2023北京十三中初二（上）期中

数　　学

考生须知：

1．本试卷分为第I卷和第II卷，第I卷共 2 页，第II卷共 4 页．

2．本试卷满分 100 分，考试时间 100 分钟．

3．在试卷（包括第I卷和第II卷）密封线内准确填写学校、班级、姓名、学号．

4．考试结束，将试卷及答题纸一并交回监考老师．

第I卷

一、选择题：（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

1. 在刚过去的 10 月份中，同学们以饱满的精神状态参加了北京市中学生体育过程性考核．在下列常见的体测项目图标中，是轴对称图形的是（　）

A. 坐位体前屈 

B. 立定跳远 

C. 仰卧起坐 

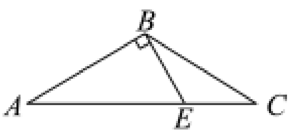
D. 引体向上 

2. 下列计算正确的是（　）

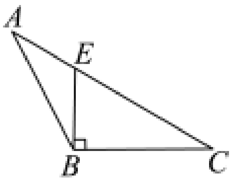
A. $a^2\cdot a^3=a^6$　　B. $\left(a^2\right)^3=a^6$　　C. $(ab)^3=a^3b$　　D. $-2a\left(a+b\right)=-2a^2+2ab$

3. 下列四个图形中，线段 BE 是 $\triangle ABC$ 的高的是（　　）

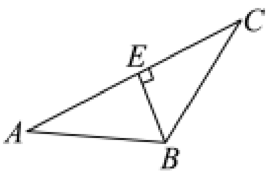
A.



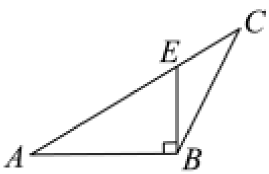
B.



C.



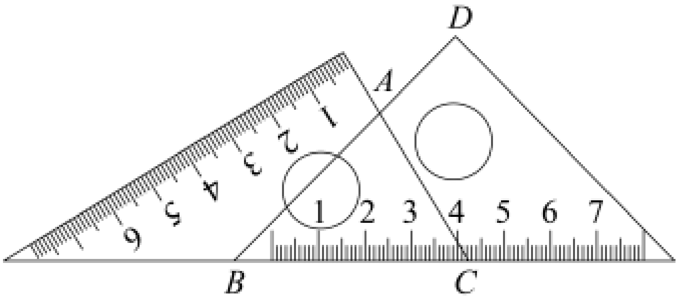
D.



4. 在生物实验课上，老师布置了“测量雉形瓶内部底面内径”的任务．小亮同学想到了以下这个方案：如图，用螺丝钉将两根小棒 AD，BC 的中点 O 固定，利用全等三角形的性质，只要测得 C，D 之间的距离，就可知道内径 AB 的长度．此方案中，判定 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 是全等三角形的依据是（　）

A. SSS　　B. SAS　　C. ASA　　D. AAS

5. 一副三角板拼成如图所示的图形，那么$\angle DAC$的度数为（　）



A. 60°　　B. 75°　　C. 90°　　D. 105°

6. 若$2x+my$与$x-2y$的乘积结果中不含xy项，则m的值为（　）

A. 4　　B. -4　　C. 2　　D. -2

7. 如图 1，某温室屋顶结构外框为$\triangle ABC$，其中$\angle B=\angle C=30°$，立柱$AD=2\text{m}$，且与横梁BC垂直．冬季将至，为了增大向阳面面积，将立柱增高并改变位置，使屋顶结构外框变为$\triangle EBC$（点E在BA的延长线上），立柱$EF\perp BC$，如图 2 所示．若此时立柱$EF=3\text{m}$，则向阳面斜梁增加部分AE的长度为（　）

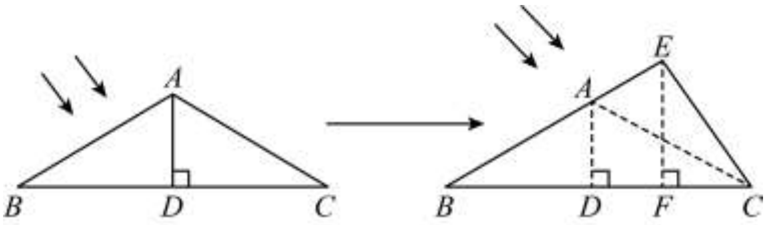


图1　　图2

A. 0.5m　　B. 1m　　C. 1.5m　　D. 2m

8. 在平面直角坐标系中，点$A(0,2)$，点$B(a,0)$，点$C(m,n)(n>0)$．若$\triangle ABC$是等腰直角三角形且$AB=BC$，当$1<a<2$时，点C的横坐标m的取值范围是（　）

A. $1<m<2$　　B. $2<m<3$　　C. $3<m<4$　　D. $m>4$

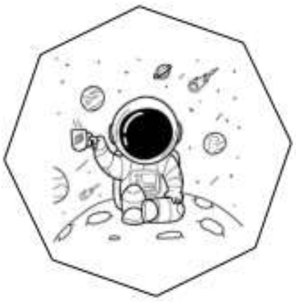
第II卷

二、填空题（本大题共 8 小题，每题 2 分，共 16 分）

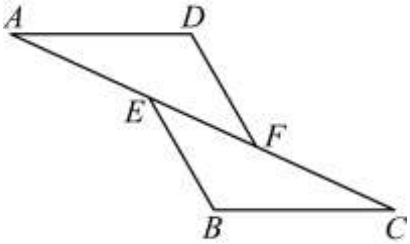
9. 在平面直角坐标系xOy中，点$(3,-1)$关于x轴对称的点的坐标为________．

10. 计算：$(8x^3-12x^2)\div 4x=$________．

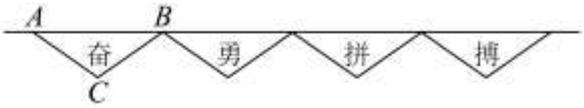
11. 学校在举办了"叩问苍穹，征途永志"主题活动后，邀请同学们参与设计航天纪念章．小明以正八边形为边框，设计了如图所示的作品，则此正八边形徽章一个内角的大小为________°．



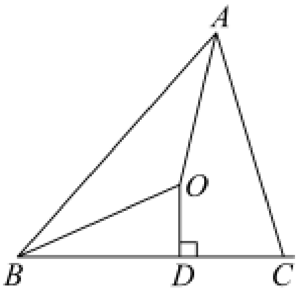
12. 如图，$AD=BC$，$AD\parallel BC$，点E、F在AC上，且要使$\triangle AFD\cong\triangle CEB$，还需添加一个条件为：________.



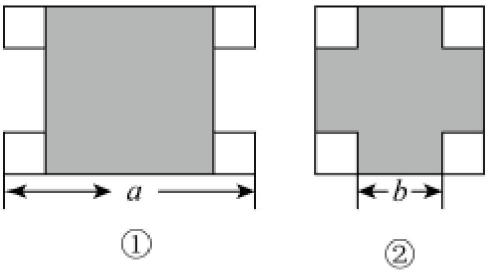
13. 在校运动会举办前夕，李老师想设计一款等腰三角形彩旗幡悬挂于赛场上，为同学们加油助威．已知每面彩旗的腰长$AC=BC=6$，若其底边AB长度为整数，则底边AB长度的最大值为________.



14. 如图，点O是$\triangle ABC$内一点，BO平分$\angle ABC$，$OD\perp BC$于点D，连接OA．若$OD=3$，$AB=10$，则$\triangle AOB$的面积是________.



15. 如图是一个可折叠式的餐桌，其桌面由一个大正方形和四个全等的小正方形构成．当桌角全部打开时（如图①，桌面的最大长度为a；当桌角全部收起时（如图②，桌面未被桌角覆盖部分的长度为b．那么，当桌角全部收起时（图②中），桌面未被桌角覆盖的阴影部分面积是________（用含a、b的代数式表示）.



16. 如图1，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，点D是边BC的中点，连接AD，边AC的垂直平分线MN交AD

于点 P，连接 BP．

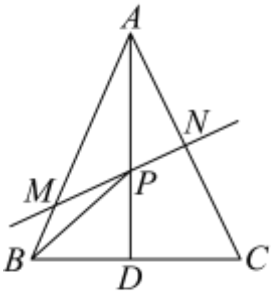


图1

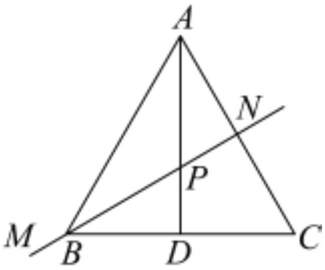


图2

（1）当 $\angle BAC=60^\circ$ 时，如图 2，则 $\angle PBD$ 的度数为________°；

（2）当 $\angle BAC=\alpha$ 时，$\angle PBD$ 的度数为________（用含 α 的式子表示）．

三、解答题：（本大题共 8 小题，共 68 分．其中 17 题 10 分，18-21、26 题 6 分，22-25 题 7 分）

17. 计算：

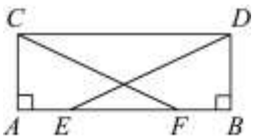
（1）$(x-1)(x+3)-2x^2$

（2）$(x-2)^2+x(x-3)$

18. 先化简，再求值：$(4x+1)(4x-1)-(2x)^2+6x^3\div 3x^2$，其中 $x=-1$．

19. 已知，如图，点 A、E、F、B 在同一条直线上，$CA\perp AB$，$DB\perp AB$，$AE=FB$，$CF=DE$．求证：$\angle AFC=\angle DEB$．

甲同学很快给出了自己的解答，请你阅读他的解法，并补全相应的证明过程及推理依据．



证明：$\because AE=FB$

$\therefore$

$AE+EF=FB+EF$

即____=____．

$\because$ $CA\perp AB$，

$DB\perp AB$

$\therefore \angle A=\angle B=90^\circ$

在 Rt$\triangle CAF$ 与

Rt$\triangle DBE$ 中，

$\begin{cases} \_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_ \end{cases}$

$\therefore$

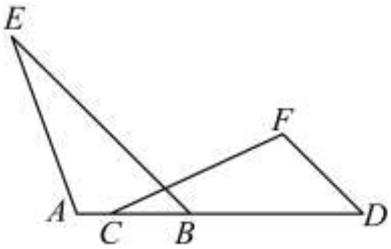
$Rt\triangle CAF \cong Rt\triangle DBE$

（____）

$\therefore\ \angle AFC = \angle DEB$

（____）.

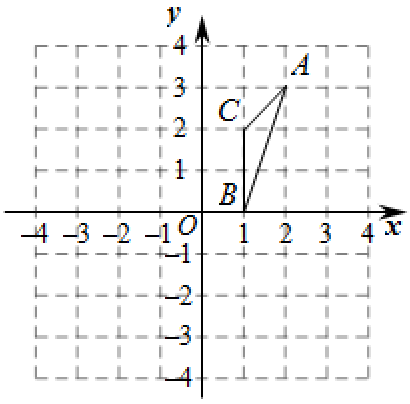
20. 如图，点 A 、 C 、 B 、 D 在同一条直线上， $BE \parallel DF$ ， $\angle A = \angle F$ ， $AB = FD$.



（1）求证： $AE = FC$.

（2）若 $\angle FCD = 25°$ ， $\angle A = 110°$ ，求 $\angle EBD$ 的度数.

21. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别是 $A(2,3)$， $B(1,0)$， $C(1,2)$.



（1）在图中作出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$.

（2）如果要使以 B，C，D 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 全等，写出所有符合条件的点 D 坐标.

22. 我们在学习整式乘法时发现，通过计算几何图形的面积可以得到一些代数恒等式．如图 1 可以得到 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$，基于此想法，请回答下列问题：

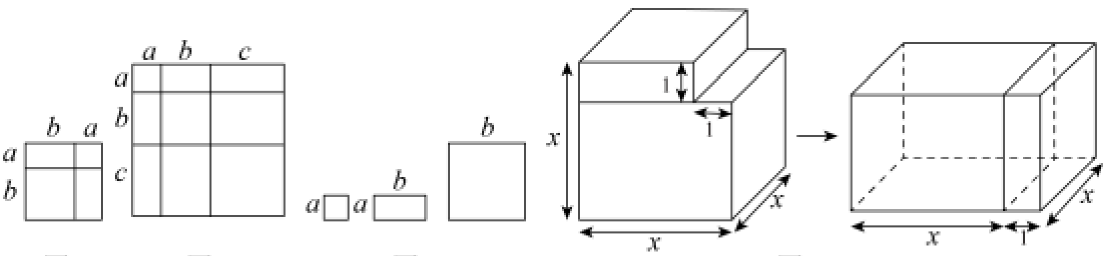


图1　　图2　　图3　　图4

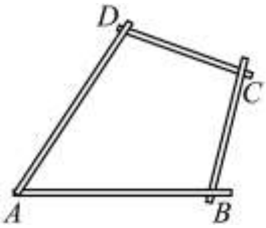
（1）根据图 2，写出一个代数恒等式：____.

（2）利用图 3 中若干张边长为 a 的正方形，边长为 b 的正方形和长、宽分别为 b 和 a 的长方形，可以拼出

一个面积为$(2a+b)(a+2b)$的长方形，请你仿照图 2 画出拼图方式并标注上对应字母．利用这个长方形面积我们可以得到$(2a+b)(a+2b)=$____．

（3）实际上，通过计算立体图形的体积也可以得到一些代数恒等式．如图 4 表示的是一个棱长为x的正方体挖去一个小长方体后重新拼出的一个新长方体，根据此图的变化关系，写出一个代数恒等式：____．

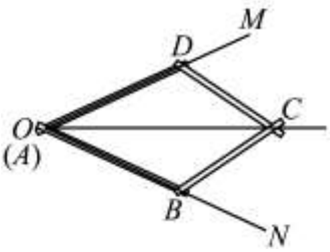
23. 在十一作业中同学们参与了“自制角分仪”的活动，下图是一个同学的作品，他将四根木条顺次钉在一起，其中$AB=AD$，$BC=DC$，两根木条的连接处是可以转动的．

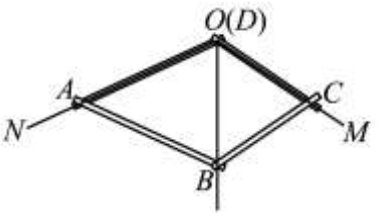


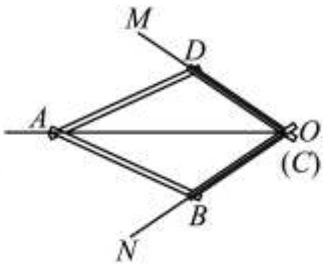
同学们在一起讨论这个工具的用途．

（1）小羽说用这个工具可以快速作出角平分线．

在下面的几种用法中，能作出$\angle MON$的平分线的有____．（写出所有正确的序号）







①OC是$\angle MON$的平分线②OB是$\angle MON$的平分线③OA是$\angle MON$的平分线

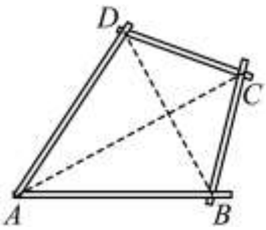
（2）对于这个工具的其它用途，小泽发现可以用它作线段的垂直平分线．

请结合右图补全求证，并给出证明．

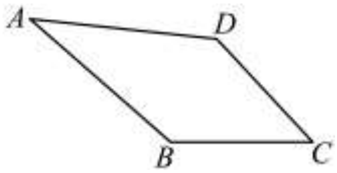
如图，已知：$AB=AD$，$BC=DC$

求证：____垂直平分____．

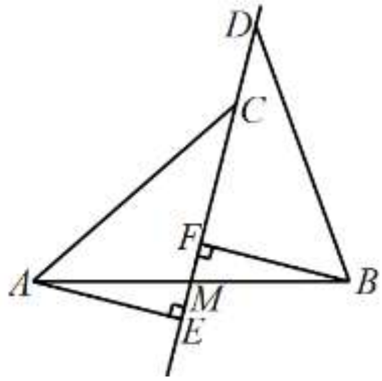
证明：



（3）对于这个工具的其它用途，小高认为通过两次操作可以用它作平行线．右图为第 1 次操作角分仪的摆放方式，请你在此基础上画出第 2 次操作的摆放方式（角分仪的对应顶点依次标记为A'，B'，C'，D'），并指明图中的一组平行线．



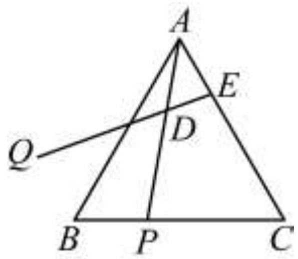
24. 如图，已知点 M 是 AB 的中点，DC 是过点 M 的一条直线，且 $\angle ACM=\angle BDM$，$AE\perp CD$，$BF\perp CD$，垂足分别为点 E，F.



（1）试说明：$\triangle AME\cong\triangle BMF$；

（2）猜想 MF 与 CD 之间的数量关系，并说明理由.

25. 如图，已知等边 $\triangle ABC$，点 P 在 BC 边上，$\angle PAB=\alpha\left(0^\circ<\alpha<30^\circ\right)$，点 Q 是点 P 关于直线 AB 的对称点，点 D 在 AP 上满足 $\angle ADQ=120^\circ$，延长 QD 交 AC 于点 E .



（1）直接写出 $\angle DAE$ 和 $\angle AED$ 的度数（用含 α 的式子表示）；

（2）探究线段 AE 、BP 、PC 满足的等量关系，并证明；

（3）若 $AB=4$，M 为 AB 中点，连接 MQ . 当 MQ 最短时，直接写出此时 BP 的值.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $M\left(a,b\right)$，我们将经过点 $\left(a,0\right)$ 且垂直于 x 轴的直线记为直线 $x=a$，将经过点 $\left(0,b\right)$ 且垂直于 y 轴的直线记为直线 $y=b$.

对于点 P 给出如下定义，将点 P 关于直线 $x=a$ 对称得到点 P'，再将点 P' 关于直线 $y=b$ 对称得到点 Q，称点 Q 为点 P 关于 M 的“对应点”.

对于图形 G 给出如下定义，将图形 G 关于直线 $x=a$ 对称得到图形 G'，再将图形 G' 关于直线 $y=b$ 对称得到图形 W，称图形 W 为图形 G 关于 M 的“对应图形”.

已知 $\triangle ABC$ 的顶点坐标为 $A\left(2,0\right)$，$B\left(4,0\right)$，$C\left(3,-3\right)$

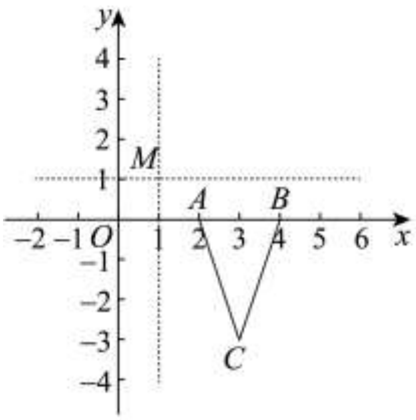
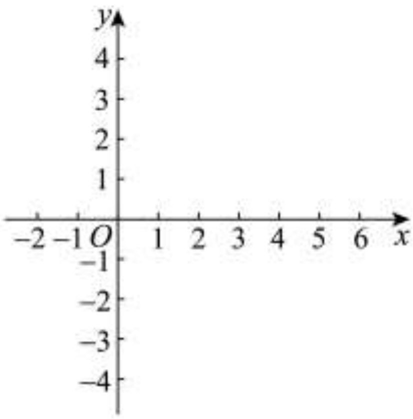


图1



备用图

（1）如图 1，若点 $M(1,1)$

①由定义知，将点 A 关于直线 $x=1$ 对称得到点 $(0,0)$，再将点 $(0,0)$ 关于直线 $y=1$ 对称，得到点 $(0,2)$，则点 A 关于 M 的对应点为 $(0,2)$．那么，点 $B(4,0)$ 关于 M 的对应点为____，点 C 关于 M 的对应点为____.

②已知点 $P_1(-1,n)$ 和点 $P_2(-1,n+1)$，若线段 P_1P_2 关于 M 的对应线段 Q_1Q_2 位于 $\triangle ABC$ 的内部（不含三角形的边），求 n 的取值范围.

（2）若 y 轴上存在点 D，使得点 D 关于 M 的对应点恰好落在 $\triangle ABC$ 的边上，直接写出 M 点横坐标 a 的取值范围.

参考答案

第I卷

一、选择题：（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

1.【答案】D

【分析】本题考查了轴对称图形的概念，根据轴对称图形的概念逐项分析判断即可，轴对称图形的概念：平面内，一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够完全重合的图形.

【详解】解：选项 A、B、C 均不能找到这样的一条直线，使直线两旁的部分能够完全重合的图形，所以不是轴对称图形；

选项 D 能找到这样的一条直线，使直线两旁的部分能够完全重合的图形，所以是轴对称图形；

故选：D.

2.【答案】B

【分析】本题考查了同底数幂的乘法，积的乘方，幂的乘方以及单项式乘以多项式，熟练掌握各个运算法则逐项计算判断即可.

【详解】解：A、$a^2 \cdot a^3 = a^5 \neq a^6$，本选项错误，不符合题意；

B、$\left(a^2\right)^3 = a^6$，本选项正确，符合题意；

C、$(ab)^3 = a^3b^3 \neq a^3b$，本选项错误，不符合题意；

D、$-2a\left(a+b\right) = -2a^2 - 2ab \neq -2a^2 + 2ab$，本选项错误，不符合题意，

故选：B.

3.【答案】C

【分析】根据三角形高的画法知，过点 B 作 AC 边上的高，垂足为 E，其中线段 BE 是 $\triangle ABC$ 的高，再结合图形进行判断.

【详解】解：根据三角形高的画法知，过点 B 作 AC 边上的高，垂足为 E，

则线段 BE 是 $\triangle ABC$ 的高，

观察四个选项，所以线段 BE 是 $\triangle ABC$ 的高的图是选项 C.

故选：C.

【点睛】本题主要考查了三角形的高，三角形的高是指从三角形的一个顶点向对边作垂线，连接顶点与垂足之间的线段．熟记定义是解题的关键.

4.【答案】B

【分析】本题考查了全等三角形的判定．根据题意确定全等三角形的判定条件是解题的关键.

由题意可证 $\triangle AOB \cong \triangle DOC\left(\text{SAS}\right)$，然后作答即可.

【详解】解：由题意知，$OB = OC$，$\angle AOB = \angle DOC$，$OA = OD$，

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC\left(\text{SAS}\right)$，

故选：B.

5.【答案】D

【分析】本题考查了三角形外角性质，三角板中的角度计算，找准题目中的角度准确计算，利用外角性质求解即可.

【详解】解：由题意可知：$\angle ABC=45^\circ$，$\angle ACB=60^\circ$，

$\therefore \angle DAC=\angle ABC+\angle ACB=45^\circ+60^\circ=105^\circ$.

故选：D.

6.【答案】A

【分析】本题考查多项式乘多项式，利用多项式乘多项式运算法则将原式展开，然后合并同类项，使xy项系数为零即可解答.

【详解】$(x-2y)(2x+my)$

$=2x^2+mxy-4xy-2my^2$

$=2x^2+\left(m-4\right)xy-2my^2$，

$\because 2x+my$与$x-2y$的乘积结果中不含xy项，

$\therefore m-4=0$，

解得：$m=4$，

故选：A.

7.【答案】D

【分析】本题主要考查30°角的直角三角形的性质，掌握30°角所对的直角边等于斜边的一半是解题的关键.

【详解】解：$\because$立柱AD垂直平分横梁BC，$\angle B=\angle C=30^\circ$，

$\therefore AB=AC=2AD=4\text{m}$，

$\because \angle B=30^\circ$，

$\therefore BE=2EF=6\text{m}$，

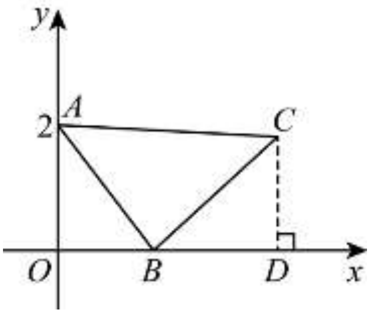
$\therefore AE=EB-AB=6-4=2\text{m}$.

故选D.

8.【答案】C

【分析】本题考查了等腰三角形的性质及全等三角形的判定及性质，过点 C 作$CD\perp BO$，根据等腰三角形的性质及全等三角形的判定及性质可得$AO=BD=OD-OB=m-a=2$，熟练掌握三角形的判定及性质是解题的关键.

【详解】解：过点 C 作$CD\perp BO$于点D，如图：



$\because AB = BC$，

$\therefore \angle CDB = \angle BOA = \angle ABC = 90°$，

$\therefore \angle CBD = 90° - \angle ABO = \angle BAO$，

在$\triangle CBD$和$\triangle BAO$中，

$$\begin{cases} \angle CBD = \angle BAO \\ \angle CDB = \angle BOA \\ CB = BA \end{cases}$$，

$\therefore \triangle CBD \cong \triangle BAO(\mathrm{AAS})$，

$\therefore AO = BD$，

$\because A(0,2)$，$B(a,0)$，$C(m,n)(n>0)$，

$\therefore AO = BD = OD - OB = m - a = 2$，

$\because 1 < a < 2$，

$\therefore 3 < m < 4$，

故选 C.

第II卷

二、填空题（本大题共 8 小题，每题 2 分，共 16 分）

9.【答案】$(3,1)$

【分析】本题考查了关于 x 轴对称的点的坐标特点，根据关于 x 轴对称的点的坐标特点，横坐标相同，纵坐标互为相反数，据此即可得到答案.

【详解】解：点$(3,-1)$关于x轴对称的点的坐标为$(3,1)$，

故答案为：$(3,1)$.

10.【答案】$2x^2-3x$

【分析】本题考查了多项式除以单项式，运用相应的运算法则作答即可.

【详解】$(8x^3-12x^2)\div 4x$

$=8x^3\div 4x-12x^2\div 4x$

$=2x^2-3x$，

故答案为：$2x^2-3x$.

11.【答案】135

【分析】本题考查正多边形的外角和以及内角与外角之间的关系，利用多边形的外角和求出一个外角的大小，然后再用180度减去外角度数即可.

【详解】解：∵正八边形的外角和为360°，

∴每个外角为$360^\circ \div 8 = 45^\circ$，

∴每个内角为$180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$，

故答案为：135.

12.【答案】$\angle D = \angle B$（答案不唯一）

【分析】本题考查了全等三角形的判定，判定方法有SAS、ASA、AAS、SSS、HL．由$AD \parallel BC$，可得$\angle A = \angle C$，结合$AD = BC$，添加一组角相等，可判定$\triangle AFD \cong \triangle CEB$．结合已知在图形上的位置进行选取是解决问题的关键.

【详解】解：∵$AD \parallel BC$，

∴$\angle A = \angle C$，

∵$AD = BC$，

∴可添加$\angle D = \angle B$，

在$\triangle AFD$和$\triangle CEB$中，$\begin{cases} \angle A = \angle C \\ AD = BC \\ \angle D = \angle B \end{cases}$，

∴$\triangle AFD \cong \triangle CEB(\text{ASA})$，

故答案为：$\angle D = \angle B$（答案不唯一）.

13.【答案】11

【分析】本题考查了三角形三边关系，根据三角形三边关系可得$0 < AB < 12$，进而可求解，熟记：“三角形的任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边”是解题的关键.

【详解】解：依题意得：

$0 < AB < 6 + 6 = 12$，

∵底边AB长度为整数，

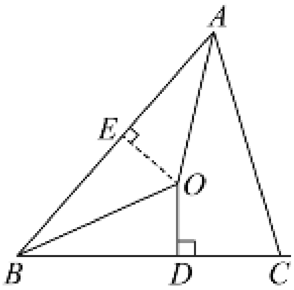
∴底边AB长度的最大值为11，

故答案为：11.

14.【答案】15

【分析】过O作$OE \perp AB$于点E，根据角平分线的性质求出OE，最后用三角形的面积公式即可解答，熟练掌握角平分线的性质是解题关键.

【详解】解：过O作$OE \perp AB$于点E，



$\because BO$ 平分 $\angle ABC$，$OD \perp BC$ 于点 D，

$\therefore OE = OD = 3$，

$\therefore \triangle AOB$ 的面积为：$\dfrac{1}{2}AB \cdot OE = \dfrac{1}{2} \times 10 \times 3 = 15$，

故答案为：15．

15.【答案】ab

【分析】本题考查了整式混合运算的应用，根据图形求出小正方形的边长，再计算出大正方形的边长，然后根据阴影部分面积等于大正方形的面积减去 4 个小正方形的面积列式计算即可．

【详解】解：由题意得，小正方形的边长为 $\dfrac{a-b}{4}$，

$\therefore$ 大正方形的边长为 $b + 2 \times \dfrac{a-b}{4} = \dfrac{a}{2} + \dfrac{b}{2}$，

$\therefore$ 桌面未被桌角覆盖的阴影部分面积是 $\left(\dfrac{a}{2} + \dfrac{b}{2}\right)^2 - 4 \times \left(\dfrac{a-b}{4}\right)^2 = \dfrac{a^2 + 2ab + b^2}{4} - \dfrac{a^2 - 2ab + b^2}{4} = ab$，

故答案为：ab．

16.【答案】 ①. 30 ②. $90° - \alpha$ ##$-\alpha + 90°$

【分析】本题考查了三角形内角和定理，线段垂直平分线的性质，等腰三角形的性质．

（1）根据等腰三角形的性质及点 D 是边 BC 的中点，边 AC 的垂直平分线 MN 交 AD 于点 P，得到 $AP = BP$，$\angle BAP = \angle ABP = 30°$，再由 $\angle ABC = 60°$，即可得出结果；

（2）根据等腰三角形的性质及点 D 是边 BC 的中点，边 AC 的垂直平分线 MN 交 AD 于点 P，得到 $AP = BP$，$\angle BAP = \angle ABP = \dfrac{\alpha}{2}$，再由 $\angle ABC = \dfrac{180° - \alpha}{2}$，即可得出结果．

【详解】解：（1）$\because AB = AC$，

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形，

$\because$ 点 D 是边 BC 的中点，边 AC 的垂直平分线 MN 交 AD 于点 P，

$\therefore AP = BP$，

$\because \angle BAC = 60°$，

$\therefore \angle ABC = \dfrac{180° - 60°}{2} = 60°$，

$\because \angle BAP = \angle ABP = 30°$，

$\therefore \angle PBD=\angle ABC-\angle ABP=30°$，

故答案为：30；

（2）$\because AB=AC$，

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形，

$\because$ 点 D 是边 BC 的中点，边 AC 的垂直平分线 MN 交 AD 于点 P，

$\therefore AP=BP$，

$\because \angle BAC=\alpha$，

$\therefore \angle ABC=\dfrac{180°-\alpha}{2}=90°-\dfrac{\alpha}{2}$，

$\because \angle BAP=\angle ABP=\dfrac{\alpha}{2}$，

$\therefore \angle PBD=\angle ABC-\angle ABP=90°-\alpha$，

故答案为：$90°-\alpha$．

三、解答题：（本大题共 8 小题，共 68 分．其中 17 题 10 分，18-21、26 题 6 分，22-25 题 7 分）

17.【答案】（1）$-x^2+2x-3$

（2）$2x^2-7x+4$

【分析】本题考查了整式混合运算，重点是多项式乘多项式法则以及完全平方公式的运用；

（1）先算乘法，再合并同类项；

（2）先用完全平方公式 $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$ 去括号，再算加减；

【小问 1 详解】

原式 $=x^2+3x-x-3-2x^2$

$=-x^2+2x-3$；

【小问 2 详解】

原式 $=x^2-4x+4+x^2-3x$

$=2x^2-7x+4$．

18.【答案】$12x^2+2x-1$，9

【分析】此题主要考查了整式化简求值，先利用整式的乘法和除法运算法则运算，再合并同类项，再把已知数据代入得出答案．

【详解】解：原式 $=16x^2-1-4x^2+2x$

$=12x^2+2x-1$

将 $x=-1$ 代入，原式 $=12\times(-1)^2+2\times(-1)-1=9$．

19.【答案】AF；BE；$AF=BE$；$CE=DF$；HL；全等三角形对应角相等

【分析】本题考查了三角形全等的判定与性质，灵活运用垂直的性质根据三角形全等的判定方法证明

$\text{Rt}\triangle CAF\cong\text{Rt}\triangle DBE\left(\text{HL}\right)$，即可得出结论.

【详解】证明：$\because AE=FB$，

$\therefore AE+EF=FB+EF$，

即 $AF=BE$.

$\because CA\perp AB$， $DB\perp AB$，

$\therefore \angle A=\angle B=90°$，

在 $\text{Rt}\triangle CAF$ 与 $\text{Rt}\triangle DBE$ 中，

$$\begin{cases}AF=BE\\CE-DF\end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle CAF\cong\text{Rt}\triangle DBE\left(\text{HL}\right)$，

$\therefore \angle AFC=\angle DEB$（全等三角形的对应角相等）.

20.【答案】(1）见解析　（2）$135°$

【分析】(1）根据 $BE\parallel DF$，可得 $\angle ABE=\angle D$，再证 $\triangle ABE$ 和 $\triangle FDC$ 全等即可；

（2）利用全等三角形的性质，求出 $\angle E$，根据 $\angle EBD=\angle E+\angle A$ 即可解决问题.

【小问 1 详解】

证明：$\because BE\parallel DF$，

$\therefore \angle ABE=\angle D$，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle FDC$ 中，

$\angle ABE=\angle D,\ AB=FD,\ \angle A=\angle F$

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle FDC$，

$\therefore AE=FC$；

【小问 2 详解】

解：$\because \triangle ABE\cong\triangle FDC$，

$\therefore \angle E=\angle FCD=25°$，

$\therefore \angle EBD=\angle E+\angle A=25°+110°=135°$.

【点睛】本题考查全等三角形的判定和性质，解题的关键是熟练掌握全等三角形的判定和性质，属于中考常考题型.

21.【答案】(1）见解析；

（2）$\left(0,3\right)$、$\left(0,-1\right)$、 $2,-1$.

【分析】(1）由关于 y 轴对称的点的坐标的特征先确定 A_1，B_1，C_1 三点的坐标，再描点，连线即可；

（2）根据全等三角形的判定可画出图形，根据图形可直接写出符合条件的点 D 坐标.

【小问 1 详解】

解：如图 1，$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求；

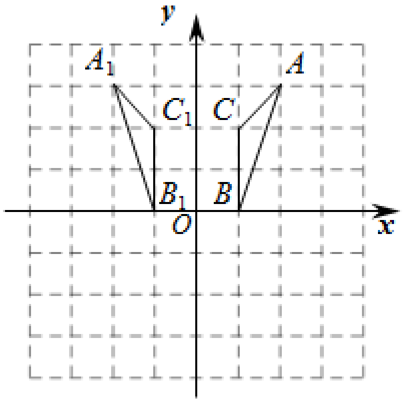


图 1

【小问 2 详解】

解：如图 2 所示，点 D 的坐标为 $(0,3)$ 或 $(0,-1)$ 或 $2,-1$ ；

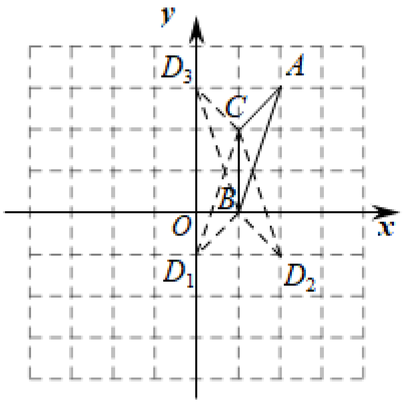


图 2

【点睛】本题考查了轴对称的性质，全等三角形的判定等，解题关键是牢固掌握关于坐标轴对称的点的坐标的特征并能灵活运用．

22.【答案】（1）$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

（2）拼图见解析，$2a^2+5ab+2b^2$

（3）$x^3-x=x(x+1)(x-1)$

【分析】本题考查了整式的混合运算：

（1）依据大正方形的面积等于小图形的面积之和即可求解；

（2）根据新长方形的边长画出图形，再根据图形得出等式即可求解；

（3）依据原几何体的体积与新几何体的体积相等建立等式即可；

利用直接法或间接法分别求出几何图形的面积或体积，然后根据他们的面积或体积相等列出等式是解题的关键．

【小问 1 详解】

解：由图可得，正方形的面积 $=(a+b+c)^2$，

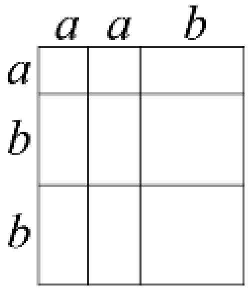
正方形的面积 $=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$，

$\therefore (a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$，

故答案为：$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$．

【小问 2 详解】

如图：



$\therefore \left(2a+b\right)\left(a+2b\right)=2a^2+5ab+2b^2$．

【小问 3 详解】

由图 4 得：原几何体的体积$=x^3-1\times1\cdot x=x^3-x$，

新几何体的体积$=\quad x+1\quad x-1\quad x$，

$\therefore x^3-x=x\left(x+1\right)\left(x-1\right)$，

故答案为：$x^3-x=x\left(x+1\right)\left(x-1\right)$．

23.【答案】（1）①③　（2）AC，BD，证明见解析

（3）见解析

【分析】本题考查了角平分线的性质，线段垂直平分线的判定及平行线的性质，三角形全等的判定与性质．

（1）根据全等三角形的判定 SSS 判断即可；

（2）根据垂直平分线的判定解答即可；

（3）根据线段垂直平分线的性质及平行线的性质解答即可．

【小问 1 详解】

解：①如图所示；在$\triangle ABC$和$\triangle ADC$中，

$$\begin{cases}AD=AB\\CD=CB\\AC=AC\end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle ADC\left(\text{SSS}\right)$，

$\therefore \angle DAC=\angle BAC$，即$\angle MOC=\angle NOC$，

$\therefore OC$是$\angle MON$的平分线，故①正确；

②中$\triangle AOB$和$\triangle COM$不全等，不能得出$\angle AOB=\angle COB$，故②错误；

类比①的证法，可得出③中$\triangle BAC\cong\triangle DAC$，

$\therefore \angle MOA=\angle NOA$，即$OC$是$\angle MON$的平分线，故③正确；

故答案为：①③；

【小问 2 详解】

结论：AC 垂直平分 BD，

证明：∵ $AD = AB$，

∴点 A 在 BD 的垂直平分线上，

∵ $BC = DC$，

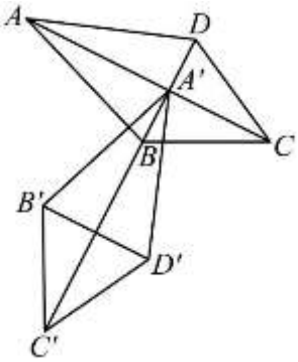
∴点 C 在 BD 的垂直平分线上，

∴ AC 垂直平分 BD；

【小问 3 详解】

解：同意；理由如下，

如图所示：第 1 次操作为，作 $\angle BAD$ 的角平分线 AC，连接 BD；第 2 次操作为，将角分仪点 A 与 AC, BD 交点的重合，作 $\angle B'A'D'$ 的角平分线 $A'C'$ 且与 $A'B$ 重合，



由（2）可知、AC 垂直平分 BD，BD 垂直平分 $B'D'$，

$\therefore AC \perp BD$，$BD \perp B'D'$，

$\therefore AC \parallel B'D$.

24.【答案】（1）见解析　（2）猜想：$2MF = CD$，理由见解析.

【分析】（1）由题意可得 $AM = BM$、$\angle AEM = \angle BFM = 90°$，再结合 $\angle ACM = \angle BDM$ 运用 AAS 即可证明结论；

（2）由题意可得 $\angle AEM = \angle BFM = 90°$，再根据 $\triangle AME \cong \triangle BMF$ 可得 $EM = FM$，$AE = BF$，进而证明 $\triangle ACE \cong \triangle BDF$ (AAS) 可得 $DF = CE$，然后根据线段的和差以及等量代换即可解答.

【小问 1 详解】

解：∵点 M 是 AB 的中点，

∴ $AM = BM$，

∵ $AE \perp CD$，$BF \perp CD$，

∴ $\angle AEM = \angle BFM = 90°$.

在 $\triangle AME$ 和 $\triangle BMF$ 中，

$$\begin{cases}\angle AEM=\angle BFM=90^{\circ}\\ \angle AME=\angle BMF\\ AM=AM\end{cases}$$

$\therefore \triangle AME\cong\triangle BMF\left(\text{AAS}\right)$.

【小问 2 详解】

解：猜想：$2MF=CD$．理由如下：

$\because AE\perp CD$，$BF\perp CD$，

$\therefore \angle AEM=\angle BFM=90^{\circ}$．

$\because \triangle AME\cong\triangle BMF$，

$\therefore EM=FM$，$AE=BF$．

在$\triangle ACE$和$\triangle BDF$中，

$$\begin{cases}\angle AEC=\angle BFD=90^{\circ}\\ \angle ACM=\angle BDM\\ AE=BF\end{cases}$$

$\therefore \triangle ACE\cong\triangle BDF\left(\text{AAS}\right)$.

$\therefore DF=CE$．

$\because DF=CD+CF$，$CE=EF+CF$，

$\therefore CD=EF$．

$\because EF=EM+FM$，$EM=FM$．

$\therefore 2MF=CD$．

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定与性质、全等三角形的判定等知识点，灵活运用全等三角形的判定与性质定理是解答本题的关键.

25.【答案】（1）$\angle DAE=60^{\circ}-\alpha$，$\angle AED=60^{\circ}+\alpha$

（2）$PC=AE+BP$，证明见解析

（3）1

【分析】（1）利用等边三角形的性质可得$\angle BAC=60^{\circ}$，结合角的和差运算可得$\angle DAE=60^{\circ}-\alpha$，再利用三角形的外角的性质可得$\angle AED=60^{\circ}+\alpha$；

（2）连接AQ，在BC上截取$CF=BP$，连接AF．证明$AQ=QE$，再证明$\triangle ABP\cong\triangle ACF$，可得$AP=AF$，$\angle FAC=\angle PAB=\alpha$，可得$AQ=AP=QE=AF$．再证明$\triangle AQE\cong\triangle PAF$，可得$AE=PF$，再结合线段的和差可得结论；

（3）如图，过M作$MS\perp BC$于S，连接MQ，MP，则$\angle MSB=90^{\circ}$，证明$BM=\dfrac{1}{2}AB=2$，$MQ=MP$，求解$BS=\dfrac{1}{2}BM=1$，$MS=\sqrt{3}$，结合当S，P重合时，MP最小，则MQ最小，从而可得答案.

【小问 1 详解】

解：$\because \triangle ABC$ 为等边三角形，

$\therefore \angle BAC = 60^\circ$，而 $\angle PAB = \alpha\left(0^\circ < \alpha < 30^\circ\right)$，

$\therefore \angle DAE = 60^\circ - \alpha$，

$\because \angle ADQ = 120^\circ$，

$\therefore \angle AED = 120^\circ - \left(60^\circ - \alpha\right) = 60^\circ + \alpha$；

【小问 2 详解】

$PC = AE + BP$；

证：连接 AQ，在 BC 上截取 $CF = BP$，连接 AF．

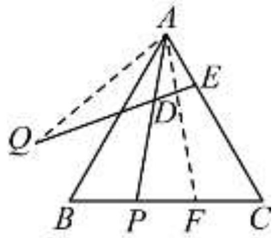
$\because$ 点 Q 是点 P 关于直线 AB 的对称点，

$\therefore AQ = AP$，$\angle QAB = \angle PAB = \alpha$．

$\because \angle BAC = 60^\circ$，

$\therefore \angle QAC = \angle QAB + \angle BAC = 60^\circ + \alpha = \angle AEQ$，

$\therefore AQ = QE$，$\angle Q = 180^\circ - \angle QAC - \angle AEQ = 60^\circ - 2\alpha$．



$\because \triangle ABC$ 为等边三角形，

$\therefore AB = AC$，$\angle B = \angle C = 60^\circ$．

在 $\triangle ABP$ 与 $\triangle ACF$ 中

$\because AB = AC$，$\angle B = \angle C = 60^\circ$，$BP = CF$，

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle ACF\left(\text{SAS}\right)$，

$\therefore AP = AF$，$\angle FAC = \angle PAB = \alpha$，

$\therefore \angle PAF = \angle BAC - \angle PAB - \angle FAC = 60^\circ - 2\alpha$．

$\because AQ = AP$，$AQ = QE$，$AP = AF$，

$\therefore AQ = AP = QE = AF$．

又 $\because \angle Q = \angle PAF = 60^\circ - 2\alpha$，

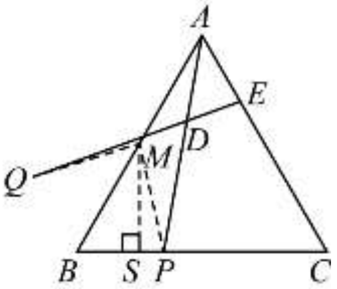
$\therefore \triangle AQE \cong \triangle PAF\left(\text{SAS}\right)$

$\therefore AE = PF$，

$\therefore PC = PF + FC = AE + BP$．

【小问 3 详解】

如图，过M作$MS\perp BC$于S，



连接MQ，MP，则$\angle MSB=90^\circ$，

$\because M$为AB的中点，$AB=4$，

$\therefore BM=\frac{1}{2}AB=2$，

$\because$点Q是点P关于直线AB的对称点，

$\therefore MQ=MP$，

$\because \angle B$=60°，则$\angle BMS=90^\circ-60^\circ=30^\circ$，

$\therefore BS=\frac{1}{2}BM=1$，

当S，P重合时，MP最小，则MQ最小，

$\therefore BP=BS=1$.

【点睛】本题考查的是三角形的外角的性质，三角形的内角和定理的应用，轴对称的性质，含30°的直角三角形的性质，全等三角形的判定与性质，等腰三角形的判定与性质，等边三角形的性质，作出合适的辅助线是解本题的关键.

26.【答案】(1) ①$(-2,2)$，$(-1,5)$；②$2<n<4$

(2) $1\le a\le 2$

【分析】(1) ①根据题目的新定义求解即可；②根据新定义表达出Q_2和Q_1，结合图形即可作答；

(2) 设点$D(0,d)$，则点D关于M的对应点$D'(2a,2b-d)$，根据点D关于M的对应点恰好落在$\triangle ABC$的边上，可得$2\le 2a\le 4$，问题得解.

【小问1详解】

①将点$B(4,0)$关于直线$x=1$对称得到点$(-2,0)$，

再将点$(-2,0)$关于直线$y=1$对称得到点$(-2,2)$，

则点$B(4,0)$关于M的“对应点”为$(-2,2)$，

将点$C(3,-3)$关于直线$x=1$对称得到点$(-1,-3)$，

再将点$(-1,-3)$关于直线$y=1$对称得到点$(-1,5)$，

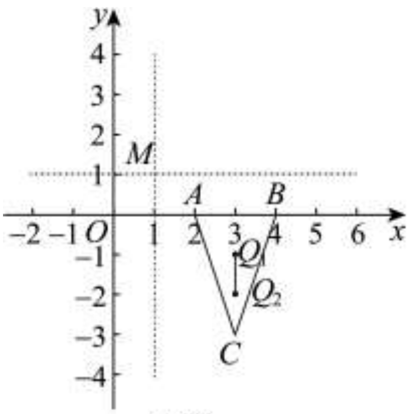
则点 $C(3,-3)$ 关于 M 的“对应点”为 $(-1,5)$，

故答案为：$(-2,2)$，$(-1,5)$；

②解：由上述可得点 $P_1(-1,n)$ 关于 M 的“对应点” Q_1 为 $(3,2-n)$，

点 $P_2(-1,n+1)$ 关于 M 的“对应点” Q_2 为 $(3,1-n)$.

如图，线段 Q_1Q_2 在 $\triangle ABC$ 内部，此时只需 Q_1 在 x 轴下方，Q_2 在 $C(3,-3)$ 轴上方，



图②

即 $\begin{cases} 2-n<0 \\ 1-n>-3 \end{cases}$，

解得 $2<n<4$；

∴ n 的取值范围是：$2<n<4$.

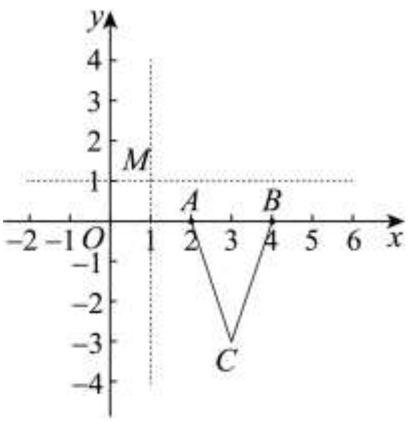
【小问 2 详解】

设点 $D(0,d)$，

∵ $M(a,b)$，

∴点 D 关于 M 的对应点 $D'(2a,2b-d)$，

∵点 D 关于 M 的对应点恰好落在 $\triangle ABC$ 的边上，



结合图形有：$2\le 2a\le 4$，

∴ $1\le a\le 2$，

即 a 的取值范围：$1 \le a \le 2$.

【点睛】本题考查了平面直角坐标系的新定义，轴对称的性质，坐标与图形等知识，解决本题的关键是掌握“对应点”的定义，结合轴对称表示出对应点的坐标，是解答本题的关键.