2023 北京东直门中学初三（上）期中

数　　学

考试时间：120 分钟 总分 100 分

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

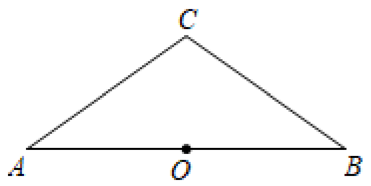
1. “瓦当”是中国古建筑中覆盖檐头筒瓦前端的遮挡，主要有防水、排水、保护木制飞檐和美化屋面轮廓的作用．瓦当上的图案设计优美，字体行云流水，极富变化，是中国特有的文化艺术遗产．下面“瓦当”图案中既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A. 　B. 　C. 　D. 

2. 抛物线 $y=(x-1)^2+3$ 的顶点坐标为(　　)

A. $(1,3)$　B. $(-1,3)$　C. $(-1,-3)$　D. $(3,1)$

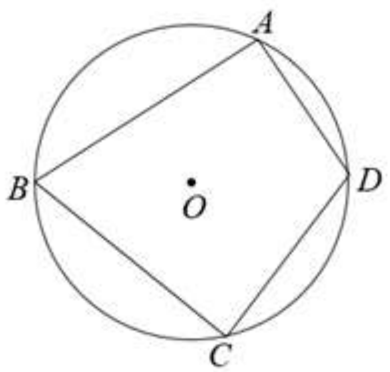
3. 在△ABC 中，$CA=CB$，点 O 为 AB 中点．以点 C 为圆心，CO 长为半径作⊙C，则⊙C 与 AB 的位置关系是（　）



A. 相交　B. 相切

C.相离　D. 不确定

4. 如图，四边形 $ABCD$ 是⊙O 的内接四边形，$\angle B=70°$，则 $\angle D$ 的度数是(　　)



A. 110°　B. 90°　C. 70°　D. 50°

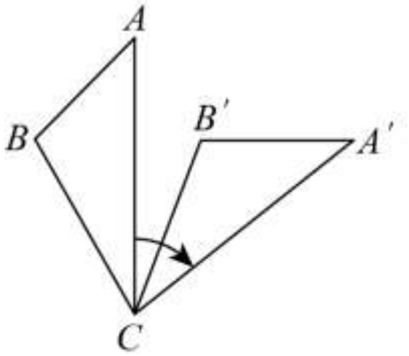
5. 若一个扇形的圆心角为 90°，半径为 6，则该扇形的面积为（　）

A. $\frac{3\pi}{2}$　B. 3π　C. 6π　D. 9π

6. 一元二次方程$kx^2-6x+3=0$有两个不相等的实数根，则k的取值范围是（　　）

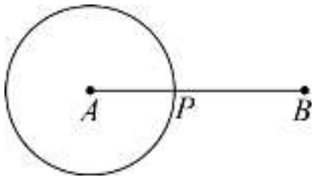
A. $k<3$　　　　B. $k<3$且$k\neq 0$　　　　C. $k\leq 3$　　　　D. $k\leq 3$且$k\neq 0$

7. 如图，将$\triangle ABC$绕着点C顺时针旋转$50°$后得到$\triangle A'B'C'$．若$\angle A=40°, \angle B'=110°$，则$\angle BCA'$的度数是（　）



A. 90°　　　　B. 80°　　　　C. $50°$　　　　D. 30°

8. 如图，线段AB＝5，动点P以每秒1个单位长度的速度从点A出发，沿线段AB运动至点B，以点A为圆心，线段AP长为半径作圆．设点P的运动时间为t，点P，B之间的距离为y，$\odot A$的面积为S，则y与t，S与t满足的函数关系分别是（　）



A. 正比例函数关系，一次函数关系　　　　B. 一次函数关系，正比例函数关系

C. 一次函数关系， 二次函数关系　　　　D. 正比例函数关系，二次函数关系

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

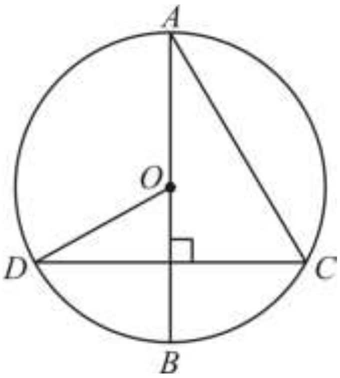
9. 在平面直角坐标系中，点A的坐标为（－2，3），若点A与点B关于原点O对称，则B点的坐标为____.

10. 请写出一个开口向上，且经过点$(0,-1)$的二次函数解析式：________.

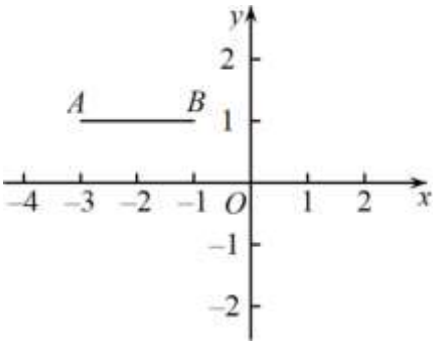
11. 参加足球联赛的每两个队都进行2场比赛，共要比赛90场，共有多少个队参加比赛？设参加比赛的有x个队，根据题意，可列方程为________.

12. 把抛物线$y=\frac{1}{2}x^2+1$向右平移2个单位长度，得到的抛物线的解析式为________.

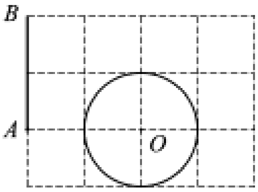
13. 如图，在$\odot O$中AB是直径，$CD\perp AB$，$\angle BAC=30°$，$OD=2$，那么DC的长等于________.



14. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(-3,1)$，$B(-1,1)$，若抛物线 $y=ax^2\,(a>0)$ 与线段 AB 有公共点，则 a 的取值范围是___________.



15. 如图所示的网格是正方形网格，线段 AB 绕点 A 顺时针旋转 α（$0°<\alpha<180°$）后与⊙O 相切，则 α 的值为_____.



16. 某快递员负责为A，B，C，D，E 五个小区取送快递，每送一个快递收益 1 元，每取一个快递收益 2 元，某天 5 个小区需要取送快递数量下表.

小区	需送快递数量	需取快递数量
A	15	6
B	10	5
C	8	5
D	4	7
E	13	4

（1）如果快递员一个上午最多前往 3 个小区，且要求他最少送快递 30 件，最少取快递 15 件，写出一种满足条件的方案______（写出小区编号）;

（2）在（1）的条件下，如果快递员想要在上午达到最大收益，写出他的最优方案______（写出小区编号）.

三、解答题（本题共 68 分，17 题 5 分，18 题每小题 4 分，第 19—25 题，每小题 5 分，26 题 6 分，第 27、28 题，每小题 7 分）

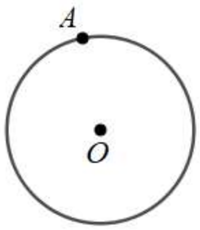
17. 计算：$2\cos 30°+|-\sqrt{3}|-(\pi-\sqrt{3})^0-\sqrt{12}$.

18. 解一元二次方程：

（1）解方程：$x^2+5x=0$

（2）解方程：$x^2-6x=1$（配方法）

19. 下面是小亮设计的“过圆上一点作已知圆的切线”的尺规作图过程.



已知：点 A 在$\odot O$ 上.

求作：直线 PA 和$\odot O$ 相切.

作法：如图，

①连接 AO；

②以 A 为圆心，AO 长为半径作弧，与$\odot O$ 的一个交点为 B；

③连接 BO；

④以 B 为圆心，BO 长为半径作圆；

⑤作$\odot B$ 的直径 OP；

⑥作直线 PA.

所以直线 PA 就是所求作的$\odot O$ 的切线.

根据小亮设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明：

证明：在$\odot O$ 中，连接 BA.

$\because OA=OB$，$AO=AB$，

$\therefore OB=AB$.

$\therefore$点 A 在$\odot B$ 上.

$\because OP$ 是$\odot B$ 的直径，

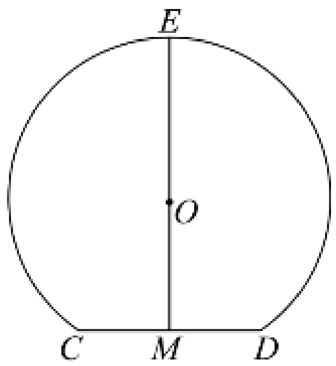
$\therefore \angle OAP=90°$（______）（填推理的依据）.

$\therefore OA\perp AP$.

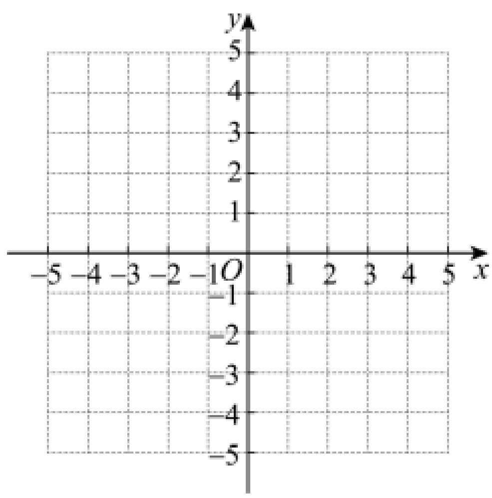
又$\because$点 A 在$\odot O$ 上，

$\therefore PA$ 是$\odot O$ 的切线（______）（填推理的依据）.

20. 如图是一个隧道的横截面，它的形状是以点 O 为圆心的圆的一部分．如果 M 是 $\odot O$ 中弦 CD 的中点，EM 经过圆心 O 交 $\odot O$ 于点 E，$CD=6$，$EM=9$，求 $\odot O$ 的半径．



21. 已知二次函数 $y=x^2-4x+3$．



（1）二次函数 $y=x^2-4x+3$ 图象与 x 轴的交点坐标是 ____，y 轴的交点坐标是 ____，顶点坐标是 ____；

（2）在平面直角坐标系 xOy 中，画出二次函数 $y=x^2-4x+3$ 的图象；

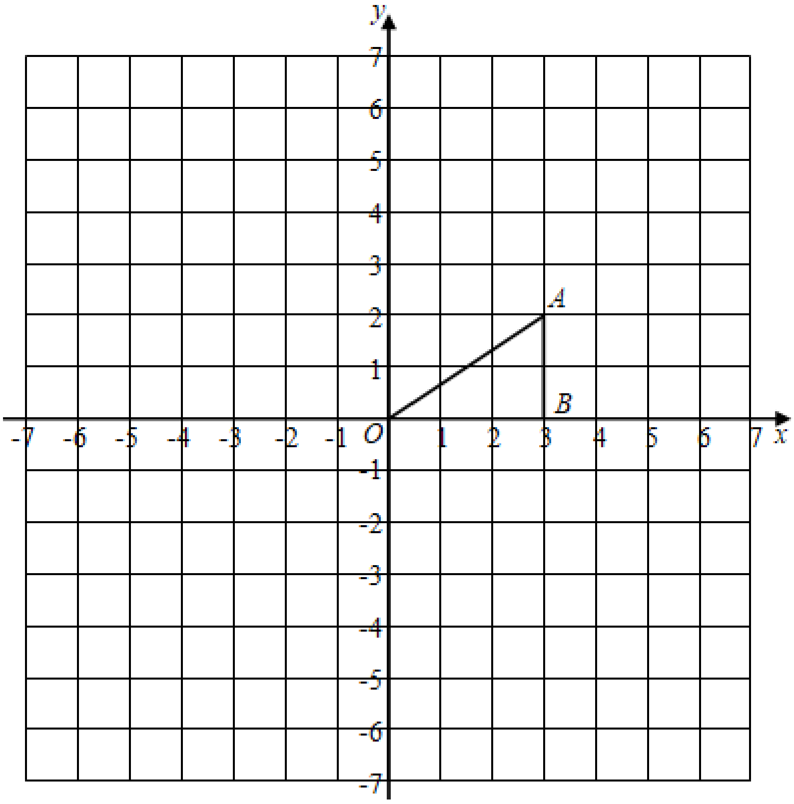
（3）当 $1<x<4$ 时，结合函数图象，直接写出 y 的取值范围 ____．

22. 如图，点 A 的坐标为(3，2)，点 B 的坐标为(3，0)，作如下操作：以点 A 为旋转中心，将 $\triangle ABO$ 顺时针方向旋转 90°，得到 $\triangle AB_1O_1$．

（1）在图中画出 $\triangle AB_1O_1$．

（2）请接写出点 B_1 的坐标____．

（3）请直接写出点 B 旋转到点 B_1 所经过的路径长____．

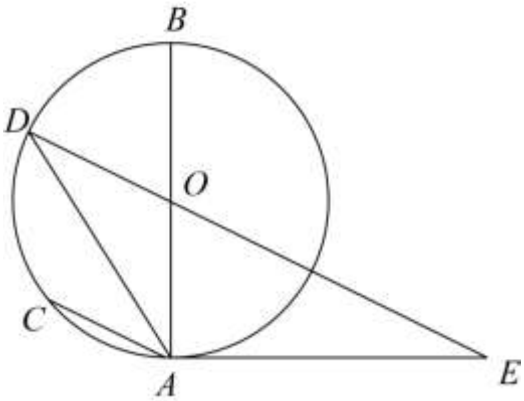


23. 已知关于x的一元二次方程$x^2-x+m-2=0$有两个不相等的实数根.

（1）求m的取值范围；

（2）若m为正整数，且该方程的根都是整数，求m的值.

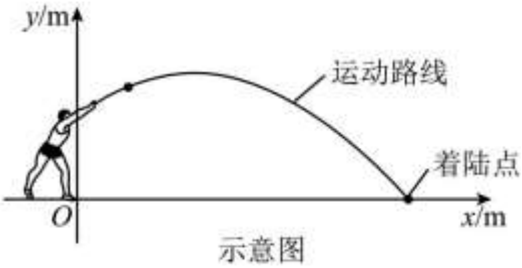
24. 如图，AB为$\odot O$的直径，$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{CD}$，过点$A$作$\odot O$的切线，交$DO$的延长线于点$E$.



（1）求证：$AC /\!/ DE$；

（2）若$AC=2$，$\tan E=\dfrac{1}{2}$，求OE的长.

25. 原地正面掷实心球是北京市初中学业水平考试体育现场考试的选考项目之一．实心球被掷出后的运动路线可以看作是抛物线的一部分．建立如图所示的平面直角坐标系xOy，实心球从出手到陆的过程中，它的直高度y（单位：m）与水距x（单位：m）近似满足函数关系$y=a(x-h)^2+k(a<0)$.



示意图

小明进行了两次掷实心球训练.

（1）第一次训练时，实心球的水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下：

水平距离 x/m	0	1	2	3	4	5	6
竖直高度 y/m	2.0	2.7	3.2	3.5	3.6	3.5	3.2

根据上述数据，

①实心球竖直高度的最大的值是________m；

②求出函数解析式________；

（2）第二次训练时，实心球的竖直高度 y 与水平距离 x 近似满足函数关系 $y=-0.09(x-4)^2+3.6$，记第一次训练实心球的着陆点的水平距离为 d_1，第二次训练实心球的陆点的水平距离为 d_2，则 d_1________d_2（填“＞”，“＝”或“＜”）

26. 已知关于 x 的二次函数 $y=x^2-2tx+2$.

（1）求该抛物线的对称轴（用含 t 的式子表示）；

（2）若点 $M\left(t-3,m\right)$，$N\left(t+5,n\right)$ 在抛物线上，则 m________n；（填“＞”，“＜”或“=”）

（3）$P\left(x_1,y_1\right)$，$Q\left(x_2,y_2\right)$ 是抛物线上的任意两个点，若对于 $-1\le x_1<3$ 且 $x_2=3$，都有 $y_1\le y_2$，求 t 的取值范围.

27. 已知正方形 $ABCD$ 和一动点 E，连接 CE，将线段 CE 绕点 C 顺时针旋转 $90°$ 得到线段 CF，连接 BE，DF.

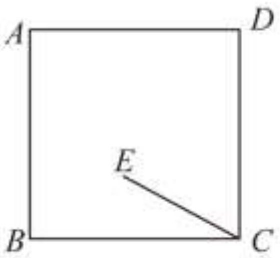


图1

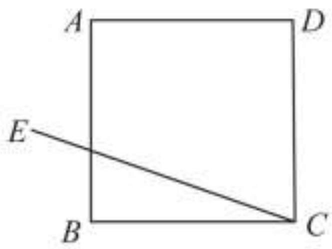


图2

（1）如图 1，当点 E 在正方形 $ABCD$ 内部时，

①依题意补全图 1；

②求证：$BE=DF$；

（2）如图 2，当点 E 在正方形 $ABCD$ 外部时，连接 AF，取 AF 中点 M，连接 AE，DM，用等式表示

线段 AE 与 DM 的数量关系，并证明.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，$\odot O$ 的半径为 1，P 是 $\odot O$ 外一点，给出如下的定义：若在 $\odot O$ 上存在一点 T，使得点 P 关于某条过点 T 的直线对称后的点 Q 在 $\odot O$ 上，则称 Q 为点 P 关于 $\odot O$ 的关联点.

（1）当点 P 在直线 $y=2x$ 上时，

①若点 $P(1,2)$，在点 $Q_1\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2},-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$，$Q_2(0,1)$，$Q_3(1,0)$ 中，点 P 关于 $\odot O$ 的关联点是______；

②若 P 关于 $\odot O$ 的关联点 Q 存在，求点 P 的横坐标 p 的取值范围；

（2）已知点 $A\left(2,\dfrac{3}{2}\right)$，动点 M 满足 $AM\le 1$，若 M 关于 $\odot O$ 的关联点 N 存在，直接写出 MN 的取值范围.

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1.【答案】B

【分析】根据圆的性质和轴对称图形与中心对称图形的定义解答.

【详解】A、不是轴对称图形，也不是中心对称图形，选项错误；

B、既是轴对称图形又是中心对称图形，故选项正确；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，选项错误；

D、不是轴对称图形，是中心对称图形，选项错误.

故选 B.

【点睛】本题考查了中心对称图形和轴对称图形的定义，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合.

2.【答案】A

【分析】根据顶点式的特点可直接写出顶点坐标.

【详解】因为$y=(x-1)^2+3$是抛物线的顶点式，

根据顶点式的坐标特点可知，顶点坐标为（1，3）.

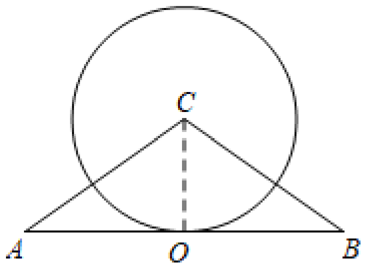
故选A.

【点睛】本题考查了二次函数的性质：顶点式$y=a(x-h)^2+k$，顶点坐标是（h，k），对称轴是x=h，此题考查了学生的应用能力.

3.【答案】B

【分析】根据等腰三角形的性质，三线合一即可得$CO\perp AB$，根据三角形切线的判定即可判断AB是$\odot C$的切线，进而可得$\odot C$与AB的位置关系

【详解】解：连接CO，



$\because CA=CB$，点O为AB中点.

$\therefore CO\perp AB$

$\because CO$为$\odot C$的半径，

$\therefore AB$是$\odot C$的切线，

$\therefore \odot C$与AB的位置关系是相切

故选 B

【点睛】本题考查了三线合一，切线的判定，直线与圆的位置关系，掌握切线判定定理是解题的关键．

4.【答案】A

【分析】先根据圆内接四边形的对角互补得出$\angle D+\angle B=180°$，即可解答．

【详解】解：∵四边形$ABCD$是$\odot O$的内接四边形，

$\therefore \angle D+\angle B=180°$，

$\therefore \angle D=180°-70°=110°$，

故选：A．

【点睛】本题考查的是圆内接四边形的性质，熟知圆内接四边形对角互补的性质是解答此题的关键．

5.【答案】D

【分析】根据扇形公式$S_{扇形}=\dfrac{n\pi R^2}{360}$，代入数据运算即可得出答案．

【详解】解：由题意得，n=90°，R=6，

$S_{扇形}=\dfrac{n\pi R^2}{360}=\dfrac{90\pi 6^2}{360}=9\pi$，

故选：D．

【点睛】本题主要考查了扇形的面积计算，属于基础题，解答本题的关键是熟练掌握扇形的面积公式，另外要明白扇形公式中，每个字母所代表的含义．

6.【答案】B

【分析】根据一元二次方程的定义和一元二次方程根的判别式求解即可；

【详解】解：由题意得：$\begin{cases}(-6)^2-12k>0\\ k\neq 0\end{cases}$

解得：$k<3$且$k\neq 0$

故选：B．

【点睛】本题考查了一元二次方程根的判别式，同时要满足该方程的二次项系数不为0；熟练运用根的判别式是解题关键．

7.【答案】B

【分析】先利用旋转的性质得到$\angle ACA'=50°$，$\angle B=\angle B'=110°$，再利用三角形内角和计算出$\angle ACB=30°$，然后计算$\angle BCA+\angle ACA'$即可．

【详解】解：∵$\triangle ABC$绕着点C顺时针旋转$50°$后得到$\triangle A'B'C'$，

$\therefore \angle ACA'=50°$，$\angle B=\angle B'=110°$，

$\because \angle A=40°$，

$\therefore \angle ACB=180°-\angle A-\angle B=30°$，

$\therefore \angle BCA'=\angle BCA+\angle ACA'=30°+50°=80°$．

故选：B．

【点睛】本题考查了三角形内角和定理，旋转的性质，熟知旋转的性质是解题的关键：旋转图形对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；旋转前、后的图形全等.

8.【答案】C

【分析】根据题意分别列出 y 与 t，S 与 t 的函数关系，进而进行判断即可.

【详解】解：根据题意得 $AP=t$， $PB=AB-AP=5-t$，

即 $y=5-t\ (0\le t\le 5)$，是一次函数；

$\odot A$ 的面积为 $S=\pi\times AP^2=\pi t^2$，即 $S=\pi t^2\ (0\le t\le 5)$，是二次函数

故选 C

【点睛】本题考查了列函数表达式，一次函数与二次函数的识别，根据题意列出函数表达式是解题的关键.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9.【答案】（2，﹣3）

【分析】根据关于原点对称的点的坐标特点：两个点关于原点对称时，它们的对应坐标符号相反可直接得到答案.

【详解】解：∵点 A 和点 B 关于原点对称，点 A 的坐标为（﹣2，3），

∴点 B 的坐标为（2，﹣3），

故答案为：（2，﹣3）.

【点睛】此题主要考查了关于原点对称的点的坐标特点，关键是掌握点的坐标的变化规律.

10.【答案】 $y=x^2-1$

【分析】本题主要考查二次函数的性质，掌握二次函数的各种形式，利用特殊点代入求得答案即可．根据二次函数的性质，二次项系数大于 0 时，开口方向向下，再利用过点 $(0,-1)$ 得出即可.

【详解】解：∵开口向上，且经过点 $(0,-1)$ 的二次函数解析式，

设顶点坐标为 $(0,-1)$，

故解析式为 $y=x^2-1$.

故答案为： $y=x^2-1$.

11.【答案】 $x(x-1)=90$

【分析】本题主要考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找准等量关系，正确列出方程是解题的关键．利用比赛的总场数＝参赛队伍数×(参赛队伍数 $-1)$ 即可得到答案.

【详解】解：由题意得 $x(x-1)=90$，

故答案为： $x(x-1)=90$.

12.【答案】 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$

【分析】本题主要考查二次函数图像的与几何变换，熟记“上加下减，左加右减”是解题的关键．根据“上加下减，左加右减”解题即可.

【详解】解：抛物线$y=\frac{1}{2}x^2+1$向右平移2个单位长度，

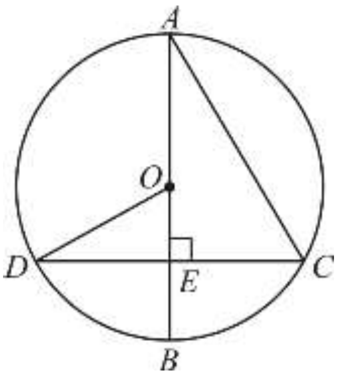
得$y=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$，

故答案为：$y=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$.

13.【答案】$2\sqrt{3}$

【分析】本题考查垂径定理、勾股定理和$30°$所对的直角边等于斜边的一半，根据$\angle BAC=30°$，得出$\angle DCA$，结合同弧所对的圆周角等于圆心角一半得到$\angle DOA$，推出$\angle ODE=30°$，再结合$30°$所对的直角边等于斜边的一半和勾股定理，即可求解.

【详解】解：记$CD\perp AB$于点E，



$\because \odot O$中AB是直径，

$\therefore DE=EC$，$\angle AED=\angle AEC=90°$，

$\because \angle BAC=30°$，

$\therefore \angle DCA=60°$，

$\because \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AD}$，

$\therefore \angle DOA=120°$，

$\therefore \angle DOE=60°$，

$\therefore \angle ODE=30°$，

$\therefore OE=\frac{1}{2}OD$，

$\because OD=2$，

$\therefore OE=1$，

$\therefore DE=\sqrt{OD^2-OE^2}=\sqrt{3}$，

$\therefore DC=2\sqrt{3}$.

故答案为：$2\sqrt{3}$.

14.【答案】$\frac{1}{9}\le a\le 1$##$1\ge a\ge\frac{1}{9}$

【分析】分别把 A、B 点的坐标代入 $y=ax^2$ 得 a 的值，根据二次函数的性质得到 a 的取值范围.

【详解】解：把 $A(-3,1)$ 代入 $y=ax^2$ 得 $a=\frac{1}{9}$；

把 $B(-1,1)$ 代入 $y=ax^2$ 得 $a=1$，

$\therefore a$ 的取值范围为 $\frac{1}{9}\le a\le 1$.

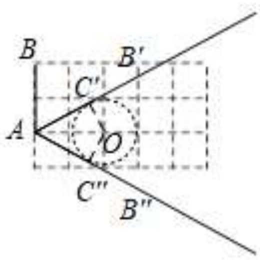
故答案为：$\frac{1}{9}\le a\le 1$.

【点睛】本题考查二次函数的图象与性质，解题的关键是熟练掌握二次函数的性质.

15.【答案】60°或 120 °

【分析】线段 AB 绕点 A 顺时针旋转 α（0°＜α＜180°）后与⊙O 相切，切点为 C′和 C″，连接 OC′、OC″，根据切线的性质得 OC′⊥AB′，OC″⊥AB″，利用直角三角形 30 度的判定或三角函数求出∠OAC′=30°，从而得到∠BAB′=60°，同理可得∠OAC″=30°，则∠BAB″=120°.

【详解】线段 AB 绕点 A 顺时针旋转 α（0°＜α＜180°）后与⊙O 相切，切点为 C′和 C″，连接 OC′、OC″，则 OC′⊥AB′，OC″⊥AB″，



在 Rt△OAC′中，∵OC′=1，OA=2，

∴∠OAC′=30°，

∴∠BAB′=60°，

同理可得∠OAC″=30°，

∴∠BAB″=120°，

综上所述，α 的值为 60°或 120°.

故答案为 60°或 120°.

【点睛】本题考查了切线的性质：圆的切线垂直于经过切点的半径．也考查了旋转的性质和直角三角形的性质.

16.【答案】 ①.A，B，C(答案不唯一) ②.A，B，E

【分析】(1) 根据三个小区需送快递总数量 ≥ 30，需取快递总数量 ≥ 15，求解即可；

(2) 先求出第个小区总收益，再比较，选择收益最多的，且又满足需送快递总数量 ≥ 30，需取快递总数量 ≥ 15 的三个小区即可.

【详解】解：(1) ∵A 小区需送快递数量 15，需取快递数量 6，B 小区需送快递数量 10，需取快递数量 5，C 小区需送快递数量 8，需取快递数量 5，

∴若前往 A、B、C 小区，需取快递数量为$15+10+8=33>30$，

需取快递数量为$6+5+5=16>15$，

∴前往 A，B，C 小区满足条件，

故答案为：A，B，C(答案不唯一)；

（2）前往 A 小区收益为：$15\times1+6\times2=28$(元)，

前往 B 小区收益为：$10\times1+5\times2=20$(元)，

前往 C 小区收益为：$8\times1+5\times2=18$(元)，

前往 D 小区收益为：$4\times1+7\times2=18$(元)，

前往 E 小区收益为：$13\times1+4\times2=21$(元)，

∵ $28>21>20>18$，$15+10+13>30$，$6+5+4=15$，

∴他的最优方案是前往 A、B、E 小区收益最大，

故答案为：A，B，E．

【点睛】本题考查有理数混合运算，有理数比较大小，属基础题目，难度不大．

三、解答题（本题共 68 分，17 题 5 分，18 题每小题 4 分，第 19—25 题，每小题 5 分，26 题 6 分，第 27、28 题，每小题 7 分）

17.【答案】-1

【分析】根据实数的计算，把各个部分的值求出来进行计算即可．

【详解】解：原式=$2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}-1-2\sqrt{3}$

=$\sqrt{3}+\sqrt{3}-1-2\sqrt{3}$

=-1．

【点睛】本题考查了实数的混合运算，准确记忆特殊角的锐角三角函数值、绝对值化简、零指数幂、二次根式的化简是解题的关键．

18.【答案】（1）$x_1=0$，$x_2=-5$

（2）$x_1=3+\sqrt{10}$，$x_2=3-\sqrt{10}$

【分析】本题主要考查解一元二次方程，熟练掌握解一元二次方程的方法是解题的关键．

（1）根据因式分解法解一元二次方程即可；

（2）根据配方法解一元二次方程即可；

【小问 1 详解】

解：$x^2+5x=0$，

$x(x+5)=0$，

$x_1=0$，$x_2=-5$；

【小问 2 详解】

解：$x^2-6x=1$，

$x^2-6x+9=1+9$，

$(x-3)^2=10$，

$x-3=\pm\sqrt{10}$，

$x_1=3+\sqrt{10}$， $x_2=3-\sqrt{10}$．

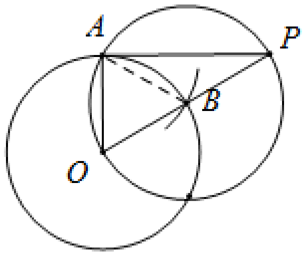
19.【答案】（1）见解析　（2）直径所对的圆周角是直角；经过半径的外端，并且垂直于这条半径的直线是圆的切线

【分析】（1）根据题意作出图形即可；

（2）根据圆周角定理得到$\angle OAP=90°$，根据切线的判定定理即可得到结论．

【小问1详解】

解：补全的图形如图所示；



【小问2详解】

证明：在⊙O中，连接BA．

∵$OA=OB$，$AO=AB$，

∴$OB=AB$．

∴点A在⊙B上．

∵OP是⊙B的直径，

∴$\angle OAP=90°$（直径所对的圆周角是直角）（填推理的依据）．

∴$OA\perp AP$．

又∵点A在⊙O上，

∴PA是⊙O的切线（经过半径的外端，并且垂直于这条半径的直线是圆的切线）（填推理的依据）．

故答案为：直径所对的圆周角是直角；经过半径的外端，并且垂直于这条半径的直线是圆的切线

【点睛】本题考查了作图，切线的判定，圆周角定理，正确的作出图形是解题的关键．

20.【答案】5

【分析】本题主要考查了垂径定理，构造直角三角形是解题的关键．连接OC，由垂径定理得出$EM\perp CD$，则$CM=DM=2$，根据勾股定理求解即可．

【详解】解：连接OC，

∵M是⊙O中弦CD的中点，EM经过圆心O，

∴$EM\perp MD$，

$\therefore CM=MD$，

$\because CD=6$，

$\therefore CM=3$，

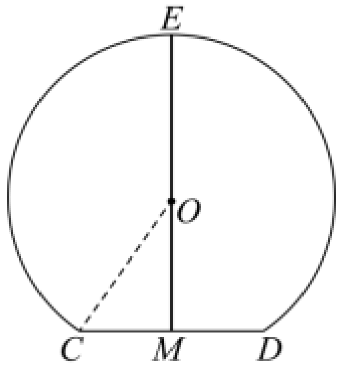
设$OC=x$，则$OM=9-x$，

在$\text{Rt}\triangle COM$中，根据勾股定理可得，

$3^2+(9-x)^2=x^2$，

解得$x=5$．

故$\odot O$的半径为5．



21.【答案】（1）$(1,0)$，$(3,0)$；$(0,3)$；$(2,-1)$

（2）见解析　（3）$-1\le y<3$

【分析】本题考查了二次函数的图象和性质，画二次函数图象；

（1）把一般式配成顶点式得到抛物线的顶点坐标，分别令$x=0,y=0$求得与坐标轴的交点坐标；

（2）先确定抛物线与坐标轴的交点坐标，然后利用描点法画出二次函数图象；

（3）结合二次函数图象，写出当$1<x<4$时对应的y的取值范围．

【小问1详解】

解：令$y=0$，则$x^2-4x+3=0$，

解得：$x_1=1,x_2=3$，

$\therefore$二次函数$y=x^2-4x+3$图象与x轴的交点坐标是$(1,0)$，$(3,0)$，

令$x=0$，解得：$y=3$，

$\therefore$二次函数$y=x^2-4x+3$图象与y轴的交点坐标是$(0,3)$；

$\because y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$，

$\therefore$该二次函数图象顶点坐标为$(2,-1)$；

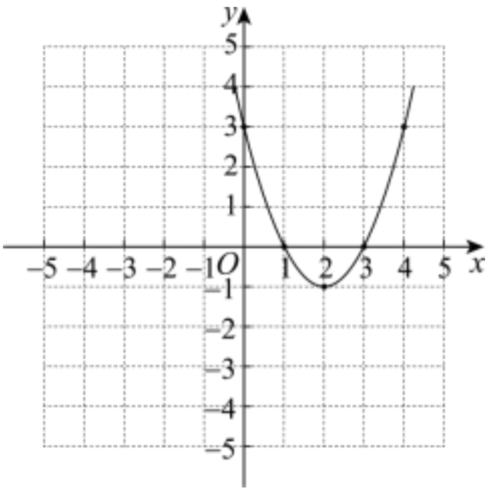
故答案为：$(1,0)$，$(3,0)$；$(0,3)$；$(2,-1)$．

【小问2详解】

解：列表：

x	…	0	1	2	3	4	…
y	…	3	0	-1	0	3	…

描点，连线，如图：



；

【小问 3 详解】

解：由图象可知，当$1<x<4$时，$-1\le y<3$.

故答案为：$-1\le y<3$.

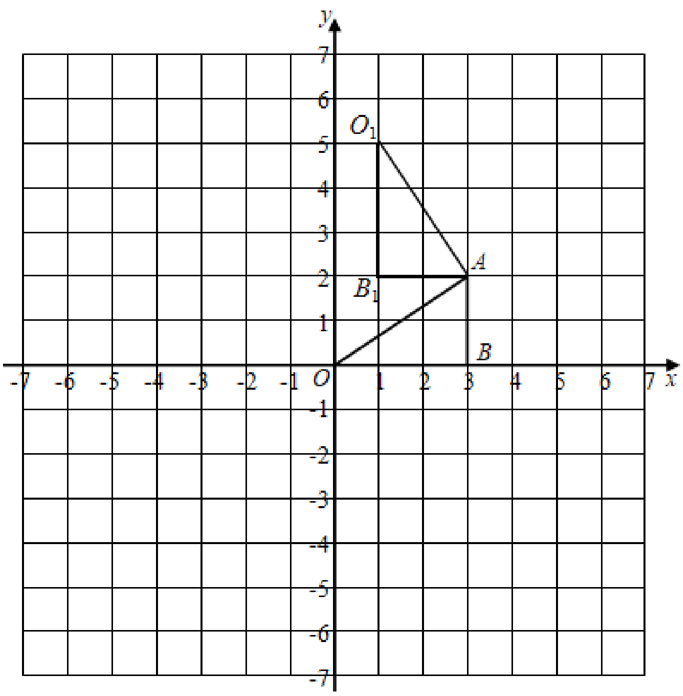
22.【答案】(1) 见解析，(2) (1，2)，(3) π

【分析】(1) 利用网格和旋转的性质画出点 B、O 的对应点 B_1、O_1，从而得到$\triangle AB_1O_1$；

(2) 由 (1) 得到点 B_1 的坐标；

(3) 根据弧长公式求解即可.

【详解】解：(1) 如图，$\triangle AB_1O_1$ 为所作；



(2) 点 B_1 的坐标为 (1，2)；

故答案为（1，2）；

（3）点 B 旋转到点 B_1 所经过的路线长＝$\dfrac{90\cdot\pi\cdot 2}{180}$＝π

故答案为：π.

【点睛】本题考查了作图－旋转变换和弧长公式，解题关键是根据旋转的性质作出对应点.

23.【答案】（1）$m<\dfrac{9}{4}$

（2）$m=2$

【分析】本题主要考查根的判别式和解一元二次方程，熟练掌握根的判别式是解题的关键.

（1）根据题意 $\Delta>0$，代入求解即可；

（2）求出 $m=1$或2，代入方程求解即可.

【小问 1 详解】

解：依题意得 $\Delta=b^2-4ac=(-1)^2-4\times1\times(m-2)>0$

$\therefore m<\dfrac{9}{4}$；

【小问 2 详解】

解：$\because m$ 为正整数，

$\therefore m=1$或2，

当 $m=1$时，方程为 $x^2-x-1=0$ 的根 $x=\dfrac{1\pm\sqrt{2}}{2}$ 不是整数，

当 $m=2$ 时，方程为 $x^2-x=0$ 的根 $x_1=0, x_2=1$，都是整数，

故 $m=2$.

24.【答案】（1）见解析　（2）5

【分析】（1）根据同圆中，等弧相等性质可得 $\angle BAD=\angle CAD$，再利用等边对等角及等量代换即可证得 $\angle CAD=\angle D$ 从而证得结论.

（2）连接 BC，利用直径所对的圆周角是直角结合（1）中平行线的性质可求得 $\angle B=\angle E$，从而得到 $\tan B=\tan E$，根据直角三角形的锐角三角函数的值结合勾股定理即可求得答案.

【小问 1 详解】

证明：$\because \overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{CD}$，

$\therefore \angle BAD=\angle CAD$，

$\because OA=OD$，

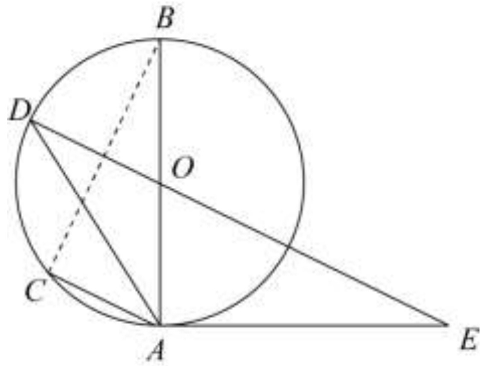
$\therefore \angle D=\angle BAD$，

$\therefore \angle CAD=\angle D$，

$\therefore AC/\!/DE$.

【小问 2 详解】

如图，连接 BC ，



$\because$ AB 为$\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle C=90^\circ$，

$\because$ $AC /\!/ DE$，

$\therefore \angle BAC=\angle AOE$ ，

$\because$ AE 是$\odot O$ 的切线，

$\therefore OA\perp AE$，

$\therefore \angle C=\angle OAE=90^\circ$，

$\therefore \angle B=\angle E$，

$\therefore \tan B=\tan E=\dfrac{1}{2}$，

在 $Rt\triangle OAE$ 中， $\tan B=\dfrac{1}{2}$， $AC=2$，

$\therefore \tan B=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{2}{BC}=\dfrac{1}{2}$，解得 $BC=4$，

$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{2^2+C^2}=2\sqrt{5}$，

$\therefore OA=\sqrt{5}$，

$\because$在 $Rt\triangle OAE$ 中， $\tan E=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore \tan E=\dfrac{AO}{AE}=\dfrac{\sqrt{5}}{AE}=\dfrac{1}{2}$，解得 $AE=2\sqrt{5}$，

$\therefore OE=\sqrt{OA^2+AE^2}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+(2\sqrt{5})^2}=5$.

【点睛】本题考查了平行线的判定及性质、切线的性质、圆周角定理、锐角三角函数值及勾股定理解直角三角形的应用，熟练掌握圆周角定理及平行线的判定及锐角三角函数值及勾股定理解直角三角形的应用是解题的关键.

25.【答案】(1) ①$3.6$；② $y=-0.1(x-4)^2+3.6$

(2) <

【分析】本题主要考查了二次函数的应用，待定系数法求函数关系式，读懂题意是解题的关键.

（1）①根据表中的数据找出顶点坐标即可；

②用待定系数法求函数解析式；

（2）分别将 $y=0$ 代入第一次和第二次的函数关系式，求出着陆点的横坐标，用表示出 d_1 和 d_2 进行比较即可.

【小问 1 详解】

解：①根据表格中的数据可得竖直高度的最大值是 3.6m，

故答案为：3.6m；

②由①可知，顶点坐标为 $(4,3.6)$，

故函数关系为 $y=a(x-4)^2+3.6(a<0)$，

把 $(0,2.0)$ 代入 $y=a(x-4)^2+3.6$ 得，

$16a+3.6=2$，

$\therefore a=-0.1$，

故函数解析式为 $y=-0.1(x-4)^2+3.6$；

【小问 2 详解】

解：由（1）可知函数解析式为 $y=-0.1(x-4)^2+3.6$，

当 $y=0$ 时，$x=10$（负值舍去），

$\therefore d_1=10\text{m}$，

在 $y=-0.09(x-4)^2+3.6$ 中，

令 $y=0$ 得 $-0.09(x-4)^2+3.6=0$，

解得 $x=2\sqrt{10}+4$（负值舍去），

$\therefore d_2=(2\sqrt{10}+4)\text{m}$，

$\because 10<2\sqrt{10}+4$，

$\therefore d_1<d_2$.

26.【答案】（1）$x=t$　（2）＜

（3）$t\leqslant 1$

【分析】（1）根据对称轴的表达式直接求解即可；

（2）利用抛物线的对称性和增减性进行判断即可；

（3）根据二次函数的增减性进行判断解答即可.

【小问 1 详解】

解：二次函数的对称轴为：$x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{-2t}{2}=t$

【小问 2 详解】

解：$\because \boldsymbol{a}=\mathbf{1}>\mathbf{0}$，

$\therefore x<t$ 时 y 随 x 的增大而减小，$x>t$，y 随 x 的增大而增大

根据抛物线的对称性可知：M 点关于对称轴对称的点为：$(t+3,m)$，

$\because t<t+3<t+5$

$\therefore m<n$

故答案为：<

【小问 3 详解】

解：若对于 $-1\le x_1<3$ 且 $x_2=3$，都有 $y_1\le y_2$，

$\therefore$ 点 P 在 Q 点的左侧，且对称轴在 P，Q 中间

$\therefore$ 对称轴一定在水平距离上距离 x_2 更远或相等

$\therefore \frac{x_1+x_2}{2}\geqslant t$（距离相等时 $\frac{x_1+x_2}{2}=t$，x_2 更远时 $\frac{x_1+x_2}{2}>t$）

$\therefore \frac{3+3}{2}>t$ 且 $\frac{3-1}{2}\geqslant t$

$\therefore 3>t$ 且 $1\geqslant t$

$\therefore t\leqslant 1$.

【点睛】本题考查二次函数的图象和性质，熟记二次函数对称轴的表达式，以及二次函数的增减性是解题的关键.

27.【答案】(1) ①见解析；②见解析

(2) $AE=2DM$；理由见解析

【分析】(1) ①根据题意补全图形即可；

②证明 $\triangle BCE\cong\triangle DCF(\text{SAS})$，根据全等三角形对应边相等得出结果即可；

(2) 连接 BE、DF，延长 DM，使 $MN=DM$，连接 AN，延长 AD 交 CF 于点 G，证明 $\triangle BCE\cong\triangle DCF(\text{SAS})$，得出 $BE=DF$，$\angle CBE=\angle CDF$，证明 $\triangle AMN\cong\triangle DMF(\text{SAS})$，得出 $AN=DF$，$\angle MAN=\angle MFD$，证明 $\triangle AND\cong\triangle BEA(\text{SAS})$，得出 $AE=DN$，即可证明结论.

【小问 1 详解】

解：①依题意补全图 1，如图所示：

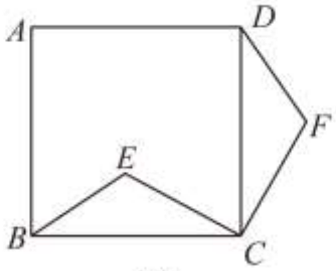


图1

②$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore BC = CD$， $\angle BCD = 90^\circ$，

根据旋转可知， $CE = CF$， $\angle ECF = 90^\circ$，

$\therefore \angle BCE + \angle ECD = \angle ECD + \angle DCF = 90^\circ$，

$\therefore \angle BCE = \angle DCF$，

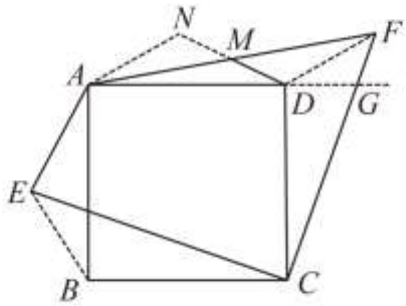
$\therefore \triangle BCE \cong \triangle DCF\left(\mathrm{SAS}\right)$，

$\therefore BE = DF$；

【小问 2 详解】

解： $AE = 2DM$；理由如下：

连接 BE、 DF， 延长 DM， 使 $MN = DM$， 连接 AN， 延长 AD 交 CF 于点 G，如图所示：



$\because$四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore AB = BC = CD = AD$， $\angle BCD = \angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$，

根据旋转可知， $CE = CF$， $\angle ECF = 90^\circ$，

$\therefore \angle BCE + \angle ECD = \angle ECD + \angle DCF = 90^\circ$，

$\therefore \angle BCE = \angle DCF$，

$\therefore \triangle BCE \cong \triangle DCF\left(\mathrm{SAS}\right)$，

$\therefore BE = DF$， $\angle CBE = \angle CDF$，

$\because \angle CBE = \angle ABC + \angle ABE = 90^\circ + \angle ABE$，

$\angle CDF = \angle CDG + \angle FDG = 90^\circ + \angle FDG$，

$\therefore \angle FDG = \angle ABE$，

$\because$点 M 为 AF 的中点，

$\therefore AM = MF$，

$\because DM = MN$， $\angle AMN = \angle DMF$，

$\therefore \triangle AMN \cong \triangle DMF\left(\mathrm{SAS}\right)$，

$\therefore AN = DF$， $\angle MAN = \angle MFD$，

$\therefore AN \parallel DF$，

$\therefore \angle FDG = \angle NAD$，

$\because \angle FDG = \angle ABE$，

$\therefore \angle NAD = \angle ABE$，

$\because AN = DF$， $BE = DF$，

$\therefore AN = BE$，

$\because AD = AB$，

$\therefore \triangle AND \cong \triangle BEA(\text{SAS})$，

$\therefore AE = DN$，

$\because DN = 2DM$，

$\therefore AE = 2DM$.

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定和性质，正方形的性质，旋转的性质，平行线的判定和性质，解题的 关键是作出辅助线，构造全等三角形，熟练掌握三角形全等的判定方法.

28.【答案】(1) ①Q_1，Q_2；②$-\dfrac{3\sqrt{5}}{5} \le p \le \dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

(2) 存在，$1 \le MN \le 4$

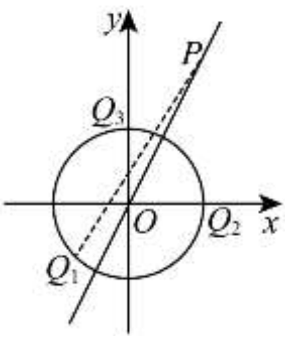
【分析】(1) ①根据新定义，画出图形，进而即可求解；

②设 $y = 2x$ 与 $\odot O$ 交于点 M，N ，过点 N, P 分别作 x 轴的垂线，垂足分别为 A, B ，根据勾股定理得出 $x^2 + y^2 = 1$，联立直线解析式，得出交点坐标，进而根据平行线分线段成比例得出 $p = \dfrac{3\sqrt{5}}{5}$，同理可得 p 的最小值为 $-\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$，即可求解；

(2) 依题意，关于 $\odot O$ 的关联点在半径为 3 的圆内，进而根据点与圆的位置关系，求得 MN 的最值，即可求解.

【小问 1 详解】

解：如图所示，

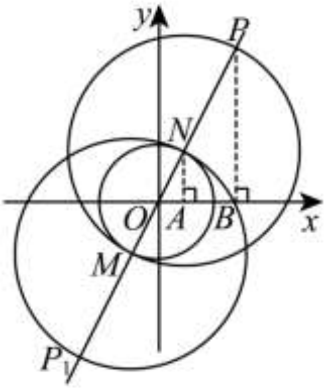


PQ_1 连线的中点在 $\odot O$ 的内部， PQ_2 的中点的纵坐标为1，则点 P, Q_2 关于 $y = 1$对称

点 P 关于 $\odot O$ 的关联点是 Q_1，Q_2，

故答案为：Q_1，Q_2 .

②如图所示，设 $y = 2x$ 与 $\odot O$ 交于点 M，N ，过点 N, P 分别作 x 轴的垂线，垂足分别为 A, B ，



∵设⊙O上的点的坐标为(x,y)，则$x^2+y^2=1$，

联立$\begin{cases}x^2+y^2=1\\y=2x\end{cases}$

解得：$\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt{5}}{5}\\y=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\end{cases}$或$\begin{cases}x=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}\\y=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\end{cases}$

当P点的对称点为M时，点P的横坐标最大，

∵$ON=1,OP=1+2=3$，$NA\parallel PB$，

∴$\dfrac{ON}{OP}=\dfrac{x_N}{x_P}$，

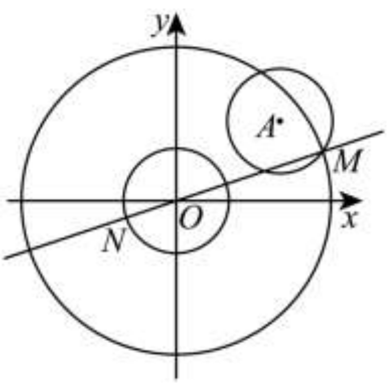
∴$p=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$，

同理可得p的最小值为$-\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

∴$-\dfrac{3\sqrt{5}}{5}\le p\le\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

【小问2详解】

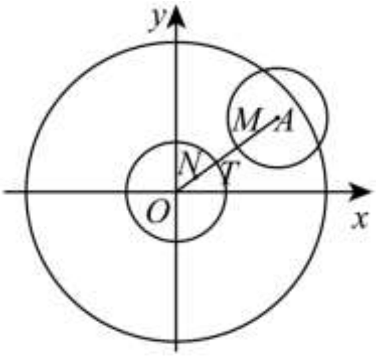
解：依题意，关于⊙O的关联点在半径为3的圆内，如图所示，



∵$AM\le1$，则M在半径为1的⊙A上以及圆内，M关于⊙O的关联点N

$\therefore MN$ 的最大值为 $OM+ON=3+1=4$，

如图所示，当 M 在线段 OA 上时，MN 取最小值，



$\because OA=\sqrt{2^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{5}{2}$

$\therefore MT=OM-OT=OA-AM-OT=\frac{5}{2}-1-1=\frac{1}{2}$

$\therefore MN=2MT=1$

$\therefore 1\le MN\le 4$

【点睛】本题考查了坐标与图形，勾股定理，平行线分线段成比例，解一元二次方程，点与圆的位置关系求最值问题，熟练掌握以上知识是解题的关键.