2024—2025 学年度第一学期暑假第一阶段练习题

年级：高三　科目：数学

考试时间：120 分钟，满分：150 分

命题：胡子默　审稿：杨坤

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题列出的四个选中，选出符合题目要求的一项）

1.设集合 $M=\{x|2x^2-2x<1\}$，$N=\{x|y=\lg(4-x^2)\}$，则(　　)

A.$M\cup N=M$　　B.$(\complement_{R}M)\cap N=\mathbf{R}$　　C.$(\complement_{R}M)\cap N=\varnothing$　　D.$M\cap N=M$

2. 下列命题为真命题的是(　　)

A.若 $a>b$，则 $\dfrac{b+c}{a+c}>\dfrac{b}{a}$;　　B.若 $a>b$，$c>d$，则 $a-d>b-c$;

C.若 $a<b<0$,则 $a^2<ab<b^2$;　　D.若 $a>b$,则 $\dfrac{1}{a-b}>\dfrac{1}{a}$.

3.已知函数 $f(2x+1)$ 的定义域为 $(-2,0)$，则 $f(x)$的定义域为(　　)

A.$(-2,0)$　　B.$(-4,0)$　　C.　$(-3,1)$　　D.　$\left(-\dfrac{1}{2},1\right)$

4. 设 $a=\log_3 2, b=\log_5 3, c=\dfrac{2}{3}$,则(　　)

A.$a<c<b$　　B.$a<b<c$　　C.$b<c<a$　　D.$c<a<b$

5.已知 $f(x)=\dfrac{(a+1)x+a}{x+1}$，且 $f(x-1)$的图象的对称中心是$(0,3)$，则 $f'(2)$的值为(　　)

A. $-\dfrac{1}{9}$　　B $\dfrac{1}{9}$　　C. $-\dfrac{1}{4}$　　D.$\dfrac{1}{4}$

6.设等差数列$\{a_n\},\{b_n\}$的前n项和分别为 S_n、T_n，若对任意的 $n\in\mathrm{N}^*$，都有 $\dfrac{S_n}{T_n}=\dfrac{2n-3}{4n-3}$，

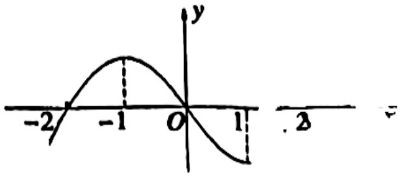
则 $\dfrac{a_2}{b_3+b_{13}}+\dfrac{a_{14}}{b_5+b_{11}}$ 的值为(　　)

A. $\dfrac{29}{45}$　　B. $\dfrac{13}{29}$　　C. $\dfrac{9}{19}$　　D. $\dfrac{19}{30}$

7.设是奇函数 $f(x)=\ln\left(\dfrac{2}{1-x}+a\right)$，则使 $f(x)<0$ 的 x 的取值范围是(　　)

A. $(-1,\ 0)$　　B. $(0,\ 1)$　　C. $(-\infty,\ 0)$　　D. $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$

8.已知 R 上可导函数 $f(x)$ 的图象如图所示，则不等式 $(x^2-2x-3)f'(x)>0$ 的解集为(　　)



A. $(-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$　　B. $(-\infty,-2)\cup(1,2)$

C. $(-\infty,-1)\cup(-1,0)\cup(2,+\infty)$　　D. $(-\infty,-1)\cup(-1,1)\cup(3,+\infty)$

9.已知定义在 R 上的奇函数 $f(x)$，满足 $f(x-4)=-f(x)$，且在区间 $[0,2]$ 上是增函数，则(　　)

A. $f(-25)<f(11)<f(80)$　　B. $f(80)<f(11)<f(-25)$

C. $f(11)<f(80)<f(-25)$　　D. $f(-25)<f(80)<f(11)$

10.已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-2x, x\ge a,\\ -x^2-2x, x<a.\end{cases}$ 则下列结论错误的是(　　)

A.存在实数 a，使函数 $f(x)$ 为奇函数；

B.对任意实数 a 和 k，函数 $y=f(x)+k$ 总存在零点；

C.对任意实数 a，函数 $f(x)$ 既无最大值也无最小值；

D.对于任意给定的正实数 m，总存在实数 a，使函数 $f(x)$ 在区间 $(-1,m)$ 上单调递减.

二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

11.若函数 $f(x)=|x+1|+|2x+a|$ 的最小值 3，则实数 a 的值为__________

12.已知 $a>0$ 且 $a\ne1$，$f(x)=x^2-a^x$，当 $x\in(-1,1)$ 时，均有 $f(x)<\dfrac{1}{2}$，则实数 a 的取值范围是_

13.若函数 $y(x)=\dfrac{a-\sin x}{\cos x}$ 在区间 $\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增，则实数 a 的取值范围是______.

14.定义在R上的函数$f(x)$满足$f(x)=\begin{cases}\log_2(1-x), x\le 0\\ f(x-1)-f(x-2), x>0\end{cases}$，则$f(2025)$的值为___.

15.设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，其前n项和为S_n，前n项积为T_n，并且满足条件$a_1>1$，$a_6a_7>1$，$\frac{a_6-1}{a_7-1}<0$,给出下列四个结论：

①$a_6a_8<1$；　　②$0<q<1$；　　③S_n有最小值；　　④T_n的最大值为T_6.

上述结论中正确的是________.

三、解答题（共6题，满分85分）

16.（本小题13分）已知数列$\{a_n\}$，其n项和为S_n，满足________.

请你从①$a_1=1, a_{n+1}=a_n+4$;②$S_n=2a_n-1$;③$a_1=1$，$a_n+a_{n+1}=2$.这三个条件中任选一个，补充在上面的“________”处，并回答下列问题：

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)当$S_n\le 100$时，求n的最大值.

17.（本小题13分）已知函数$f(x)=\frac{ax^2+1}{x+b}$的图像过点$(1,2)$，且函数图像又关于原点对称.

(1)求函数$f(x)$的解析式；

(2)若关于x的不等式$xf(x)>(t-2)x+(t-4)$在$(2,+\infty)$上恒成立,求实数t的取值范围.

18.（本小题14分）已知函数$f(x)=x^3-3x^2+ax\ (a\in\mathbf{R})$的两个极值点之差的绝对值为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

(1)求a的值；

(2)若过原点的直线l与曲线$y=f(x)$在点P处相切，求点P的坐标.

19.（本小题 15 分）已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1, a_2=\frac{1}{2}$，且 $[3+(-1)^n]a_{n+2}-2a_n+2[(-1)^n-1]=0$ $(n\in N^*)$

(1)求 a_3, a_4, a_5, a_6 的值及数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设 $b_n=a_{2n-1}\cdot a_{2n}$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和 S_n.

20.（本小题 15 分）已知函数 $f(x)=xe^{-x}$ $(x\in \mathbf{R})$.

(1)求函数 $f(x)$ 的单调区间和极值；

(2)已知函数 $y=g(x)$ 的图象与函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称.

证明:当 $x>1$ 时，$f(x)>g(x)$.

(3)如果 $x_1\neq x_2$，且 $f(x_1)=f(x_2)$，证明：$x_1+x_2>2$

21.（本小题 15 分）集合论在离散数学中有着非常重要的地位. 对于非空集合 A 和 B，定义和集 $A+B=\{a+b|a\in A, b\in B\}$，用符号 $d(A+B)$表示和集 $A+B$ 内的元素个数.

(1)已知集合 $A=\{1,3,5\}$, $B=\{1,2,6\}$, $C=\{1,2,6,x\}$，若 $A+B=A+C$，求 x 的值；

(2)记集合 $A_n=\{1,2,\ldots n\}, B_n=\{\sqrt{2},2\sqrt{2},\ldots,n\sqrt{2}\}, C_n=A_n+B_n$, a_n为 C_n 中所有元素之和，$n\in N^*$，求证：$\frac{1}{a_1}+\frac{2}{a_2}+\ldots+\frac{n}{a_n}<2(\sqrt{2}-1)$；

(3)若 A 与 B 都是由 m ($m\geq 3$，$m\in N^*$) 个整数构成的集合，且 $d(A+B)=2m-1$，证明：若按一定顺序排列，集合 A 与 B 中的元素是两个公差相等的等差数列.