2023 北京八十中初二 9 月月考

数　学

一、选择题。

1．下列结论正确的是（　　）

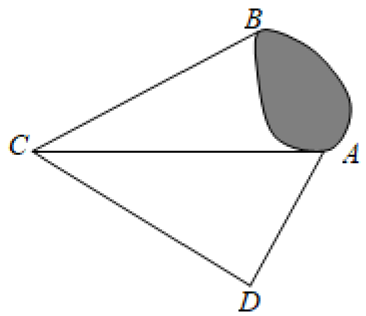
A．形状相同的两个图形是全等形

B．对应角相等的两个三角形是全等三角形

C．全等三角形的面积相等

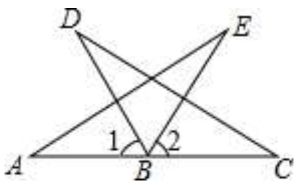
D．两个等边三角形全等

2．如图，为测量桃李湖两端 AB 的距离，南开中学某地理课外实践小组在桃李湖旁的开阔地上选了一点 C，测得$\angle ACB$ 的度数，在 AC 的另一侧测得$\angle ACD=\angle ACB$，$CD=CB$，再测得 AD 的长，就是 AB 的长，那么判定$\triangle ABC\cong\triangle ADC$ 的理由是（　　）



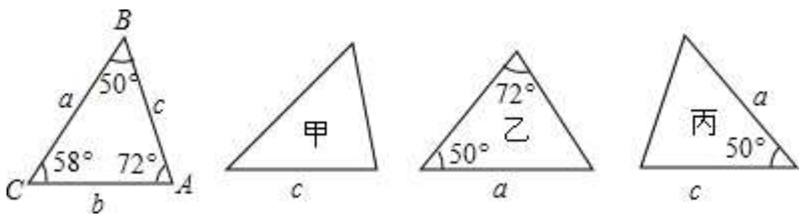
A．SAS　　　　B．SSS　　　　C．ASA　　　　D．AAS

3．如图，$AB=DB$，$\angle 1=\angle 2$，欲证$\triangle ABE\cong\triangle DBC$，则补充的条件中不正确的是（　　）



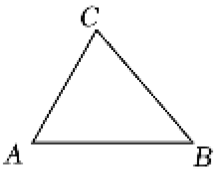
A．$\angle A=\angle D$　　　　B．$\angle E=\angle C$　　　　C．$\angle A=\angle C$　　　　D．$BC=BE$

4．已知$\triangle ABC$ 的六个元素如图所示，则甲、乙、丙三个三角形中与$\triangle ABC$ 全等的是（　　）



A．甲、乙　　　　B．乙、丙　　　　C．只有乙　　　　D．只有丙

5．三条公路将 A、B、C 三个村庄连成一个如图的三角形区域，如果在这个区域内修建一个集贸市场，要使集贸市场到三条公路的距离相等，那么这个集贸市场应建的位置是（　　）



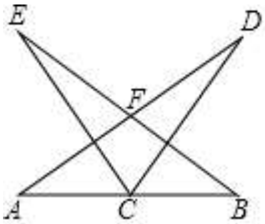
A．三条高线的交点

B．三条中线的交点

C．三条角平分线的交点

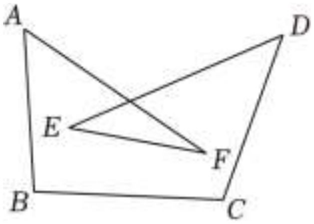
D．三边垂直平分线的交点

6．如图，点 C 是 AB 的中点，$AD=BE$，$CD=CE$，则图中全等三角形共有（　　）



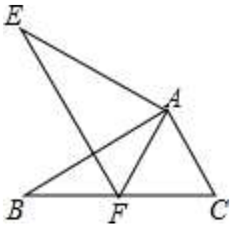
A．2 对　　B．3 对　　C．4 对　　D．5 对

7．如图，$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F$ 的度数为（　　）



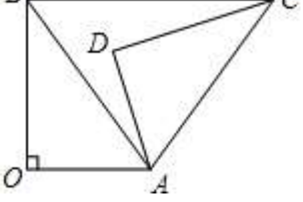
A．180°　　B．360°　　C．270°　　D．540°

8．如图，$\triangle ABC\cong\triangle AEF$，$AB=AE$，$\angle B=\angle E$，则对于结论①$AC=AF$，②$\angle FAB=\angle EAB$，③$EF=BC$，④$\angle EAB=\angle FAC$，其中正确结论的个数是（　　）



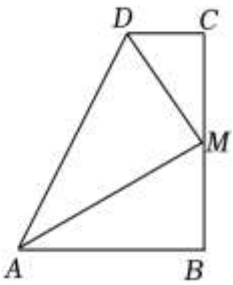
A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

9．如图，$\triangle AOB\cong\triangle ADC$，点 B 和点 C 是对应顶点，$\angle O=\angle D=90°$，记 $\angle OAD=\alpha$，$\angle ABO=\beta$，$\angle ABC=\angle ACB$，当 $BC\parallel OA$ 时，α 与 β 之间的数量关系为（　　）



A．$\alpha=\beta$　　B．$\alpha=2\beta$　　C．$\alpha+\beta=90°$　　D．$\alpha+2\beta=180°$

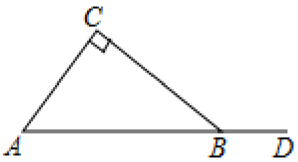
10．如图，$\angle B=\angle C=90°$，M 是 BC 的中点，DM 平分 $\angle ADC$，且 $\angle ADC=110°$，则 $\angle MAB=$（　　）



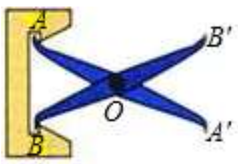
A．30°　　B．35°　　C．45°　　D．60°

二、填空题。

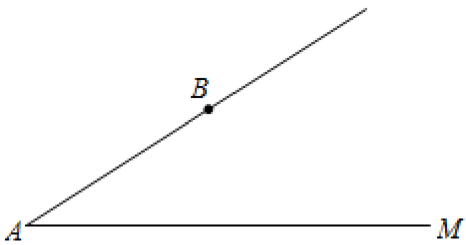
11．如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB＝90°，∠A＝48°，点 D 是 AB 延长线上的一点，则∠CBD 的度数是 ______°．



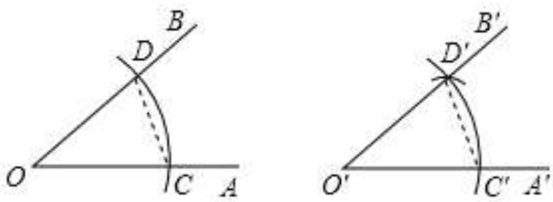
12．如图，把两根钢条的中点连在一起，可以做成一个测量工件内槽宽的工具（卡钳），在图中由三角形全等可知，测量工件内槽宽 $AB=A'B'$，那么判定△OAB≌△$OA'B'$ 的理由是 ____________．



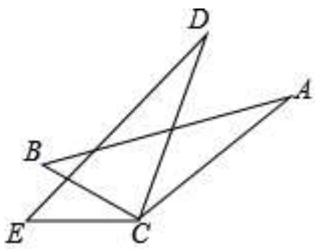
13．如图，∠MAB 为锐角，$AB=a$，使点 C 在射线 AM 上，点 B 到射线 AM 的距离为 d，$BC=x$，若△ABC 的形状、大小是唯一确定的，则 x 的取值范围是 ________．



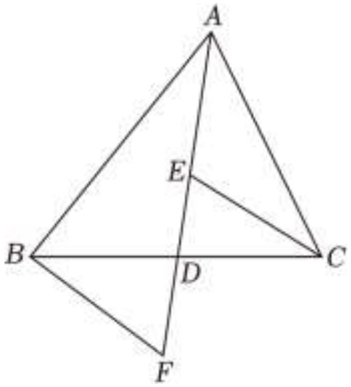
14．请仔细观察用直尺和圆规作一个角∠$A'O'B'$等于已知角∠AOB 的示意图．请你根据所学的三角形全等的有关知识，说明画出∠$A'O'B'$＝∠AOB 的依据是 ______．



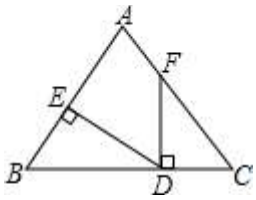
15．如图，已知 $AB=DE$，∠B＝∠E，请你添加一个适当的条件________（填写一个即可），使得△ABC≌△DEC．



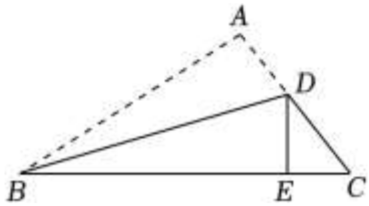
16．如图，AD 是△ABC 的中线，E，F 分别是 AD 和 AD 延长线上的点，且 $DE=DF$，连接 BF，CE．下列说法：①△ABD 和△ACD 面积相等；②∠BAD=∠CAD；③△BDF≌△CDE；④BF∥CE；⑤$CE=AE$．其中正确的有_______．（把你认为正确的序号都填上）



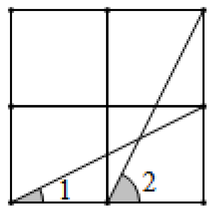
17．如图，$BD=CF$，$FD\perp BC$ 于点 D，$DE\perp AB$ 于点 E，$BE=CD$，若∠AFD=145°，则∠EDF=_______．



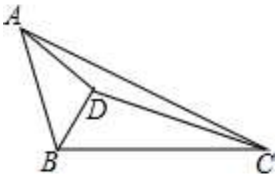
18．如图，△ABC 中，$AB=14$，$AC=12$，沿过 B 点的直线折叠这个三角形，使点 A 落在 BC 边上的点 E 处，△CDE 的周长为 15，则 BC 长为



19．如图，已知方格纸中是 4 个相同的小正方形，则∠1+∠2 的度数为_______．



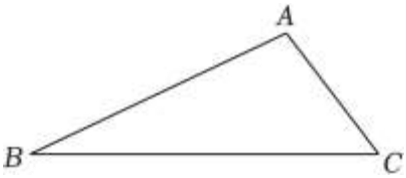
20．如图，三角形 ABC 中，BD 平分∠ABC，AD 垂直于 BD，三角形 BCD 的面积为 45，三角形 ADC 的面积为 20，则三角形 ABD 的面积等于_______．



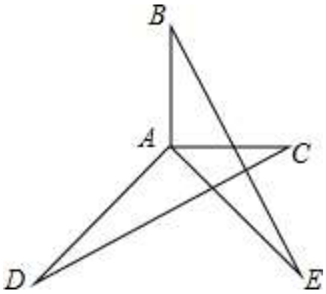
三、解答题。

21．尺规作图：求作一点 D，使得△DBC 与△ABC 全等．

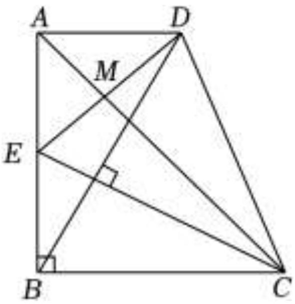
要求：画出所有符合题意的点 D，保留作图痕迹．



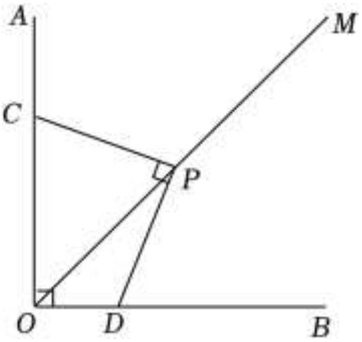
22．如图，$AB=AC$，$AD=AE$，$\angle BAC=\angle DAE$．求证：$BE=CD$．



23．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=90°$，$AD/\!/BC$，$AB=BC$，E 是 AB 的中点，$CE\perp BD$．求证：△ABD≌△BCE．



24．如图，$\angle AOB=90°$，OM 是 $\angle AOB$ 的平分线，将三角尺的直角顶点 P 在射线 OM 上滑动，两直角边分别与 OA，OB 交于点 C 和 D，证明：$PC=PD$．

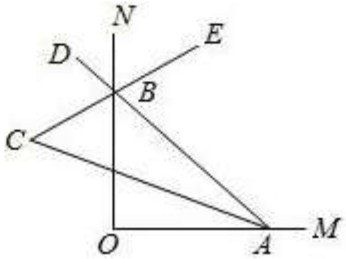


25．如图，已知 $\angle MON=90°$，点 A、B 分别在射线 OM、ON 上移动，$\angle OAB$ 的平分线与 $\angle OBA$ 的外角平

分线交于点 C.

（1）当 $OA=OB$ 时，$\angle ACB=$______.

（2）请你猜想：随着 A、B 两点的移动，$\angle ACB$ 的度数大小是否变化？请说明理由.



26．问题情境：已知，在等边△ABC 中，$\angle BAC$ 与 $\angle ACB$ 的角平分线交于点 O，点 M、N 分别在直线 AC，AB 上，且 $\angle MON=60°$，猜想 CM、MN、AN 三者之间的数量关系.

方法感悟：小芳的思考过程是在 CM 上取一点，构造全等三角形，从而解决问题；

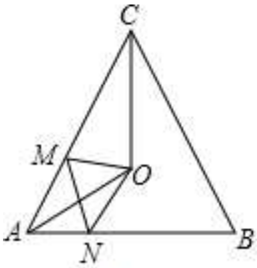


图1

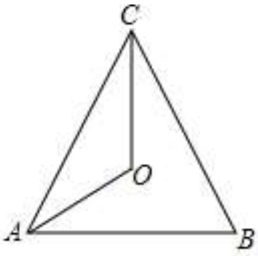


图2

小丽的思考过程是在 AB 取一点，构造全等三角形，从而解决问题；

问题解决：（1）如图 1，M、N 分别在边 AC，AB 上时，探索 CM、MN、AN 三者之间的数量关系，并证明；

（2）如图 2，M 在边 AC 上，点 N 在 BA 的延长线上时，请你在图 2 中补全图形，标出相应字母，探索 CM、MN、AN 三者之间的数量关系，并证明.

参考答案

一、选择题。

1．【分析】根据全等图形的定义对各选项分析判断后利用排除法求解．

【解答】解：A、应为形状相同，大小相等的两个图形是全等形，故本选项错误；

B、应为对应角相等，对应边相等的两个三角形是全等三角形，故本选项错误；

C、全等三角形的面积相等，正确，故本选项正确；

D、应为两个边长相等的等边三角形全等，故本选项错误．

故选：C．

【点评】本题考查了全等图形的定义，以及全等三角形的性质，要注意从形状和大小两个方面考虑求解．

2．【分析】利用$\angle ACD=\angle ACB$，$CD=CB$，加上公共边可根据“SSS”判断$\triangle ABC\cong\triangle ADC$．

【解答】解：在$\triangle ABC$和$\triangle ADC$中，

$$\begin{cases} CB=CD \\ \angle ACB=\angle ACD, \\ CA=CA \end{cases}$$

$\therefore\triangle ABC\cong\triangle ADC$（$SAS$）．

故选：A．

【点评】本题考查了全等三角形的应用：一般方法是把实际问题先转化为数学问题，再转化为三角形问题，其中，画出示意图，把已知条件转化为三角形中的边角关系是关键．

3．【分析】从已知看，已经有一边和一角相等，则添加一角或夹这角的另一边即可判定其全等，从选项看只有第三项符合题意，所以其为正确答案，其它选项是不能判定两三角形全等的．

【解答】解：$\because\angle 1=\angle 2$

$\because\angle 1+\angle DBE=\angle 2+\angle DBE$

$\therefore\angle ABE=\angle CBD$

$\because AB=DB$，$\angle A=\angle D$，

在$\triangle ABE$和$\triangle DBC$中，

$$\begin{cases} \angle A=\angle D \\ AB=BD \\ \angle ABE=\angle CBD \end{cases}$$

$\therefore\triangle ABE\cong\triangle DBC$（$ASA$），$A$是可以的；

$\because\angle E=\angle C$，

在$\triangle ABE$和$\triangle DBC$中，

$$\begin{cases} \angle E=\angle C \\ \angle ABE=\angle CBD \\ AB=DB \end{cases}$$

$\therefore\triangle ABE\cong\triangle DBC$（$AAS$），$B$是可以的；

$\because BC=BE$，

在△ABE和△DBC中，

$$\begin{cases} BE=BC \\ \angle ABE=\angle CBD \\ AB=BD \end{cases}$$

∴△ABE≌△DBC（SAS），D是可以的；

故选：C.

【点评】本题考查三角形全等的判定方法，判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、ASA、AAS、HL.

注意：AAA、SSA 不能判定两个三角形全等，判定两个三角形全等时，必须有边的参与，若有两边一角对应相等时，角必须是两边的夹角.

4.【分析】根据全等三角形的判定定理（SAS，ASA，AAS，SSS）逐个判断即可.

【解答】解：已知△ABC 中，$\angle B=50°$，$\angle C=58°$，$\angle A=72°$，$BC=a$，$AB=c$，$AC=b$，$\angle C=58°$，

图甲：只有一条边和 AB 相等，没有其它条件，不符合三角形全等的判定定理，即和△ABC不全等；

图乙：只有两个角对应相等，还有一条边对应相等，符合三角形全等的判定定理（AAS），即和△ABC全等；

图丙：符合 SAS 定理，能推出两三角形全等；

故选：B.

【点评】本题考查了全等三角形的判定的应用，注意：全等三角形的判定定理有 SAS，ASA，AAS，SSS.

5.【分析】根据角平分线上的点到角的两边的距离相等解答即可.

【解答】解：在这个区域内修建一个集贸市场，要使集贸市场到三条公路的距离相等，

根据角平分线的性质，集贸市场应建在$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$的角平分线的交点处.

故选：C.

【点评】本题主要考查了角平分线上的点到角的两边的距离相等的性质，熟记性质是解题的关键.

6.【分析】根据全等三角形的判定定理判断即可.

【解答】解：∵点 C 是以 AB 的中点，

∴$AC=BC$，

∵$AD=BE$，$CD=CE$，

∴△ACD≌△BCE（SSS），

∴$\angle D=\angle E$，$\angle A=\angle B$，$\angle ACD=\angle BCE$，

∴$\angle ACG=\angle BCH$，

∴△ACG≌△BCH（ASA），

∴$CG=CH$，

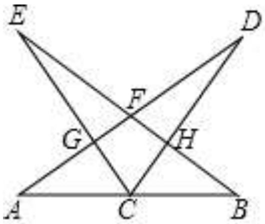
∴$EG=DH$，△ECH≌△DCG（ASA），

∵$\angle EFG=\angle DFH$，

∴△EFG≌△DFH（AAS）；

∴图中全等三角形共有 4 对，

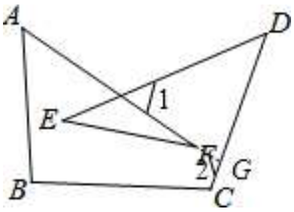
故选：C.



【点评】本题考查了全等三角形的判定定理，熟练掌握全等三角形的判定定理是解题的关键.

7.【分析】根据三角形外角的性质，可得$\angle 1$与$\angle E$、$\angle F$的关系，$\angle 1$、$\angle 2$、$\angle D$的关系，根据多边形的内角和公式，可得答案.

【解答】解：如图延长 AF 交 DC 于 G 点，



由三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和，得

$\angle 1=\angle E+\angle F$，$\angle 2=\angle 1+\angle D$，

由等量代换，得$\angle 2=\angle E+\angle F+\angle D$，

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F=\angle A+\angle B+\angle 2+\angle C=$（$4-2$）$\times 180°=360°$.

故选：B.

【点评】本题考查的是三角形外角的性质及三角形的外角和，熟知三角形的外角和是 360 度是解答此题的关键.

8.【分析】根据全等三角形对应边相等，全等三角形对应角相等结合图象解答即可.

【解答】解：$\because \triangle ABC \cong \triangle AEF$，

$\therefore AC=AF$，故①正确；

$\angle EAF=\angle BAC$，

$\therefore \angle FAC=\angle EAB\neq\angle FAB$，故②错误；

$EF=BC$，故③正确；

$\angle EAB=\angle FAC$，故④正确；

综上所述，结论正确的是①③④共 3 个.

故选：C.

【点评】本题考查了全等三角形的性质，熟记性质并准确识图，准确确定出对应边和对应角是解题的关键.

9.【分析】先根据全等三角形的性质得到$\angle OAB=\angle DAC$，$AB=AC$，则利用等腰三角形的性质得到$\angle ABC=\angle ACB=\beta$，再根据平行线的性质得到$\angle OAB=\angle ABC=\beta$，$\angle OAC+\angle ACB=180°$，所以$\angle DAC=\beta$，从而得到$\alpha+\beta+\beta=180°$.

【解答】解：∵$\triangle AOB\cong\triangle ADC$，

∴$\angle OAB=\angle DAC$，$AB=AC$，

∴$\angle ABC=\angle ACB=90^\circ-\beta$，

∵$BC\parallel OA$，

∴$\angle OAB=\angle ABC=\beta$，$\angle OAC+\angle ACB=180^\circ$，

∴$\angle DAC=90^\circ-\beta$，

∵$\angle OAD+\angle DAC+\angle ACB=180^\circ$，

∴$\alpha+90-\beta+90-\beta=180^\circ$，

即 $\alpha=2\beta$．

故选：B．

【点评】本题考查了全等三角形的性质：全等三角形的对应边相等；全等三角形的对应角相等．也考查了平行线的性质．

10．【分析】作 $MN\perp AD$ 于 N，根据平行线的性质求出$\angle DAB$，根据角平分线的判定定理得到$\angle MAB=\frac{1}{2}\angle DAB$，计算即可．

【解答】解：作 $MN\perp AD$ 于 N，

∵$\angle B=\angle C=90^\circ$，

∴$AB\parallel CD$，

∴$\angle DAB=180^\circ-\angle ADC=70^\circ$，

∵DM 平分$\angle ADC$，$MN\perp AD$，$MC\perp CD$，

∴$MN=MC$，

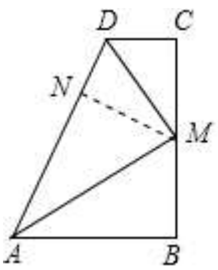
∵M 是 BC 的中点，

∴$MC=MB$，

∴$MN=MB$，又 $MN\perp AD$，$MB\perp AB$，

∴$\angle MAB=\frac{1}{2}\angle DAB=35^\circ$，

故选：B．



【点评】本题考查的是角平分线的判定和性质，掌握角的平分线上的点到角的两边的距离相等是解题的关键．

二、填空题。

11．【分析】根据三角形外角的性质可直接求解．

【解答】解：∵$\angle ACB$＝90°，$\angle A$＝48°，

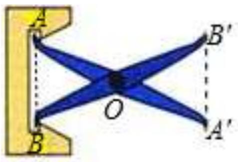
∴$\angle CBD$＝$\angle ACB$+$\angle A$＝90°+48°＝138°，

故答案为138．

【点评】本题主要考查三角形外角的性质，掌握三角形外角的性质是解题的关键．

12．【分析】根据测量两点之间的距离，只要符合全等三角形全等的条件之一 *SAS*，只需要测量易测量的边 $A'B'$ 上，进而得出答案．

【解答】解：连接 AB，$A'B'$，如图，



∵点 O 分别是 AA'、BB' 的中点，

∴OA＝OA'，OB＝OB'，

在△AOB 和△$A'OB'$ 中，

$$\begin{cases} AO=A'O \\ \angle AOB=\angle A'OB' \\ BO=OB' \end{cases}，$$

∴△AOB≌△$A'OB'$（*SAS*）．

∴$A'B'$＝AB．

答：需要测量 $A'B'$ 的长度，即为工件内槽宽 AB．

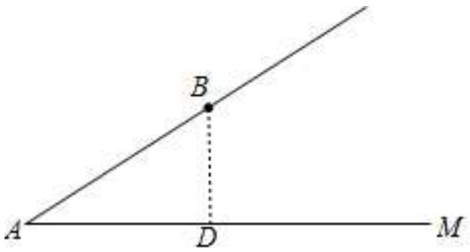
其依据是根据 *SAS* 证明△AOB≌△$A'OB'$；

故答案为：根据 *SAS* 证明△AOB≌△$A'OB'$．

【点评】本题考查全等三角形的应用，根据已知条件可用边角边定理判断出全等．

13．【分析】先找出点 D 的位置，再画出符合的所有情况即可．

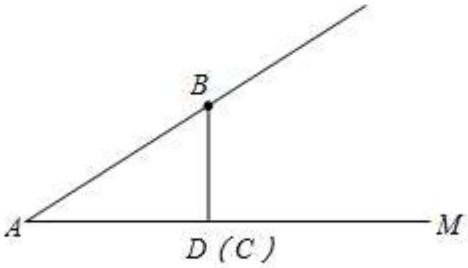
【解答】解：过 B 作 $BD\perp AM$ 于 D，



∵点 B 到射线 AM 的距离为 d，

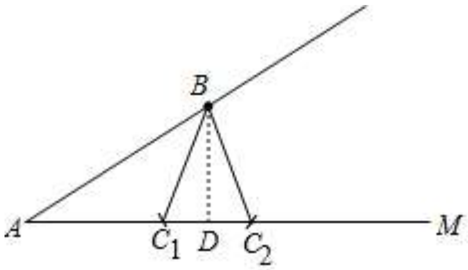
∴BD＝d，

①如图，



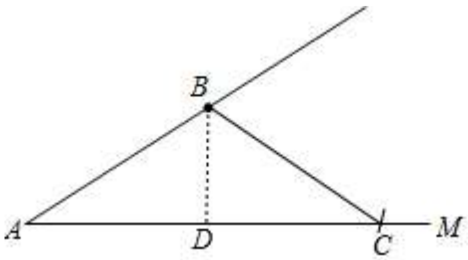
当 C 点和 D 点重合时，$x=d$，此时$\triangle ABC$是一个直角三角形；

②如图，



当 $d<x<a$ 时，此时 C 点的位置有两个，即$\triangle ABC$有两个；

③如图，



当 $x\geqslant a$ 时，此时$\triangle ABC$是一个三角形；

所以 x 的范围是 $x=d$ 或 $x\geqslant a$，

故答案为：$x=d$ 或 $x\geqslant a$.

【点评】本题考查了考查全等三角形的判定，点到直线的距离等知识点，注意：能求出符合的所有情况是解此题的关键.

14.【分析】由作法易得 $OD=O'D'$，$OC=O'C'$，$CD=C'D'$，依据 SSS 定理得到$\triangle COD\cong\triangle C'O'D'$，由全等三角形的对应角相等得到$\angle A'O'B'=\angle AOB$.

【解答】解：由作法易得 $OD=O'D'$，$OC=O'C'$，$CD=C'D'$，

在$\triangle COD$与$\triangle C'O'D'$中，

$$\begin{cases}OD=O'D'\\OC=O'C'\\CD=C'D'\end{cases},$$

$\therefore\triangle COD\cong\triangle C'O'D'$（$SSS$），

$\therefore\angle A'O'B'=\angle AOB$（全等三角形的对应角相等）.

故答案为：SSS.

【点评】本题考查了作图－基本作图，全等三角形的判定与性质，熟练掌握三角形全等的对应角相等是

正确解答本题的关键.

15.【分析】已知两个三角形的一组对应角相等和已知对应边相等，根据全等三角形的判定定理添加条件即可.

【解答】解：添加条件是：$BC=EC$，

在△ABC与△DEC中，$\begin{cases}BC=EC\\ \angle B=\angle E\\ AB=DE\end{cases}$，

∴△ABC≌△DEC（SAS）.

故答案为：$BC=EC$.

【点评】本题考查三角形全等的判定方法，判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、ASA、AAS、HL.

注意：AAA、SSA 不能判定两个三角形全等，判定两个三角形全等时，必须有边的参与，若有两边一角对应相等时，角必须是两边的夹角.

16.【分析】根据三角形中线的定义可得 $BD=CD$，根据等底等高的三角形的面积相等判断出①正确，然后利用“边角边”证明△BDF 和△CDE 全等，根据全等三角形对应边相等可得 $CE=BF$，全等三角形对应角相等可得 $\angle F=\angle CED$，再根据内错角相等，两直线平行可得 $BF\parallel CE$.

【解答】解：∵$BD=CD$，点 A 到 BD、CD 的距离相等，

∴△ABD 和△ACD 面积相等，故①正确；

∵AD 为△ABC 的中线，

∴$BD=CD$，$\angle BAD$ 和 $\angle CAD$ 不一定相等，故②错误；

在△BDF 和△CDE 中 $\begin{cases}BD=CD\\ \angle BDF=\angle CDE\\ DF=DE\end{cases}$，

∴△BDF≌△CDE，故③正确；

∴$\angle F=\angle DEC$，

∴$BF\parallel CE$，故④正确；

∵△BDF≌△CDE，

∴$CE=BF$，故⑤错误，

故答案为：①③④.

【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质，等底等高的三角形的面积相等，熟练掌握三角形全等的判定方法并准确识图是解题的关键.

17.【分析】根据 HL 证明 Rt△BED≌Rt△CDF 即可解决问题；

【解答】解：∵$FD\perp BC$ 于点 D，$DE\perp AB$ 于点 E，

∴$\angle BED=\angle FDC=90°$，

∵$BE=CD$，$BD=CF$，

∴Rt△BED≌Rt△CDF（HL），

∴$\angle BDE=\angle CFD$，

∵$\angle AFD=145°$，

∴$\angle DFC=35°$，

∴$\angle BDE=35°$，

∴$\angle EDF=90°-35°=55°$，

故答案为 $55°$．

【点评】本题考查全等三角形的判定和性质，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题，属于中考常考题型．

18．【分析】依据折叠可得 $BE=AB=14$，$AD=ED$，进而得出 $DE+CD=12$，再根据△CDE 的周长为 15，可得 $CE=3$，即可得到 $BC=BE+CE=17$．

【解答】解：由折叠可得，$BE=AB=14$，$AD=ED$，

∵$AC=12$，

∴$AD+CD=12$，

∴$DE+CD=12$，

又∵△CDE 的周长为 15，

∴$CE=15-12=3$，

∴$BC=BE+CE=14+3=17$，

故答案为：17．

【点评】本题考查了翻折变换的性质，折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等．

19．【分析】直接利用全等图形的性质得出$\angle 1=\angle DEC$，进而得出答案．

【解答】解：如图所示：

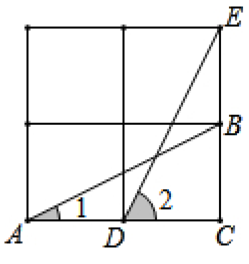
由题意可得：$\triangle ACB\cong\triangle ECD$，

则$\angle 1=\angle DEC$，

∵$\angle 2+\angle DEC=90°$，

∴$\angle 1+\angle 2=90°$．

故答案为：$90°$．



【点评】此题主要考查了全等图形，正确掌握全等三角形的性质是解题关键．

20．【分析】延长 AD 交 BC 于 E，由 AAS 证明$\triangle ABD\cong\triangle EBD$，得出 $AD=ED$，得出△ABD 的面积＝△EBD 的面积，△CDE 的面积＝△ACD 的面积＝20，即可得出结果．

【解答】解：延长 AD 交 BC 于 E，如图所示：

∵BD 平分$\angle ABC$，AD 垂直于 BD，

∴$\angle ABD=\angle EBD$，$\angle ADB=\angle EDB=90^\circ$，

在$\triangle ABD$ 和$\triangle EBD$ 中，

$$\begin{cases}\angle ABD=\angle EBD\\ BD=BD\\ \angle ADB=\angle EDB\end{cases},$$

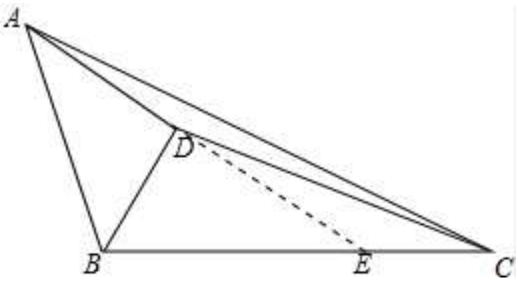
∴$\triangle ABD\cong\triangle EBD$（$ASA$），

∴$AD=ED$，

∴$\triangle ABD$ 的面积＝$\triangle EBD$ 的面积，$\triangle CDE$ 的面积＝$\triangle ACD$ 的面积＝20，

∴$\triangle ABD$ 的面积＝$\triangle EBD$ 的面积＝$\triangle BCD$ 的面积－$\triangle CDE$ 的面积＝45－20＝25．

故答案为：25．



【点评】本题考查了等腰三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、三角形面积的计算；证明三角形全等得出 $AD=ED$ 是解决问题的关键．

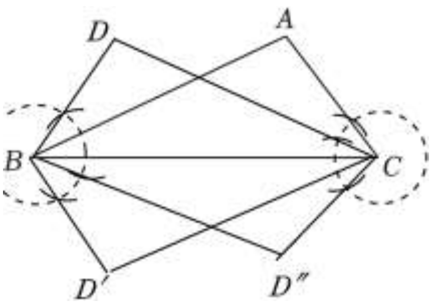
三、解答题。

21．【分析】根据“ASA”作图．

【解答】解：如图：

作$\angle DBC=\angle D'BC=\angle D''CB=\angle BAC$，$\angle DCB=\angle D'CB=\angle D''BC=\angle ABC$，

点 D、D'、D'' 即为所求．



【点评】本题考查了复杂作图，掌握全等三角形的判定定理是解题的关键．

22．【分析】首先证明$\angle BAE=\angle CAD$，再利用 SAS 证明$\triangle BAE\cong\triangle CAD$ 即可．

【解答】解：∵$\angle BAC=\angle DAE$，

∴$\angle BAC+\angle CAE=\angle DAE+\angle CAE$，

∴$\angle BAE=\angle CAD$，

$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAE=\angle CAD, \\ AD=AE \end{cases}$

∴△*BAE*≌△*CAD*（*SAS*），

∴*BE*＝*CD*．

【点评】本题主要考查了全等三角形的判定与性质，解题的关键是利用 *SAS* 证明△*BAE*≌△*CAD*，此题难度不大．

23．【分析】根据全等三角形的判定定理 *ASA* 证得结论．

【解答】证明：∵*AD*∥*BC*，

∴∠*ABC*+∠*BAD*＝180°，

∵∠*ABC*＝90°，

∴∠*BAD*＝90°，

∵∠*ABC*＝90°，*BD*⊥*EC*，

∴∠*BCE*+∠*CBD*＝90°，∠*ABD*+∠*CBD*＝90°，

∴∠*ABD*＝∠*BCE*，

在△*ABD* 和△*BCE* 中，

$\begin{cases} \angle ABD=\angle BCE \\ AB=BC \\ \angle BAD=\angle CBE=90^\circ \end{cases}$，

∴△*ABD*≌△*BCE*（*ASA*），

【点评】此题考查了全等三角形的判定，熟记全等三角形的判定定理是解题的关键．

24．【分析】过点 *P* 点作 *PE*⊥*OA* 于 *E*，*PF*⊥*OB* 于 *F*，根据垂直的定义得到∠*PEC*＝∠*PFD*＝90°，由 *OM* 是∠*AOB* 的平分线，根据角平分线的性质得到 *PE*＝*PF*，利用四边形内角和定理可得到∠*PCE*+∠*PDO*＝360°－90°－90°＝180°，而∠*PDO*+∠*PDF*＝180°，则∠*PCE*＝∠*PDF*，然后根据“*AAS*”可判断△*PCE*≌△*PDF*，根据全等的性质即可得到 *PC*＝*PD*．

【解答】证明：过点 *P* 点作 *PE*⊥*OA* 于 *E*，*PF*⊥*OB* 于 *F*，如图，

∴∠*PEC*＝∠*PFD*＝90°，

∵*OM* 是∠*AOB* 的平分线，

∴*PE*＝*PF*，

∵∠*AOB*＝90°，∠*CPD*＝90°，

∴∠*PCE*+∠*PDO*＝360°－90°－90°＝180°，

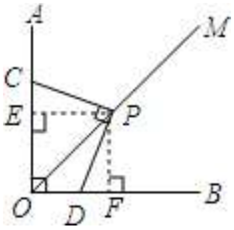
而∠*PDO*+∠*PDF*＝180°，

∴∠*PCE*＝∠*PDF*，

在△*PCE* 和△*PDF* 中$\begin{cases} \angle PCE=\angle PDF \\ \angle PEC=\angle PFD, \\ PE=PF \end{cases}$

∴△*PCE*≌△*PDF*（*AAS*），

∴$PC=PD$.



【点评】本题考查了角平分线的性质：角平分线上的点到这个角两边的距离相等．也考查了三角形全等的判定与性质．

25．【分析】(1）根据三角形的内角和定理以及角平分线的定义计算即可．

（2）随着A、B两点的移动，$\angle ACB$的度数大小不会变化．根据三角形内角和定理三角形的外角的性质角平分线的定义计算即可．

【解答】解：(1）∵$OA=OB$，$\angle AOB=90°$，

∴$\angle ABO=\angle OAB=45°$，

∴$\angle OBD=135°$，

∵$\angle OAB$的平分线与$\angle OBA$的外角平分线交于点C，

∴$\angle OBC=67.5°$，$\angle CAB=22.5°$，

∴$\angle ACB=180°-67.5°-45°-22.5°=45°$

故答案为$45°$．

（2）随着A、B两点的移动，$\angle ACB$的度数大小不会变化．

理由如下：∵AC平分$\angle OAB$

∴$\angle BAC=\angle OAC=\frac{1}{2}\angle OAB$，

∵BC平分$\angle OBA$的外角$\angle OBD$

∴$\angle CBD=\angle OBC=\frac{1}{2}\angle OBD$，

∵$\angle OBD$是$\triangle AOB$的一个外角

∴$\angle OBD=\angle MON+\angle OAB=90°+\angle OAB$

∴$\angle CBD=\frac{1}{2}\angle OBD=\frac{1}{2}(90°+\angle OAB)$

$=45°+\frac{1}{2}\angle OAB$

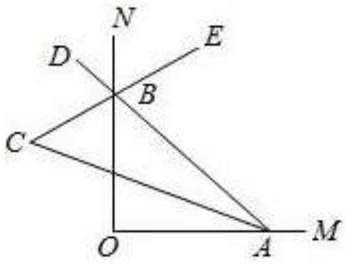
∵$\angle CBD$是$\triangle ABC$的一个外角

∴$\angle CBD=\angle ACB+\angle BAC$

∴$\angle ACB=\angle CBD-\angle BAC$

$=45°+\frac{1}{2}\angle OAB-\frac{1}{2}\angle OAB$

$=45°$．



【点评】本题考查三角形内角和定理，角平分线的定义等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

26.【分析】(1) 在 AC 上截取 $CD=AN$，连接 OD，证明 $\triangle CDO\cong\triangle ANO$，根据全等三角形的性质得到 $OD=ON$，$\angle COD=\angle AON$，证明 $\triangle DMO\cong\triangle NMO$，得到 $DM=MN$，结合图形证明结论；

(2) 在 AC 延长线上截取 $CD=AN$，连接 OD，仿照 (1) 的方法解答.

【解答】解：(1) $CM=AN+MN$，

理由如下：在 AC 上截取 $CD=AN$，连接 OD，

∵$\triangle ABC$ 为等边三角形，$\angle BAC$ 与 $\angle ACB$ 的角平分线交于点 O，

∴$\angle OAC=\angle OCA=30°$，

∴$OA=OC$，

在 $\triangle CDO$ 和 $\triangle ANO$ 中，

$$\begin{cases} OC=OA \\ \angle OCD=\angle OAN, \\ CD=AN \end{cases}$$

∴$\triangle CDO\cong\triangle ANO$ (SAS)

∴$OD=ON$，$\angle COD=\angle AON$，

∵$\angle MON=60°$，

∴$\angle COD+\angle AOM=60°$，

∵$\angle AOC=120°$，

∴$\angle DOM=60°$，

在 $\triangle DMO$ 和 $\triangle NMO$ 中，

$$\begin{cases} OD=ON \\ \angle DOM=\angle NOM, \\ OM=OM \end{cases}$$

∴$\triangle DMO\cong\triangle NMO$，

∴$DM=MN$，

∴$CM=CD+DM=AN+MN$；

(2) 补全图形如图 2 所示：

$CM=MN-AN$，

理由如下：在 AC 延长线上截取 $CD=AN$，连接 OD，

在 $\triangle CDO$ 和 $\triangle ANO$ 中，

$\begin{cases} CD=AN \\ \angle OCD=\angle OAN=150^\circ \\ OC=OA \end{cases}$，

∴△CDO≌△ANO（SAS）

∴$OD=ON$，$\angle COD=\angle AON$，

∴$\angle DOM=\angle NOM$，

在△DMO和△NMO中，

$\begin{cases} OD=ON \\ \angle DOM=\angle NOM \\ OM=OM \end{cases}$，

∴△DMO≌△NMO（SAS）

∴$MN=DM$，

∴$CM=DM-CD=MN-AN$．

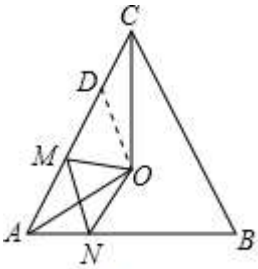


图1

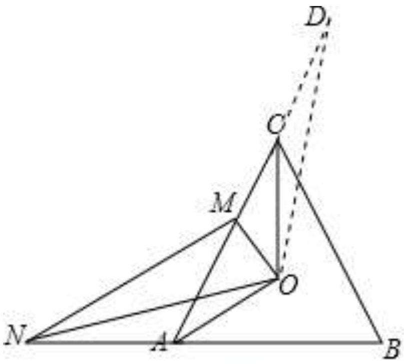


图2

【点评】本题考查的是等边三角形的性质、全等三角形的判定和性质，掌握全等三角形的判定定理和性质定理是解题的关键．