2023 北京陈经纶中学高一（上）期中

数　　学

（时间：120 分钟　满分：150 分）

一、选择题共 10 个小题，每小题 5 分，共 50 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 设集合 $A=\left\{x \middle| 2^x \le 4\right\}$，$B=\left\{x \middle| x<1\right\}$，则 $A\cup B=$（　）

A. $(-\infty,2]$　　B. $(-\infty,1)$　　C. $(0,1)$　　D. $(0,2]$

2. 若 $a<b<0$，则下列不等式一定成立的是（　）

A. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　B. $ab<b^2$　　C. $a^3<b^3$　　D. $e^{a-b}<e^b$

3. 已知 $a=3^{0.4}$，$b=\log_3\frac{1}{2}$，$c=\left(\frac{1}{3}\right)^{0.2}$，则

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$

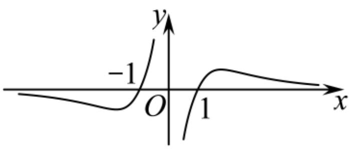
C. $c>b>a$　　D. $c>a>b$

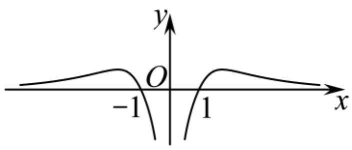
4. 下列函数中，值域为 R 且在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增的是

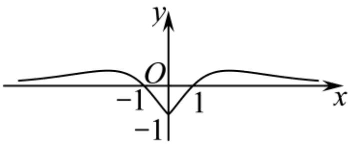
A. $y=x^2+2x$　　B. $y=2^{x+1}$

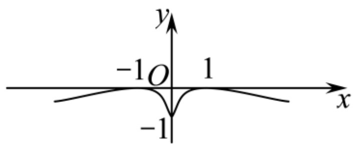
C. $y=x^3+1$　　D. $y=(x-1)|x|$

5. 下列可能是函数 $y=\frac{x^2-1}{e^{|x|}}$ 的图象的是（　）

A. 

B. 

C. 

D. 

6. 函数 $f(x)=\sqrt{x^2-2x-3}$ 的单调递减区间是（　）

A. $[-1,3]$　　B. $(-\infty,1]$　　C. $(-\infty,-1]$　　D. $[1,+\infty)$

7. “$x<1$ 且 $y<1$”是“$x+y<2$”的（　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分又不必要条件

8. 已知 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且 $f(x)=f(2-x)$，当 $x\in[0,1]$ 时，$f(x)=x$，则当 $x\in[-3,5]$

时，$f\left(x\right)=\dfrac{1}{2}$的所有解的和为（　）

A. 4　　B. $\dfrac{9}{2}$　　C. 5　　D. $\dfrac{11}{2}$

9. 已知$a>0$，$b>0$，若$a+b=4$，则

A. a^2+b^2有最小值　　B. $\sqrt{ab}$有最小值

C. $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$有最大值　　D. $\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$有最大值

10. 某机构对一种病毒在特定环境下进行观测，每隔单位时间T进行一次记录，用$x\left(x\in \mathrm{N}^*\right)$表示经过的单位时间数，用$y$表示病毒感染人数，得到的观测数据如下：

$x\left(T\right)$	1	2	3	4	5	6	…
y（人数）	…	6	…	36	…	216	…

若y与x的关系有两个函数模型可供选择：①$y=mx^2+n$；②$y=k\cdot a^x\left(k>0,a>1\right)$.若经过$M$个单位时间，该病毒的感染人数不少于1万人，则$M$的最小值为（　）（参考数据：$\sqrt{2}=1.41$，$\sqrt{3}=1.73$，$\lg 2=0.30$，$\lg 3=0.48$）

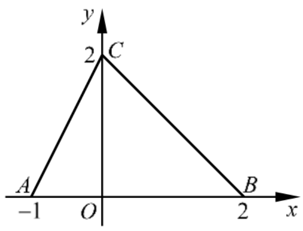
A. 9　　B. 10　　C. 11　　D. 12

二、填空题共6小题，每小题5分，共30分.

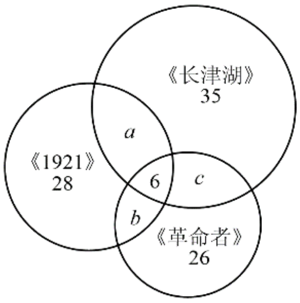
11. $\sqrt{\left(-2\right)^4}-5^{\log_5 2}=$______.

12. 已知幂函数$f\left(x\right)$的图象过点$\left(4,8\right)$，则$f\left(2\right)=$______.

13. 如图，函数$f\left(x\right)$的图象为折线ACB，则不等式$f\left(x\right)>1$的解集是______.



14. 国庆期间，高一年级要求学生从三部影片《1921》《长津湖》《革命者》中至少观看一部.其中观看了《1921》的有51人，观看了《长津湖》的有60人，观看了《革命者》的有50人，数据如图，则$a+b+c=$______，$a=$______.



15. 设函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}-ax+1, x<a\\ \left(x-2\right)^{2}, x\ge a\end{cases}$，若 $f\left(x\right)$ 存在最小值，则实数 a 的一个可能取值为______；实数 a 的取值范围是______.

16. 激活函数是神经网络模型的重要组成部分，是一种添加到人工神经网络中的函数. tanh 函数是常用的激活函数之一，其解析式为 $f\left(x\right)=\dfrac{2}{1+\mathrm{e}^{-2x}}-1$.给出以下结论：

①tanh 函数是增函数；

②tanh 函数是奇函数；

③tanh 函数的值域为 $\left(-1,1\right)$；

④对于任意实数 a，函数 $y=\left|f\left(x\right)\right|-ax-1$ 至少有一个零点.

其中所有正确结论的序号是______.

三、解答题共 5 小题，每小题 14 分，共 70 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

17.设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\left\{x\middle|x^{2}+4x+a=0\right\}$，$B=\left\{x\middle|x^{2}+bx-2=0\right\}$.

（1）若 $a=-5$，求集合 A 并写出 A 的所有子集；

（2）若 $\complement_{U}A\cap B=\left\{2\right\}$，$\complement_{U}B\cap A=\left\{-3\right\}$，求 $A\cup B$.

18. 已知函数 $f\left(x\right)=ax^{2}+\left(b-2\right)x+3$，其中 $a\ne 0$.

（1）若不等式 $f\left(x\right)>0$ 的解集为 $\left\{x\middle|-1<x<1\right\}$，求 a，b 的值；

（2）已知 $f\left(1\right)=6$，若 $\exists x_{0}\in \mathrm{R}$，使得 $f\left(x_{0}\right)<2$，求实数 a 的取值范围.

19.已知函数 $f\left(x\right)=3^{x}+a\cdot 3^{-x}$.

（1）若 $a=0$，求 $f\left(x\right)$ 在 $\left[-2,2\right]$ 上的值域；

（2）若 $f\left(x\right)$ 为偶函数，求 a 的值；

（3）若 $f\left(x\right)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，

（i）直接写出实数 a 的取值范围；

（ii）解关于 x 的不等式：$f\left(\log_{\frac{1}{2}}x\right)>a+1$.

20. 已知函数 $f(x)=a^{2x}-2a^{x}-1$，其中 $a>0$ 且 $a\neq 1$.

（1）已知 $f(x)$ 的图象经过一个定点，写出此定点的坐标；

（2）若 $a=2$，求 $f(x)$ 的最小值；

（3）若 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上的最大值为 2，求 a 的值.

21. 已知 $S=\{1,2,\ldots,n\}$，$A\subseteq S$，$T=\{t_1,t_2\}\subseteq S$，记 $A_i=\{x \mid x=a+t_i, a\in A\}(i=1,2)$，用 $|X|$ 表示有限集合 X 的元素个数.

（I）若 $n=5$，$A=\{1,2,5\}$，$A_1\cap A_2=\varnothing$，求 T；

（II）若 $n=7$，$|A|=4$，则对于任意的 A，是否都存在 T，使得 $A_1\cap A_2=\varnothing$？说明理由；

（III）若 $|A|=5$，对于任意的 A，都存在 T，使得 $A_1\cap A_2=\varnothing$，求 n 的最小值.

参考答案

一、选择题共 10 个小题，每小题 5 分，共 50 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1.【答案】A

【分析】利用集合的并集运算和指数函数的单调性求解即可.

【详解】$\because A=\left\{x\left|2^x\leq 4\right.\right\}=\left\{x\left|x\leq 2\right.\right\}$，

且 $B=\left\{x\left|x<1\right.\right\}$，

$\therefore A\cup B=\left(-\infty,2\right]$.

故选：A

2.【答案】C

【分析】利用不等式的性质可判断选项 A,B，利用幂函数的单调性可判断选项 C，利用指数函数的性质可判断选项 D.

【详解】对 A，因为 $a<b<0$，所以 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$，A 错误；

对 B，因为 $a<b<0$，所以 $ab>b^2$，B 错误；

由幂函数 $f(x)=x^3$ 在定义域 R 上单调递增，且 $a<b<0$，

所以 $f\left(a\right)<f\left(b\right)$，即 $a^3<b^3$，C 正确；

对 D，取 $a=-3,b=-2$，则 $\mathrm{e}^{-3+2}>\mathrm{e}^{-2}$，D 错误；

故选：C.

3.【答案】B

【分析】根据指数幂的运算性质和对数运算的性质，求得 a,b,c 的取值范围，即可求解.

【详解】由题意，根据指数幂的运算性质和对数运算的性质，

可得 $a=3^{0.4}>1$，$\log_3\frac{1}{2}<\log_3 1=0$，$0<\left(\frac{1}{3}\right)^{0.2}<\left(\frac{1}{3}\right)^0=1$，

$\therefore a>c>b$.

故选 B.

【点睛】本题主要考查了指数幂的运算性质和对数的运算性质的应用，其中解答中利用指数幂的运算性质和对数的运算性质，求得 a,b,c 的取值范围是解答的关键，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

4.【答案】C

【分析】根据题意，依次分析选项中函数的单调性以及值域，综合即可得答案.

【详解】(A) $y=x^2+2x$ 的值域不是 R，是 [－1，＋∞)，所以，排除；

(B) $y=2^{x+1}$ 的值域是（0，＋∞)，排除；

（D）$y=(x-1)|x|=\begin{cases}x^2-x,x\geq 0\\-x^2+x,x<0\end{cases}$，在（0，$\frac{1}{2}$）上递减，在（$\frac{1}{2}$，$+\infty$）上递增，不符；

只有（C）符合题意. 故选 C.

【点睛】本题考查函数的单调性以及值域，关键是掌握常见函数的单调性以及值域，属于基础题.

5.【答案】C

【分析】根据函数定义域和特殊值可排除 ABD.

【详解】函数定义域为 R，排除选项 AB，当 $x=2$ 时，$y=\frac{3}{e^2}>0$，排除选项 D，

故选：C.

6.【答案】C

【分析】求出函数 $f(x)$ 的定义域，利用复合函数的单调性，即可求得函数 $f(x)$ 的递减区间.

【详解】对于函数 $f(x)=\sqrt{x^2-2x-3}$，有 $x^2-2x-3\geq 0$，解得 $x\leq -1$ 或 $x\geq 3$，

所以，函数 $f(x)=\sqrt{x^2-2x-3}$ 的定义域为 $(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$，

内层函数 $u=x^2-2x-3$ 在 $(-\infty,-1]$ 上单调递减，在 $[3,+\infty)$ 上单调递增，

外层函数 $y=\sqrt{u}$ 在 $[0,+\infty)$ 上为增函数，

所以，函数 $f(x)=\sqrt{x^2-2x-3}$ 的单调递减区间为 $(-\infty,-1]$.

故选：C.

7.【答案】A

【分析】推出充分性成立，举出反例得到必要性不成立，得到答案.

【详解】$x<1$ 且 $y<1$，两式相加得 $x+y<2$，充分性成立，

若 $x+y<2$，不妨设 $x=1.5, y=0.4$，此时不满足 $x<1$ 且 $y<1$，必要性不成立，

故“$x<1$ 且 $y<1$”是“$x+y<2$”的充分不必要条件.

故选：A

8.【答案】A

【分析】分析函数 $f(x)$ 的周期性和对称性，作出函数 $f(x)$ 与 $y=\frac{1}{2}$ 在 $[-3,5]$ 上的图象，数形结合可求得结果.

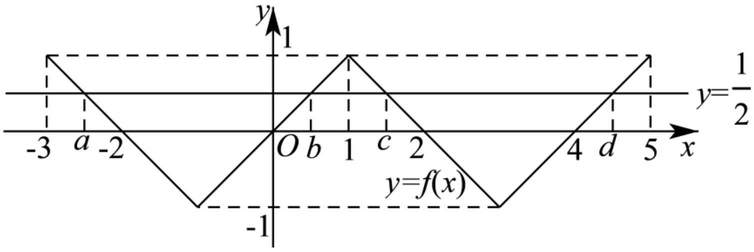
【详解】因为已知 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且 $f(x)=f(2-x)$，则 $f(x)=-f(x-2)$，

所以，$f(x+4)=-f(x+2)=f(x)$，故函数 $f(x)$ 为周期函数，且周期为 4，

且函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，故函数 $f(x)$ 在 $[-3,5]$ 上的图象关于直线 $x=1$ 对称，

当 $x\in[1,2]$ 时，$2-x\in[0,1]$，则 $f(x)=f(2-x)=2-x$，

作出函数 $f\left(x\right)$ 与 $y=\dfrac{1}{2}$ 在 $\left[-3,5\right]$ 上的图象如下图所示：



由图可知，直线 $y=\dfrac{1}{2}$ 与函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left[-3,5\right]$ 上的图象有四个交点，分别为 $\left(a,\dfrac{1}{2}\right)$、$\left(b,\dfrac{1}{2}\right)$、$\left(c,\dfrac{1}{2}\right)$、$\left(d,\dfrac{1}{2}\right)$，

设 $a<b<c<d$，由图可知，点 $\left(a,\dfrac{1}{2}\right)$、$\left(d,\dfrac{1}{2}\right)$ 关于直线 $x=1$ 对称，

点 $\left(b,\dfrac{1}{2}\right)$、$\left(c,\dfrac{1}{2}\right)$ 关于直线 $x=1$ 对称，则 $a+b+c+d=2\times2\times1=4$.

故选：A.

9.【答案】A

【分析】根据基本不等式的性质，即可求解 a^2+b^2 有最小值，得到答案.

【详解】由题意，可知 $a>0$，$b>0$，且 $a+b=4$，

因为 $a>0,b>0$，则 $a+b\geq2\sqrt{ab}$，即 $ab\leq(\dfrac{a+b}{2})^2=4$，

所以 $a^2+b^2=\left(a+b\right)^2-2ab=16-2ab\geq16-2\times4=8$，

当且仅当 $a=b=2$ 时，等号成立，取得最小值 8，

故选 A.

【点睛】本题主要考查了基本不等式的应用，其中解答中合理应用基本不等式求解是解答的关键，着重考查了运算与求解能力，属于基础题.

10.【答案】C

【分析】利用已知的三对数据代入函数模型进行验证得出适应模型 $y=k\cdot a^x\left(k>0,a>1\right)$，根据指对互化以及对数运算求得结果.

【详解】若选 $y=mx^2+n$，将 $\begin{cases}x=2\\y=6\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x=4\\y=36\end{cases}$ 代入得 $\begin{cases}4m+n=6\\16m+n=36\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}m=\dfrac{5}{2}\\n=-4\end{cases}$，所以 $y=\dfrac{5}{2}x^2-4$，代入 $x=6$ 有 $y=86\neq216$，不合题意.

若选 $y=k\cdot a^x(k>0,a>1)$，将 $\begin{cases}x=2\\y=6\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x=4\\y=36\end{cases}$ 代入得 $\begin{cases}k\cdot a^2=6\\k\cdot a^4=36\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}k=1\\a=\sqrt{6}\end{cases}$，所以 $y=\left(\sqrt{6}\right)^x$．代入 $x=6$ 有 $y=216$，符合题意.

依题意可得 $\left(\sqrt{6}\right)^M\geq 10000$，即 $M\lg\sqrt{6}\geq 4$，

则 $M\left(\lg 2+\lg 3\right)\geq 8$，又 $\lg 2=0.30$，$\lg 3=0.48$，

所以 $M\geq\dfrac{8}{0.30+0.48}\approx 10.256$，$\because M\in N^*$，

$\therefore M$ 的最小值为11.

故选：C

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

11.【答案】2

【分析】利用根式的运算性质和对数恒等式计算可得结果.

【详解】$\sqrt{(-2)^4}-5^{\log_5 2}=\sqrt{16}-2=4-2=2$.

故答案为：2.

12.【答案】$2\sqrt{2}$

【分析】设 $f\left(x\right)=x^a$，根据 $f\left(4\right)=8$ 求出 a 的值，可得出函数 $f\left(x\right)$ 的解析式，代值计算可得出 $f\left(2\right)$ 的值.

【详解】由题意，设 $f\left(x\right)=x^a$，则 $f\left(4\right)=4^a=2^{2a}=8=2^3$，所以，$2a=3$，可得 $a=\dfrac{3}{2}$，

故 $f\left(x\right)=x^{\frac{3}{2}}$，因此，$f\left(2\right)=2^{\frac{3}{2}}=2\sqrt{2}$.

故答案为：$2\sqrt{2}$.

13.【答案】$\left(-\dfrac{1}{2},1\right)$

【分析】根据函数的图象求出 $f\left(x\right)$ 的解析式，再解不等式 $f\left(x\right)>1$ 可得答案.

【详解】当 $-1\leq x<0$ 时，设 $f\left(x\right)$ 的解析式为 $f\left(x\right)=k_1x+b_1$，

由 $(-1,0),(0,2)$ 在图象上，得 $\begin{cases}-k_1+b_1=0\\0+b_1=2\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k_1=2\\b_1=2\end{cases}$，

所以 $f\left(x\right)=2x+2$，

此时由 $f\left(x\right)>1$ 得 $2x+2>1$，得 $-\dfrac{1}{2}<x<0$；

当$0\le x\le 2$时，设$f\left(x\right)$的解析式为$f\left(x\right)=k_2x+b_2$，

由$\left(2,0\right),\left(0,2\right)$在图象上，得$\begin{cases}2k_2+b_2=0\\0+b_2=2\end{cases}$，解得$\begin{cases}k_2=-1\\b_2=2\end{cases}$，

所以$f\left(x\right)=-x+2$，

此时由$f\left(x\right)>1$得$-x+2>1$，得$0\le x<1$；

综上所述，不等式$f\left(x\right)>1$的解集是$\left\{x\mid -\dfrac{1}{2}<x<1\right\}$.

故答案为：$\left(-\dfrac{1}{2},1\right)$.

14.【答案】 ①. 27 ②. 9

【分析】根据题意得到方程组，三式相加求出$a+b+c=27$，进而求出a.

【详解】由题意得$\begin{cases}28+6+a+b=51\\35+6+a+c=60\\26+6+b+c=50\end{cases}$，即$\begin{cases}a+b=17\\a+c=19\\b+c=18\end{cases}$，

三式相加得，$2\left(a+b+c\right)=54$，解得$a+b+c=27$，

故$a=27-18=9$.

故答案为：27，9

15.【答案】 ①. 0（只需满足$0\le a\le 1$即可） ②. $\left[0,1\right]$

【分析】对实数a的取值进行分类讨论，分析函数$f\left(x\right)$的单调性，根据函数$f\left(x\right)$存在最小值，可得出关于实数a的不等式，综合可得出实数a的取值范围，即可得解.

【详解】①当$a<0$时，则$-a>0$，函数$f\left(x\right)=-ax+1$在$\left(-\infty,a\right)$上为增函数，

此时，函数$f\left(x\right)$不存在最小值，不合乎题意；

②当$a=0$时，$f\left(x\right)=\begin{cases}1,x<0\\\left(x-2\right)^2,x\ge 0\end{cases}$，

当$x\ge 0$时，$f\left(x\right)=\left(x-2\right)^2\ge 0$，当且仅当$x=2$时，等号成立，此时，函数$f\left(x\right)$的最小值为$0$；

当$0<a<2$时，函数$f\left(x\right)=-ax+1$在$\left(-\infty,a\right)$上为减函数，

函数$f\left(x\right)=\left(x-2\right)^2$在$\left[a,2\right)$上单调递减，在$\left(2,+\infty\right)$上单调递增，

若函数$f\left(x\right)$存在最小值，则$-a^2+1\ge 0$，即$a^2-1\le 0$，解得$-1\le a\le 1$，此时，$0<a\le 1$；

③当$a\ge 2$时，函数$f\left(x\right)=-ax+1$在$\left(-\infty,a\right)$上为减函数，

函数$f\left(x\right)=\left(x-2\right)^2$在$\left[a,+\infty\right)$上为增函数，

若函数 $f\left(x\right)$ 存在最小值，则 $\left(a-2\right)^2\le -a^2+1$，即 $2a^2-4a+3\le 0$，该不等式无解.

综上所述，实数 a 的取值范围是 $\left[0,1\right]$.

故答案为：0（只需满足 $0\le a\le 1$ 即可）；$\left[0,1\right]$.

16.【答案】①②③

【分析】利用函数单调性的定义可判断①；利用函数奇偶性的定义可判断②；令由 $y=\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ 可得 $e^{2x}=\dfrac{1-y}{1+y}$，由 $e^{2x}>0$ 解出 y 的取值范围，可判断③；取 $a=0$，结合③可判断④.

【详解】对于①，任取 x_1、$x_2\in\mathbf{R}$，且 $x_1<x_2$，则 $e^{-2x_1}>e^{-2x_2}>0$，

所以，$f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)=\left(\dfrac{2}{1+e^{-2x_1}}-1\right)-\left(\dfrac{2}{1+e^{-2x_2}}-1\right)=\dfrac{2\left(e^{-2x_2}-e^{-2x_1}\right)}{\left(1+e^{-2x_1}\right)\left(1+e^{-2x_2}\right)}<0$，

所以，$f\left(x_1\right)<f\left(x_2\right)$，故 tanh 函数是增函数，①对；

对于②，对任意的 $x\in\mathbf{R}$，$1+e^{-2x}>0$，则函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，

且 $f\left(x\right)=\dfrac{2}{1+e^{-2x}}-1=\dfrac{2e^{2x}}{e^{2x}\left(1+e^{-2x}\right)}-1=\dfrac{2e^{2x}}{1+e^{2x}}-1=\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$，

$f\left(-x\right)=\dfrac{e^{-2x}-1}{e^{-2x}+1}=\dfrac{e^{2x}\left(e^{-2x}-1\right)}{e^{2x}\left(e^{-2x}+1\right)}=\dfrac{1-e^{2x}}{1+e^{2x}}=-f\left(x\right)$，tanh 函数是奇函数，②对；

对于③，由 $y=\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ 可得 $ye^{2x}+y=1-e^{2x}$，可得 $e^{2x}=\dfrac{1-y}{1+y}$，

由 $e^{2x}=\dfrac{1-y}{1+y}>0$，可得 $\dfrac{y-1}{y+1}<0$，解得 $-1<y<1$，故 tanh 函数的值域为 $\left(-1,1\right)$，③对；

对于④，由③可知，$-1<f\left(x\right)<1$，则 $\left|f\left(x\right)\right|<1$，

当 $a=0$ 时，$y=\left|f\left(x\right)\right|-1<0$，此时，函数 $y=\left|f\left(x\right)\right|-ax-1$ 没有零点，④错.

故答案为：①②③.

三、解答题共 5 小题，每小题 14 分，共 70 分.解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

17.【答案】（1）$A=\left\{-5,1\right\}$，集合 A 的所有子集为：$\varnothing$、$\left\{1\right\}$、$\left\{-5\right\}$、$\left\{-5,1\right\}$

（2）$A\cup B=\left\{-3,-1,2\right\}$

【分析】（1）当 $a=-5$ 时，求出集合 A，即可写出集合 A 的所有子集；

（2）分析可知，$-3\in A$，$2\in B$，求出 a、b 的值，可求出集合 A、B，再结合题意进行检验，利用并集的定义可求出集合 $A\cup B$.

【小问 1 详解】

解：若 $a=-5$， $A=\left\{x \middle| x^2+4x-5=0\right\}=\{-5,1\}$，

所以，集合 A 的所有子集为：$\varnothing$、$\{1\}$、$\{-5\}$、$\{-5,1\}$.

【小问 2 详解】

解：因为$\complement_U A\cap B=\{2\}$，所以，$2\in B$，因为$\complement_U B\cap A=\{-3\}$，所以，$-3\in A$，

所以，$\begin{cases}4+2b-2=0\\9-12+a=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=3\\b=-1\end{cases}$，

则 $A=\left\{x \middle| x^2+4x+3=0\right\}=\{-1,-3\}$， $B=\left\{x \middle| x^2-x-2=0\right\}=\{-1,2\}$，

所以，$\complement_U A\cap B=\{2\}$，$\complement_U B\cap A=\{-3\}$，满足题意，

因此，$A\cup B=\{-3,-1,2\}$.

18.【答案】（1）$a=-3$，$b=2$

（2）$(-\infty,0)\cup(0,1)\cup(9,+\infty)$

【分析】（1）根据二次不等式的解集确定方程$ax^2+(b-2)x+3=0$的根，利用韦达定理求解即可；

（2）由题意$ax^2+(3-a)x+1<0$，$a\neq 0$在 R 上有解，分类讨论，结合二次函数图象和判别式法求解即可.

【小问 1 详解】

由题意，不等式$ax^2+(b-2)x+3>0$的解集为$\left\{x \middle| -1<x<1\right\}$，

所以$a<0$，方程$ax^2+(b-2)x+3=0$的两个根分别为-1和 1，

由根与系数的关系知$\begin{cases}-1+1=-\dfrac{b-2}{a}\\-1\times 1=\dfrac{3}{a}\end{cases}$，解得$a=-3$，$b=2$.

【小问 2 详解】

根据题意，由 $f(1)=6$，可得$a+b+1=6$，即$b=5-a$，

可得 $f(x)=ax^2+(3-a)x+3$，$a\neq 0$，

由 $f(x)<2$在 R 上有解，即$ax^2+(3-a)x+1<0$，$a\neq 0$在 R 上有解，

当$a<0$时，不等式$ax^2+(3-a)x+1<0$在 R 上一定有解，显然成立；

当$a>0$时，要使得不等式$ax^2+(3-a)x+1<0$在 R 上有解，

则满足$(3-a)^2-4a>0$，解得$a<1$或$a>9$，所以$0<a<1$或$a>9$.

综上，实数 a 的取值范围为$(-\infty,0)\cup(0,1)\cup(9,+\infty)$.

19.【答案】（1）$\left[\frac{1}{9},9\right]$

（2）$a=1$

（3）（i）$(-\infty,0]$；（ii）$(0,1)$

【分析】（1）根据指数函数的单调性得到值域；

（2）根据 $f(-x)=f(x)$ 得到方程，求出 $a=1$；

（3）（i）换元后，由对勾函数性质及复合函数单调性得到实数 a 的取值范围；

（ii）求出 $f(0)=a+1$，从而不等式变形为 $f\left(\log_{\frac{1}{2}}x\right)>f(0)$，由单调性解不等式，求出解集.

【小问 1 详解】

若 $a=0$，$f(x)=3^x$.

所以 $f(x)$ 在 $[-2,2]$ 上单调递增.

又 $f(-2)=\frac{1}{9}$，$f(2)=9$，

所以 $f(x)$ 在 $[-2,2]$ 上的值域为 $\left[\frac{1}{9},9\right]$.

【小问 2 详解】

$f(x)$ 是偶函数，则 $f(-x)=f(x)$，

即 $3^{-x}+a\cdot 3^x=3^x+a\cdot 3^{-x}$，整理得 $(a-1)\left(3^x-3^{-x}\right)=0$ 恒成立，

所以 $a-1=0$，即 $a=1$.

【小问 3 详解】

（i）实数 a 的取值范围为 $(-\infty,0]$，理由如下：

令 $t=3^x>0$，则 $y=t+\frac{a}{t}$，其中 $t=3^x$ 在 R 上单调递增，

由复合函数单调性可知，要想 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，

只需 $y=t+\frac{a}{t}$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

当 $a>0$ 时，由对勾函数性质可知，其不满足在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，舍去，

当 $a=0$ 时，$y=t$ 满足要求，

当 $a<0$ 时，由增函数加上增函数仍然为增函数得，$y=t+\frac{a}{t}$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增，

综上，实数 a 的取值范围为 $(-\infty,0]$；

（ii）因为 $f\left(0\right)=a+1$，

又 $f\left(x\right)$ 在定义域上单调递增，

则不等式 $f\left(\log_{\frac{1}{2}}x\right)>a+1$ 等价于 $\log_{\frac{1}{2}}x>0=\log_{\frac{1}{2}}1$.

又 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ 为定义在 $\left(0,+\infty\right)$ 上的减函数，

所以不等式的解集为 $\left(0,1\right)$.

20.【答案】（1） $\left(0,-2\right)$；

（2） -2；

（3）3.

【分析】（1）求出 $f\left(0\right)$ 即可得出结果；

（2）由已知 $f(x)=2^{2x}-2\times2^{x}-1$，令 $t=2^{x}$， $t>0$，可得 $f\left(t\right)=\left(t-1\right)^{2}-2$，即可求出最小值；

（3）令 $u=a^{x}$，则 $f(u)=u^{2}-2u-1$.分类讨论当 $0<a<1$ 以及 $a>1$ 时，根据指数函数的单调性求出 $u=a^{x}$ 在 $[0,1]$ 上的值域.进而根据二次函数的性质，求出最大值，根据已知得到方程，求解即可得出 a 的值.

【小问 1 详解】

因为 $f\left(0\right)=a^{0}-2\times a^{0}-1=-2$，所以定点坐标为 $\left(0,-2\right)$.

【小问 2 详解】

当 $a=2$ 时， $f(x)=2^{2x}-2\times2^{x}-1$.

令 $t=2^{x}$， $t>0$.

则 $f\left(t\right)=t^{2}-2t-1=\left(t-1\right)^{2}-2$，当 $t=1$，即 $x=0$ 时，函数 $f(x)$ 有最小值 -2.

【小问 3 详解】

令 $u=a^{x}$，则 $f(u)=u^{2}-2u-1$.

①当 $0<a<1$ 时，可知 $u=a^{x}$ 在 $[0,1]$ 上单调递减，所以 $a\le u\le1$.

又根据二次函数的性质可知，当 $a\le u\le1$ 时， $f(u)=u^{2}-2u-1$ 单调递减，

所以 $f(u)=u^{2}-2u-1$ 在 $u=a$ 处取得最大值 $f(a)=a^{2}-2a-1$.

由已知可得， $a^{2}-2a-1=2$，解得 $a=-1$ 或 $a=3$.

因为 $0<a<1$，所以两个数值均不满足；

②当 $a>1$ 时，可知 $u=a^{x}$ 在 $[0,1]$ 上单调递增，所以 $1\le u\le a$.

又根据二次函数的性质可知，当 $1\le u\le a$ 时， $f(u)=u^{2}-2u-1$ 单调递增，

所以 $f(u)=u^{2}-2u-1$ 在 $u=a$ 处取得最大值 $f(a)=a^{2}-2a-1$.

由已知可得，$a^2-2a-1=2$，解得 $a=3$ 或 $a=-1$（舍去），所以 $a=3$.

综上所述，$a=3$.

21.【答案】(I) $T=\{1,3\}$，或 $T=\{2,4\}$，或 $T=\{3,5\}$；(II) 不一定存在，见解析；(III) 11.

【分析】(I) 由已知得 $t_1-t_2\neq a-b$，其中 $a,b\in A$，t_1，t_2 相差 2，由此可求得 T;

(II) 当 $A=\{1,2,5,7\}$ 时，$2-1=1,5-1=4,5-2=3,7-1=6,7-2=5,7-5=2$，则 t_1，t_2 相差不可能 1，2，3，4，5，6，可得结论.

(III) 因为 $C_5^2=10$，故集合 A 中的元素的差的绝对值至多有 10 种，可得 n 的最小值.

【详解】(I) 若 $A_1\cap A_2=\varnothing$，则 $t_1-t_2\neq a-b$，其中 $a,b\in A$，否则 $t_1+a=t_2+b$，$A_1\cap A_2\neq\varnothing$，

又 $n=5$，$A=\{1,2,5\}$，$2-1=1,5-2=3,5-1=4$，则 t_1，t_2 相差 2，

所以 $T=\{1,3\}$，或 $T=\{2,4\}$，或 $T=\{3,5\}$；

(II) 不一定存在，

当 $A=\{1,2,5,7\}$ 时，$2-1=1,5-1=4,5-2=3,7-1=6,7-2=5,7-5=2$，则 t_1，t_2 相差不可能 1，2，3，4，5，6，

这与 $T=\{t_1，t_2\}\subset\{1,2,3,4,5,6,7\}$ 矛盾，故不都存在 T.

(III) 因为 $C_5^2=10$，故集合 A 中的元素的差的绝对值至多有 10 种，

当 $n\geq 12$ 时，结论都成立；

当 $n=11$ 时，不存在 $A\subset S$，$|A|=5$，使得 A 中任意两个元素差不同，所以当 $n=11$ 时，结论成立；

当 $n=10$ 时，若 $A=\{1,3,6,9,10\}$，则不存在 T，所以 n 的最小值为 11.

【点睛】关键点睛：本题考查集合的新定义，解决此类问题的关键在于准确理解集合的新定义，紧扣定义解决问题.