle APB_1=90^\circ$，

设AB的中点为$M(x_0,y_0)$，则$x_0=\dfrac{x_1+x_2}{2}=-\dfrac{3m}{4},y_0=x_0+m=\dfrac{m}{4}$.

所以$k_{PM}=\dfrac{-\frac{3}{4}m+\frac{m}{2}}{\frac{m}{4}-0}=-1$，

又因为$k_{AB}=1$，所以$PM\perp AB$，

所以$|PA|=|PB|$，

因为点B关于x轴的对称点为B_1.

所以$|PB|=|PB_1|$，

所以$|PA|=|PB_1|$，

所以$\triangle PAB_1$是等腰直角三角形.

21.【答案】（1）B_1是完美子集，B_2不是完美子集，理由见解析

（2）$\frac{1}{4}$

（3）B一定是A的完美子集，理由见解析

【分析】（1）根据完美子集的定义，设$\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2+\lambda_3 a_3=(0,0,0)$，列方程组求得$\lambda_1$，$\lambda_2$，$\lambda_3$的值即可判断；

（2）由题意可得：存在$\left(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3\right)\neq\left(0,0,0\right)$，使得$\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2+\lambda_3 a_3=(0,0,0)$，列出方程组，解方程组求出$m$的值即可求解；

（3）假设存在不全为0的实数λ_1、λ_2、λ_3满足$\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2+\lambda_3 a_3=(0,0,0)$，不妨设$|\lambda_1|\geq|\lambda_2|\geq|\lambda_3|$，则$\lambda_1\neq 0$，由$\lambda_1 x_{11}+\lambda_2 x_{21}+\lambda_3 x_{31}=0$结合已知条件得出矛盾即可求解.

【小问1详解】

设$\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2+\lambda_3 a_3=(0,0,0)$，即$\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0$，所以$B_1$是完美子集，

设$\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2+\lambda_3 a_3=(0,0,0)$，可得$\begin{cases}\lambda_1+2\lambda_2+4\lambda_3=0\\2\lambda_1+3\lambda_2+5\lambda_3=0\\3\lambda_1+4\lambda_2+6\lambda_3=0\end{cases}$，

解得：$\lambda_1=2$，$\lambda_2=-3$，$\lambda_3=1$，所以B_2不是完美子集.

【小问2详解】

因为集合$B=\{(2m,m,m-1),(m,2m,m-1),(m,m-1,2m)\}$不是A的完美子集，

所以存在$\left(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3\right)\neq\left(0,0,0\right)$，使得$\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2+\lambda_3 a_3=(0,0,0)$，

即$\begin{cases}2m\lambda_1+m\lambda_2+m\lambda_3=0\\m\lambda_1+2m\lambda_2+\left(m-1\right)\lambda_3=0\\\left(m-1\right)\lambda_1+\left(m-1\right)\lambda_2+2m\lambda_3=0\end{cases}$，

由集合的互异性可得：$2m\neq m$且$m\neq m-1$且$m-1\neq 2m$，所以$m\neq 0$且$m\neq -1$，

所以$2\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=0$，可得$\lambda_3=-2\lambda_1-\lambda_2$，$\left(\lambda_1,\lambda_2\right)\neq\left(0,0\right)$

所以$\begin{cases}m\lambda_1+2m\lambda_2+\left(m-1\right)\left(-2\lambda_1-\lambda_2\right)=0\\\left(m-1\right)\lambda_1+\left(m-1\right)\lambda_2+2m\left(-2\lambda_1-\lambda_2\right)=0\end{cases}$，

即$\begin{cases}\left(-m+2\right)\lambda_1+\left(m+1\right)\lambda_2=0\\\left(-3m-1\right)\lambda_1+\left(-m-1\right)\lambda_2=0\end{cases}$，所以$\left(-4m+1\right)\lambda_1=0$，

所以$m=\frac{1}{4}$或$\lambda_1=0$，

当$m=\frac{1}{4}$时，$\begin{cases}2\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=0\\\lambda_1+2\lambda_2-3\lambda_3=0\\3\lambda_1+3\lambda_2-2\lambda_3=0\end{cases}$，解得：$\begin{cases}\lambda_1=5\\\lambda_2=-7\\\lambda_3=-3\end{cases}$，

所以存在$\begin{cases}\lambda_1=5\\ \lambda_2=-7\\ \lambda_3=-3\end{cases}$使得$\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2+\lambda_3 a_3=(0,0,0)$，

当$\lambda_1=0$时，因为$m\neq -1$，所以$\lambda_2=0$，$\lambda_3=0$，不符合题意，

所以$m=\dfrac{1}{4}$.

【小问 3 详解】

B一定是 A 的完美子集，

假设存在不全为 0 的实数λ_1、λ_2、λ_3满足$\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2+\lambda_3 a_3=(0,0,0)$，

不妨设$|\lambda_1|\geq|\lambda_2|\geq|\lambda_3|$，则$\lambda_1\neq 0$，否则与假设矛盾，

由$\lambda_1 x_{11}+\lambda_2 x_{21}+\lambda_3 x_{31}=0$，可得$x_{11}=-\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}x_{21}-\dfrac{\lambda_3}{\lambda_1}x_{31}$，

所以$|x_{11}|\leq\left|\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}\right||x_{21}|+\left|\dfrac{\lambda_3}{\lambda_1}\right||x_{31}|\leq|x_{21}|+|x_{31}|$与$2|x_{11}|>|x_{11}|+|x_{21}|+|x_{31}|$即$|x_{11}|>|x_{21}|+|x_{31}|$矛盾，所以假设不成立，

所以$\lambda_1=0$，所以$\lambda_2=\lambda_3=0$，

所以B一定是 A 的完美子集.