2023北京和平街一中初三9月月考

数　　学

一、选择题（本大题共8小题，共16.0分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 下列方程中是一元二次方程的是(　)

A. $xy+2=1$　　B. $\frac{1}{x^2}-x=1$　　C. $x(x-3)=0$　　D. $x^3+2x=0$

2. 用配方法解一元二次方程$x^2-8x+2=0$，此方程可化为的正确形式是(　)

A. $(x-4)^2=14$　　B. $(x-4)^2=18$　　C. $(x+4)^2=14$　　D. $(x+4)^2=18$

3. 二次函数$y=x^2$的图象经过的象限是(　)

A. 第一、二象限　　B. 第一、三象限　　C. 第二、四象限　　D. 第三、四象限

4. 对于$y=3(x-1)^2+2$的性质，下列叙述正确的是(　)

A. 顶点坐标为$(-1,2)$　　B. 当$x=1$时，y随x增大而减小

C. 当$x=1$时，y有最大值2　　D. 对称轴为直线$x=1$

5. 一元二次方程$4x^2+1=-4x$的根的情况是(　)

A. 只有一个实数根　　B. 有两个不相等的实数根

C. 有两个相等的实数根　　D. 没有实数根

6. 已知x_1和x_2是方程$x^2-x-1=0$的两个根，则$x_1^2+x_1x_2+x_2^2$的值是(　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. -1

7. 已知点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$是抛物线$y=(x-1)^2-2$上两点，若$x_1<x_2<0$，则y_1与y_2的大小关系是(　)

A. $y_1<y_2$　　B. $y_1>y_2$　　C. $y_1=y_2$　　D. 以上都有可能

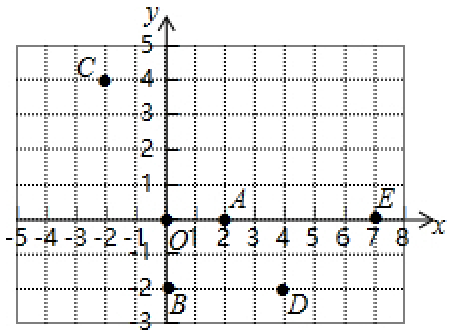
8. 如图，在平面直角坐标系xOy中，有五个点$A(2,0)$，$B(0,-2)$，$C(-2,4)$，$D(4,-2)$，$E(7,0)$，将二次函数$y=a(x-2)^2+m(m\neq 0)$的图象记为W.下列判断中：

①A一定不在W上；

②点B，C，D可以同时在W上；

③点C，E不可能同时在W上.

所有正确结论的序号是(　)



A. ①②③　　B. ①②　　C. ①③　　D. ②③

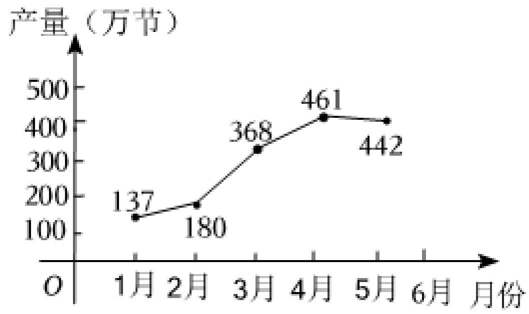
二、填空题（本大题共8小题，共16.0分）

9. 请写出一个开口向下，对称轴为直线$x=3$的抛物线的解析式______ .

10. 若关于x的一元二次方程$(a-1)x^2+a^2x-a=0$有一个根是$x=1$，则a的值为_____.

11. 某厂家2020年1～5月份的口罩产量统计如图所示，设从1月份到3月份，该厂家口罩产量的月平均增长率为x，根据题意可得方程______ .

2020年1-5月份电池产量统计图



12. 正方形边长为2，若边长增加x，那么面积增加y，则y与x的函数关系式是______.

13. 将抛物线$y=3x^2$向右平移1个单位，再向上平移2个单位后所得到的抛物线的解析式为______ .

14. a是关于x的一元二次方程$x^2+2x-5=0$的根，则$2a^2+4a-1$的值是______.

15. 李伟同学在解关于x的一元二次方程$x^2-3x+m=0$时，误将$-3x$看作$+3x$，结果解得$x_1=-1$，$x_2=-2$，则原方程的解为______ .

16. 一个33人的旅游团到一家酒店住宿，酒店的客房只剩下4间一人间和若干间三人间，住宿价格是一人间每晚100元，三人间每晚130元.(说明：男士只能与男士同住，女士只能与女士同住，三人间客房可以不住满，但每间每晚仍需支付130元.)

(1)若该旅游团一晚的住宿房费为1530元，则他们租住了 _____间一人间；

(2)若该旅游团租住了3间一人间，且共有19名男士，则租住一晚的住宿房费最少为_____元.

三、解答题（本大题共 12 小题，共 68.0 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. (本小题6.0分)

解方程：

(1)$2x^2-18=0$；

(2)$x^2-4x-5=0$.

18. (本小题6.0分)

解方程：

(1)$5x^2+3x=x+1$；

(2)$x(2x-5)=4x-10$.

19. (本小题4.0分)

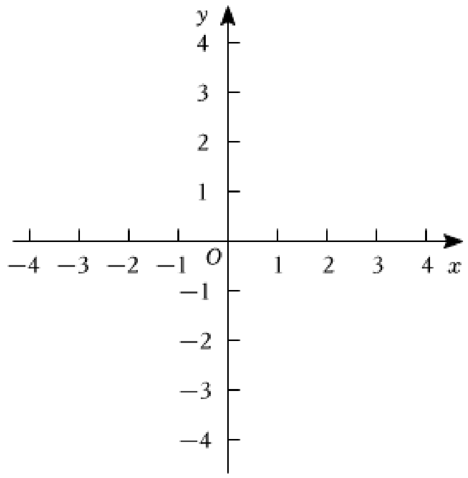
二次函数图象的顶点坐标是$(-3,2)$，并经过点$(-1,0)$，求这个二次函数的函数关系式.

20. (本小题4.0分)

已知二次函数$y=-(x+1)^2+4$.

(1)在平面直角坐标系xOy中画出该函数的图象；

(2)当$-3 \leq x \leq 0$时，结合函数图象，直接写出y的取值范围．



21. (本小题5.0分)

已知关于x的一元二次方程$x^2-4x+2m-1=0$有两个不相等的实数根．

(1)求m的取值范围；

(2)若m为正整数，且该方程的根都是整数，求m的值．

22. (本小题5.0分)

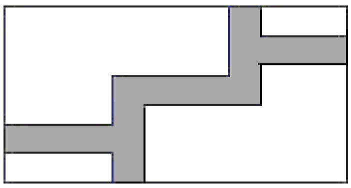
已知等边三角形ABC的边AB、AC的长分别是关于x的方程$x^2-mx+9=0$的两个实数根．

(1)求m的值．

(2)求$\triangle ABC$的面积．

23. (本小题6.0分)

今年朝阳区在老旧小区改造方面取得了巨大成就，人居环境得到了很大改善.某小区规划在如图宽为$20m$，长为$32m$的矩形地面上修筑同样宽的道路(图中阴影部分)，余下的部分种上草坪.要使草坪的面积为$540m^2$，求道路的宽．



24. (本小题6.0分)

如图，在$\triangle ABC$中，$\angle A=90°$，$AB=8cm$，$AC=6cm$，现有动点P从点B出发，沿射线BA方向运动，动点Q从点C出发，沿射线CA方向运动，已知点P的速度是$2cm/s$，点Q的速度是$1cm/s$，它们同时出发，设运动时间是$t\ s(t>0)$．

(1)当$t=3s$时，求$\triangle APQ$的面积．

(2)经过多少秒时，$\triangle APQ$的面积是$8cm^2$．

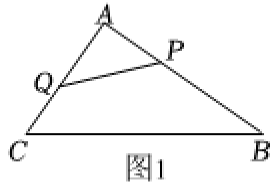
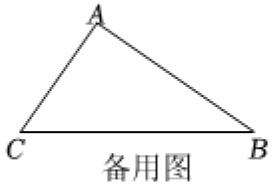


图1



备用图

25. (本小题6.0分)

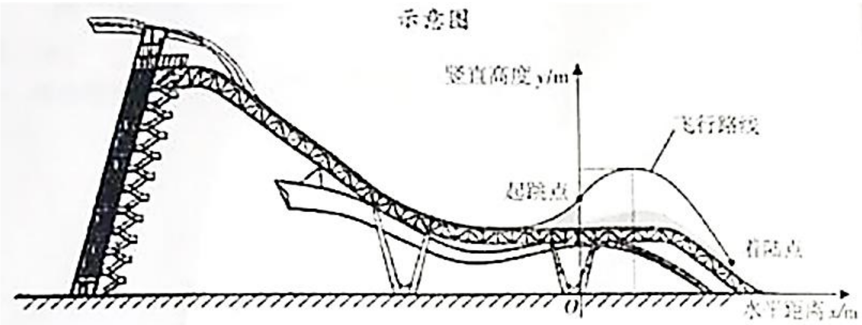
已知关于x的方程$x^2-mx+\frac{m}{2}-\frac{1}{4}=0$有两个实数根.

(1)求证：无论m取何值，方程总有两个实数根.

(2)若▱$ABCD$的两边AB，AD的长是已知方程的两个实数根，当m为何值时，▱$ABCD$是菱形？求此菱形的边长.

26. (本小题6.0分)

单板滑雪大跳台是北京冬奥会比赛项目之一，举办场地为首钢滑雪大跳台．运动员起跳后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分．建立如图所示的平面直角坐标系，从起跳到着陆的过程中，运动员的竖直高度y(单位：m)与水平距离x(单位：m)近似满足函数关系$y=a(x-h)^2+k(a<0)$.



某运动员进行了两次训练.

(1)第一次训练时，该运动员的水平距离x与竖直高度y的几组数据如下：

水平距离x/m	0	2	5	8	11	14
竖直高度y/m	20.00	21.40	22.75	23.20	22.75	21.40

根据上述数据，直接写出该运动员竖直高度的最大值，并求出满足的函数关系$y=a(x-h)^2+k(a<0)$;

(2)第二次训练时，该运动员的竖直高度y与水平距离x近似满足函数关系$y=-0.04(x-9)^2+23.24$.记该运动员第一次训练的着陆点的水平距离为d_1，第二次训练的着陆点的水平距离为d_2，则d_1______d_2(填“>”“=”或“<”).

27. (本小题7.0分)

在△ABC中，$\angle ACB=90°$，D为△ABC内一点，连接BD，DC，延长DC到点E，使得$CE=DC$.

(1)如图1，延长BC到点F，使得$CF=BC$，连接AF，EF.若$AF\perp EF$，求证：$BD\perp AF$;

(2)连接AE，交BD的延长线于点H，连接CH，依题意补全图2.若$AB^2=AE^2+BD^2$，用等式表示线段CD与CH的数量关系，并证明.

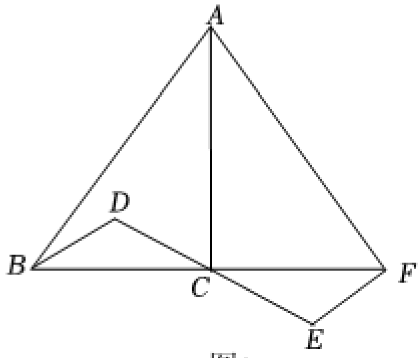


图1

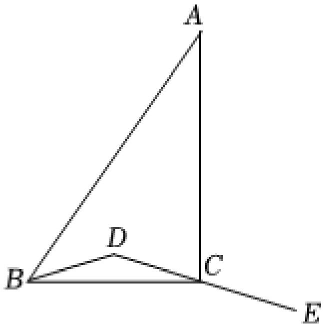


图2

28. (本小题7.0分)

在平面直角坐标系xOy中，对于已知的点P，Q，过点P分别作x轴和y轴的垂线l_1，l_2，记点Q到直线l_1的距离为d_1，点Q到直线l_2的距离为d_2，若$d_1 \geq d_2$，则点Q到点P的“特征距离”为d_1，若$d_1 < d_2$，则点Q到点P的“特征距离”为d_2.

(1)已知点$A(1,2)$

①点$B(-2,3)$到点A的“特征距离”为______；

②点C在函数$y=x^2$的图象上，若点C到点A的“特征距离”为1，则点C的坐标为______；

(2)已知点$P(3,4)$，点$E(a,0)$，$F(0,b)$为平面内的动点，其中a，b均为非负数，且满足$EF=2$.以EF为边作正方形$EFGH$(E、F、G、H按顺时针方向排列)，记线段GH上一动点Q到点P的“特征距离”为t，直接写出t的最大值和最小值，以及相应的H点的坐标.

参考答案

1.【答案】C

【解析】解：$A.xy+2=1$，含有2个未知数，不是一元二次方程，故该选项不正确，不符合题意；

$B.\frac{1}{x^2}-x=1$，不是整式方程，不是一元二次方程，故该选项不正确，不符合题意；

$C.x(x-3)=0$，即$x^2-3x=0$，是一元二次方程，故该选项正确，符合题意；

$D.x^3+2x=0$，含有3次项，不是一元二次方程，故该选项不正确，不符合题意；

故选：C.

根据一元二次方程的定义，即可求解．一元二次方程定义，只含有一个未知数，并且未知数项的最高次数是2的整式方程叫做一元二次方程.

本题考查了一元二次方程的定义，熟练掌握一元二次方程的定义是解题的关键.

2.【答案】A

【解析】解：$x^2-8x+2=0$，

$x^2-8x=-2$，

$x^2-8x+16=-2+16$，

$(x-4)^2=14$，

故选：A.

移项，配方，即可得出选项.

本题考查了配方法解一元二次方程，能够正确配方是解此题的关键.

3.【答案】A

【解析】解：$\because y=x^2$，

$\therefore$抛物线开口向上，顶点坐标为$(0,0)$，

$\therefore$抛物线经过第一，二象限.

故选：A.

由抛物线解析式可得抛物线开口方向及顶点坐标，进而求解.

本题考查二次函数的性质，解题关键是掌握二次函数图象与系数的关系.

4.【答案】D

【解析】解：$\because y=3(x-1)^2+2$，

$\therefore$该函数的顶点坐标为$(1,2)$，故选项A不符合题意；

当$x<1$时，y随x的增大而减小，故选项B不符合题意；

当$x=1$时，y取得最小值2，故选项C不符合题意；

对称轴为直线$x=1$，故选项D符合题意；

故选：D.

根据题目中的函数解析式，可以得到该函数的顶点坐标，从而可以判断A；也可以得到当$x<1$时，y随x增大而减小，从而可以判断B；根据二次函数的性质，可以得到当$x=1$时，y取得最小值2，即可判断C；根

据函数解析式可以直接写出对称轴，从而可以判断D.

本题考查二次函数的性质、二次函数的最值，解答本题的关键是明确题意，利用二次函数的性质解答.

5.【答案】C

【解析】解：方程$4x^2+1=-4x$化为一般形式为$4x^2+4x+1=0$，

$\therefore \Delta=4^2-4\times4\times1=0$，

∴该方程有两个相等的实数根，

故选：C.

把方程化为一般形式，计算其判别式，即可求得答案.

本题主要考查根的判别式，熟练掌握一元二次方程根的个数与根的判别式的关系是解题的关键.

6.【答案】B

【解析】解：根据题意得$x_1+x_2=1$，$x_1x_2=-1$，

所以$x_1^2+x_1x_2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-x_1x_2=1^2-(-1)=2$.

故选：B.

根据根与系数的关系得到$x_1+x_2=1$，$x_1x_2=-1$，再利用完全平方公式变形得到$x_1^2+x_1x_2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-x_1x_2$，然后利用整体代入的方法计算即可.

本题考查了根与系数的关系：若x_1，x_2是一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$的两根时，$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$.

7.【答案】B

【解析】解：$\because$抛物线$y=(x-1)^2-2$，

∴抛物线开口向上，对称轴为$x=1$，

$\because$点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$是抛物线$y=(x-1)^2-2$上两点，且$x_1<x_2<0$，

$\therefore$ y_1与y_2的大小关系是$y_1>y_2$.

故选：B.

先求得抛物线的开口方向和对称轴，然后根据二次函数的增减性得到结论.

本题主要考查的是二次函数的图象和性质，掌握二次函数图象和性质是解题的关键.

8.【答案】B

【解析】解：由二次函数$y=a(x-2)^2+m(m\neq0)$可知，对称轴为直线$x=2$，顶点为$(2,m)$，

①$\because$点$A(2,0)$，

∴点A在对称轴上，

$\because m\neq0$，

∴点A一定不在W上；故①正确；

②$\because B(0,-2)$，$C(-2,4)$，$D(4,-2)$，

∴三点不在一条直线上，且B、D关于直线$x=2$对称，

∴点B，C，D可以同时在W上；故②正确；

③$\because E(7,0)$，

$\therefore E$关于对称轴的对称点为$(-3,0)$，

$\because C(-2,4)$，

$\therefore$三点不在一条直线上，

$\therefore$点C，E可能同时在W上，故③错误；

故正确结论的序号是①②，

故选：B.

由二次函数$y=a(x-2)^2+m(m\neq 0)$可知，对称轴为直线$x=2$，顶点为$(2,m)$，然后根据二次函数图象上点的坐标特征进行分析判定即可.

本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，图象上点的坐标适合解析式是关键.

9.【答案】$y=-(x-3)^2$(答案不唯一)

【解析】解：依题意可知，抛物线解析式中二次项系数为负，已知对称轴为直线$x=3$，

根据顶点式，得抛物线解析式为$y=-(x-3)^2$.本题答案不唯一，

故答案为：$y=-(x-3)^2$(答案不唯一).

开口向下，二次项系数为负，对称轴为直线$x=1$，可根据顶点式写出满足条件的函数解析式.

主要考查了抛物线的对称轴、开口方向与抛物线顶点式的关系：顶点式$y=a(x-h)^2+k$，顶点坐标是(h,k)，对称轴是直线$x=h.a>0$时，开口向上，$a<0$时，开口向下.

10.【答案】-1

【解析】解：把$x=1$代入$(a-1)x^2+a^2x-a=0$，得

$a-1+a^2-a=0$，

解得：$a_1=1$，$a_2=-1$，

$\because a-1\neq 0$，

$\therefore a=-1$.

故答案是：-1.

把$x=1$代入已知方程，列出关于a的新方程，通过解新方程求得a的值即可.

本题考查了一元二次方程的解．一元二次方程的根一定满足该方程.

11.【答案】$180(1+x)^2=461$

【解析】解：依题意得：$180(1+x)^2=461$.

故答案为：$180(1+x)^2=461$.

观察函数图象，找出该厂家2月及4月的口罩产量，再利用该厂家4月份的口罩产量=该厂家2月份的口罩产量$\times(1+$增长率$)^2$，即可得出关于x的一元二次方程，此题得解.

本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

12.【答案】$y=x^2+4x$

【解析】解：新正方形的边长为$x+2$，原正方形的边长为2.

$\therefore$新正方形的面积为$(x+2)^2$，原正方形的面积为4，

$\therefore y=(x+2)^2-4=x^2+4x$，

故答案为$y=x^2+4x$.

增加的面积=新正方形的面积−原正方形的面积，把相关数值代入化简即可.

考查列二次函数关系式；得到增加的面积的等量关系是解决本题的关键.

13.【答案】$y=3(x-1)^2+2$

【解析】解：将抛物线$y=3x^2$向右平移1个单位，再向上平移2个单位后，得到的新的抛物线的解析式为：$y=3(x-1)^2+2$.

故答案为：$y=3(x-1)^2+2$.

根据二次函数图象的平移规律即可解答.

本题主要考查了二次函数图象的平移变换，掌握函数图象的平移规律“左加右减，上加下减”是解答本题的关键.

14.【答案】9

【解析】解：由题意得：

把$x=a$代入方程$x^2+2x-5=0$中得：

$a^2+2a-5=0$，

$\therefore a^2+2a=5$，

$$\begin{gathered}\therefore 2a^2+4a-1\\=2(a^2+2a)-1\\=2\times5-1\\=10-1\end{gathered}$$

$=9$，

故答案为：9.

根据题意可得：把$x=a$代入方程$x^2+2x-5=0$中得：$a^2+2a-5=0$，从而可得$a^2+2a=5$，然后代入式子中进行计算即可解答.

本题考查了一元二次方程的解，熟练掌握一元二次方程的解是解题的关键.

15.【答案】$x_1=2$，$x_2=1$

【解析】解：由题意，得$x^2+3x+m=0$的解为$x_1=-1$，$x_2=-2$，

把$x_1=-1$代入方程$x^2+3x+m=0$，

解得：$m=2$，

原方程为$x^2-3x+2=0$，

分解因式得$(x-2)(x-1)=0$，

解得$x_1=2$，$x_2=1$.

故答案为：$x_1=2$，$x_2=1$.

可先把$x_1=-1$代入方程$x^2+3x+m=0$，求出m的值，然后再求出原方程的解即可.

本题主要考查一元二次方程的解法，熟练掌握一元二次方程的解法是解题的关键.

16.【答案】1

1600

【解析】解：(1)设该旅游团租住了x间一人间，y间三人间，

根据题意得：$100x+130y=1530$，

$\therefore x=\frac{153-13y}{10}$，

又$\because x$，y均为自然数，且$x\le 4$，

$\therefore \begin{cases}x=1\\y=11\end{cases}$，

∴他们租住了1间一人间．

故答案为：1；

(2)当租住的三人间全部住满时，租住一晚的住宿房费最少．

$\because 19-1=18$(人)，$18\div 3=6$(间)，$33-19-(3-1)=12$(人)，$12\div 3=4$(间)，$6+4=10$(间)，

∴租住一晚的住宿房费最少的租住方案为：租住的3间一人间里面1间住男士，2间住女士，另租住10间三人间，

∴此时租住一晚的住宿房费为$100\times 3+130\times 10=1600$(元)，

∴租住一晚的住宿房费最少为1600元．

故答案为：1600．

(1)设该旅游团租住了x间一人间，y间三人间，利用该旅游团一晚的住宿房费$=100\times$租住一人间的间数$+130\times$租住三人间的间数，可得出关于x，y的二元一次方程，结合x，y均为自然数且$x\le 4$，即可得出结论；

(2)由“男士只能与男士同住，女士只能与女士同住，三人间客房可以不住满，但每间每晚仍需支付130元”，可得出“当租住的三人间全部住满时，租住一晚的住宿房费最少”，结合男士、女士的人数及租住一人间的数量，可得出租住一晚的住宿房费最少的租住方案，再求出该方案租住一晚的住宿房费即可得出结论．

本题考查了二元一次方程的应用以及有理数的混合运算，找准等量关系，正确列出二元一次方程是解题的关键．

17.【答案】解：(1)$2x^2-18=0$，

$\therefore 2x^2=18$，

$\therefore x^2=9$，

$\therefore x_1=3$，$x_2=-3$；

(2)$x^2-4x-5=0$，

$\therefore (x-5)(x+1)=0$，

$\therefore x-5=0$，$x+1=0$，

$\therefore x_1=5$，$x_2=-1$．

【解析】(1)利用直接开平方法解答，即可求解；

(2)利用因式分解法解答，即可求解．

本题主要考查一元二次方程的解法，熟练掌握解一元二次方程的几种常用方法：直接开平方法、因式分解

法、公式法、配方法，结合方程的特点选择合适、简便的方法是解题的关键．

18.【答案】解：(1)$5x^2+3x=x+1$，

$\therefore 5x^2+3x-x-1=0$，

$\therefore 5x^2+2x-1=0$，

$\because a=5$，$b=2$，$c=-1$，

$\therefore \Delta=2^2-4\times5\times(-1)=24$，

$\therefore x=\frac{-2\pm\sqrt{24}}{2\times5}=\frac{-2\pm2\sqrt{6}}{10}=\frac{-1\pm\sqrt{6}}{5}$，

$\therefore x_1=\frac{-1+\sqrt{6}}{5}$，$x_2=\frac{-1-\sqrt{6}}{5}$，

(2)$x(2x-5)=4x-10$，

$\therefore x(2x-5)-(4x-10)=0$，

$\therefore x(2x-5)-2(2x-5)=0$，

$\therefore (2x-5)(x-2)=0$，

$\therefore 2x-5=0$，$x-2=0$，

$\therefore x_1=\frac{5}{2}$，$x_2=2$．

【解析】(1)先将一元二次根式变为一般形式，然后用公式法解方程即可；

(2)用因式分解法解方程即可．

本题主要考查了解一元二次方程，熟练掌握解一元二次方程的一般步骤是解题的关键．

19.【答案】解：因为二次函数图象的顶点坐标是$(-3,2)$，

设二次函数解析式为$y=a(x+3)^2+2$，

把$(-1,0)$代入，

得$(-1+3)^2a+2=0$，

解得$a=-\frac{1}{2}$，

所以二次函数解析式为：$y=-\frac{1}{2}(x+3)^2+2$．

【解析】已知抛物线的顶点坐标，可设顶点式，然后把$(-1,0)$代入即可得到抛物线解析式．

本题考查了用待定系数法求二次函数的解析式：在利用待定系数法求二次函数关系式时，要根据题目给定的条件，选择恰当的方法设出关系式，从而代入数值求解．一般地，当已知抛物线上三点时，常选择一般式，用待定系数法列三元一次方程组来求解；当已知抛物线的顶点或对称轴时，常设其解析式为顶点式来求解；当已知抛物线与x轴有两个交点时，可选择设其解析式为交点式来求解．

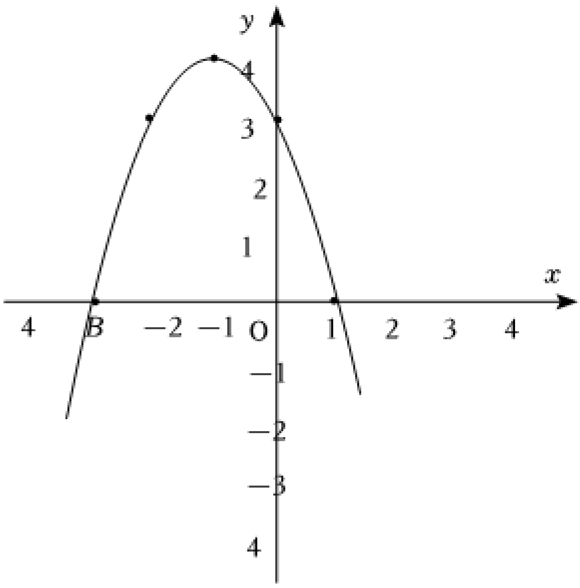
20.【答案】解：(1)抛物线$y=-(x+1)^2+4$的顶点坐标为$(-1,4)$，

当$x=0$时，$y=-(x+1)^2+4=3$，则抛物线与y轴的交点坐标为$(0,3)$；

根据对称轴为直线$x=-1$，得抛物线必过点$(-2,3)$，

当$y=0$时，$-(x+1)^2+4=0$，解得$x_1=1$，$x_2=-3$，则抛物线与x轴的交点坐标为$(-3,0)$，$(1,0)$；

过以上五点描点、连线作出抛物线，如图，



(2) ∵抛物线$y=-(x+1)^2+4$的顶点坐标为$(-1,4)$，且$a=-1<0$，

∴当$x=-1$时，y有最大值为4；

当$x=-3$时，$y=-(-3+1)^2+4=0$，

当$-3\le x\le 0$时，$0\le y\le 4$.

【解析】(1)先解方程$-(x+1)^2+4=0$得抛物线与x轴的交点坐标为$(-3,0)$，$(1,0)$，再确定抛物线的顶点坐标和与y轴的交点坐标，然后利用描点法画二次函数图象；

(2)当$x=-1$时，函数有最大值为4；当$x=-3$时，$y=3$，即可得出结论.

本题主要考查二次函数的图象和性质，掌握二次函数的图象和性质是解题的关键.

21.【答案】解：(1) ∵依题意，得$\Delta=16-4(2m-1)>0$.

$\therefore m<\frac{5}{2}$,

即m的取值范围是$m<\frac{5}{2}$.

(2) ∵ m为正整数，

$\therefore m=1$或2，

当$m=1$时，方程为$x^2-4x+1=0$的根$x=2\pm\sqrt{3}$不是整数；

当$m=2$时，方程为$x^2-4x+3=0$的根$x_1=1$，$x_2=3$，都是整数.

综上所述，$m=2$.

【解析】本题考查了根的判别式和解一元二次方程，能根据题意求出m的值和m的范围是解此题的关键.

(1)根据题意得出$\Delta>0$，代入求出m的值即可；

(2)求出$m=1$或2，代入后求出方程的解，即可得出答案.

22.【答案】解：(1) ∵$\triangle ABC$是等边三角形，

$\therefore AB=AC$，

∵边AB、AC的长分别是关于x的方程$x^2-mx+9=0$的两个实数根，

$\therefore \Delta=0$，

$\therefore m^2-36=0$，

$\therefore m=\pm 6$，

$\because AB+AC=m>0$，

$\therefore m=6$；

(2) $\because AB+AC=6$，

$\therefore AB=AC=BC=3$，

$\therefore\triangle ABC$的面积$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 3^2=\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

【解析】(1)判断出$\Delta=0$，构建方程求出m即可；

(2)利用等边三角形的面积$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times a^2$($a$是边长)计算即可.

本题考查根与系数的关系，等边三角形的性质等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

23.【答案】解：设道路的宽x米，

则$(32-x)(20-x)=540$，

解得：$x=2$，$x=50$(舍去)，

答：道路的宽是2米.

【解析】设道路宽为x米，利用平移把不规则的图形变为规则图形，如此一来，所有草坪面积之和就变为了$(32-x)(20-x)$米^2，进而即可列出方程，求出答案.

此题主要考查了由实际问题抽象出一元二次方程，这类题目体现了数形结合的思想，需利用平移把不规则的图形变为规则图形，进而即可列出方程，求出答案，另外还要注意解的合理性，从而确定取舍.

24.【答案】解：(1) $\because$点P的速度是$2cm/s$，点Q的速度是$1m/s$，

当$t=4$时，$BP=2t=8cm$，$CQ=t=4cm$，

$\therefore AP=4cm$，$AQ=4cm$，

$\therefore S_{\triangle APQ}=\frac{1}{2}\times 4\times 4=8(cm^2)$.

(2)设经过t秒$\triangle APQ$的面积是$\triangle ABC$面积的一半.

根据题意得：$\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 12\times 8=24cm^2$，

当$0<t<6$时如图1：

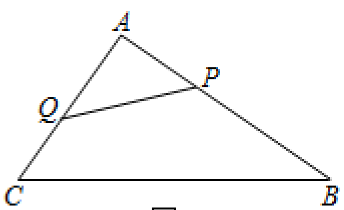


图 1

$S_{\triangle APQ}=\frac{1}{2}(12-2t)(8-t)=8$，

整理得$t^2-14t+40=0$，

解得$t=10$(舍去)或$t=4$.

当$6 < t < 8$时如图2：

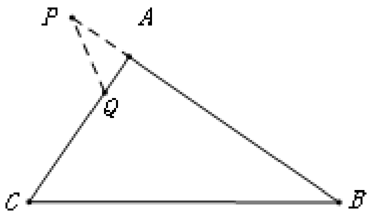


图2

$S_{\triangle APQ}=\frac{1}{2}(2t-12)(8-t)=8$，

整理得$t^2-14t+72=0$，

$\varDelta<0$，无解.

当$t>8$时如图3：

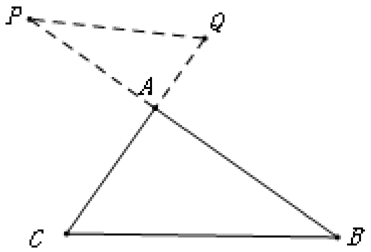


图3

$S_{\triangle APQ}=\frac{1}{2}(2t-12)(t-8)=8$，

整理得$t^2-14t+24=0$，

解得$t=12$或$t=2$(舍去).

综上所述：经过4秒或12秒$\triangle APQ$的面积是$\triangle ABC$面积的一半.

【解析】(1)根据点P的速度是$2cm/s$，点Q的速度是$1cm/s$，$AP=4cm$，$AQ=4cm$，利用面积公式求解；

(2)设经过t秒$\triangle APQ$的面积是$\triangle ABC$面积的一半，则$BP=2t\ cm$，$CQ=2t\ cm$，

进而表示出$AP=(12-2t)cm$，$AQ=(8-t)cm$，利用面积公式表示出方程求解但是由于题目给的是射线，注意分类讨论.

本题考查了一元二次方程的应用，特别是动点问题更是中考的热点考题之一，注意审题，分类讨论思想的应用.

25.【答案】(1)证明：$\because \varDelta=(-m)^2-4\times1\times(\frac{m}{2}-\frac{1}{4})=m^2-2m+1=(m-1)^2\geq0$，

$\therefore$无论m取什么数，方程总有两个实数根；

(2)解：$\because$▱$ABCD$是菱形，

$\therefore AB=AD$，

$\therefore$当$\varDelta=(m-1)^2=0$时，

即$m=1$时，▱$ABCD$是菱形，

把$m=1$代入已知方程可得：$x^2-x+\frac{1}{4}=0$，

解得：$x_1=x_2=\frac{1}{2}$.

∴此菱形的边长为$\frac{1}{2}$.

【解析】(1)由$\Delta=(-m)^2-4\times1\times(\frac{m}{2}-\frac{1}{4})=m^2-2m+1=(m-1)^2\geq0$，即可判定无论$m$取什么数，方程总有两个实数根；

(2)由当$\Delta=(m-1)^2=0$时，▱$ABCD$是菱形，即可求得m的值，然后代入原方程，即可求得时菱形的边长.

此题考查了菱形的判定与性质，平行四边形的性质以及一元二次方程根的情况．此题难度适中，注意掌握方程思想的应用.

26.【答案】解：(1)根据表格中的数据可知，抛物线的顶点坐标为：$(8,23.20)$，

$\therefore h=8$，$k=23.20$，

即该运动员竖直高度的最大值为$23.20m$，

根据表格中的数据可知，当$x=0$时，$y=20.00$，代入$y=a(x-8)^2+23.20$得：

$20.00=a(0-8)^2+23.20$，

解得：$a=-0.05$，

∴函数关系式为：$y=-0.05(x-8)^2+23.20$；

(2) <。

【解析】(1)见答案；

(2)设着陆点的纵坐标为t，则第一次训练时，$t=-0.05(x-8)^2+23.20$，

解得：$x=8+\sqrt{20(23.20-t)}$或$x=8-\sqrt{20(23.20-t)}$，

∴根据图象可知，第一次训练时着陆点的水平距离$d_1=8+\sqrt{20(23.20-t)}$，

第二次训练时，$t=-0.04(x-9)^2+23.24$，

解得：$x=9+\sqrt{25(23.24-t)}$或$x=9-\sqrt{25(23.24-t)}$，

∴根据图象可知，第二次训练时着陆点的水平距离$d_2=9+\sqrt{25(23.24-t)}$，

$\because 20(23.20-t)<25(23.24-t)$，

$\therefore \sqrt{20(23.20-t)}<\sqrt{25(23.24-t)}$，

$\therefore d_1<d_2$，

故答案为：<.

(1)先根据表格中的数据找到顶点坐标，即可得出h、k的值，运动员竖直高度的最大值；将表格中除顶点坐标之外的一组数据代入函数关系式即可求出a的值即可得出函数解析式；

(2)设着陆点的纵坐标为t，分别代入第一次和第二次的函数关系式，求出着陆点的横坐标，用t表示出d_1和d_2，然后进行比较即可.

本题主要考查了二次函数的应用，待定系数法求函数关系式，设着陆点的纵坐标为t，用t表示出d_1和d_2是解题的关键.

27.【答案】(1)证明：在$\triangle BCD$和$\triangle FCE$中，

$$\begin{cases} BC = FC \\ \angle BCD = \angle FCE, \\ CD = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCD \cong \triangle FCE(SAS)$，

$\therefore \angle DBC = \angle EFC$，

$\therefore BD // EF$，

$\because AF \perp EF$，

$\therefore BD \perp AF$；

(2)解：由题意补全图形如下：

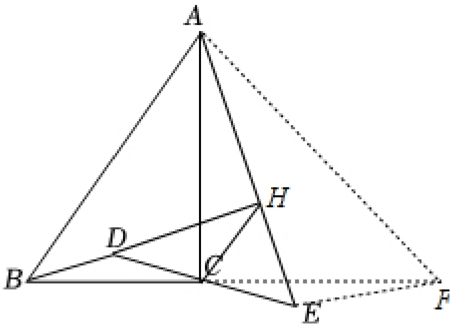


图2

$CD = CH$.

证明：延长BC到F，使$CF = BC$，连接AF，EF，

$\because AC \perp BF$，$BC = CF$，

$\therefore AB = AF$，

由(1)可知$BD // EF$，$BD = EF$，

$\because AB^2 = AE^2 + BD^2$，

$\therefore AF^2 = AE^2 + EF^2$，

$\therefore \angle AEF = 90°$，

$\therefore AE \perp EF$，

$\therefore BD \perp AE$，

$\therefore \angle DHE = 90°$，

又$\because CD = CE$，

$\therefore CH = CD = CE$.

【解析】(1)证明$\triangle BCD \cong \triangle FCE(SAS)$，由全等三角形的性质得出$\angle DBC = \angle EFC$，证出$BD // EF$，则可得出结论；

(2)由题意画出图形，延长BC到F，使$CF = BC$，连接AF，EF，由(1)可知$BD // EF$，$BD = EF$，证出$\angle AEF = 90°$，得出$\angle DHE = 90°$，由直角三角形的性质可得出结论.

本题考查了全等三角形的判定与性质，等腰三角形的性质，直角三角形的性质，勾股定理的逆定理，证明$\triangle BCD \cong \triangle FCE$是解题的关键.

28.【答案】3 $(\sqrt{3}, 3)$或$(1,1)$

【解析】解：(1)①点$B(-2,3)$到直线$x=1$的距离为$|-2-1|=3$，到直线$y=2$的距离为$3-2=1$，

$\because 3>1$，

$\therefore$点B到点A的“特征距离”为3．

故答案为：3．

②设点C坐标为(m,m^2)，

当$|m-1|=1$时，解得$m=2$或$m=0$，

而此时$m^2=4$或$m^2=0$，

且$|4-2|=2>1$，不符合题意，$|0-2|=2>1$，不符合题意．

当$|m^2-2|=1$时，解得$m=\sqrt{3}$或$m=-\sqrt{3}$或$m=1$或$m=-1$，

当$m=\sqrt{3}$时，$\sqrt{3}-1<1$，满足题意，

当$m=-\sqrt{3}$时，$|-\sqrt{3}-1|>1$，不满足题意，

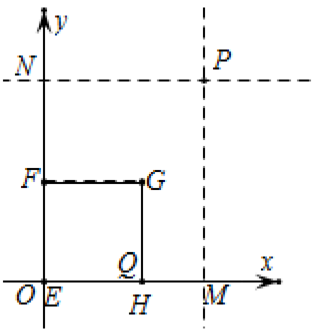
当$m=1$时，$|1-1|<1$，符合题意，

当$m=-1$时，$|1-(-1)|>1$，不符合题意．

综上所述，点C坐标为$(\sqrt{3},3)$或$(1,1)$．

故答案为：$(\sqrt{3},3)$或$(1,1)$．

(2)如图：

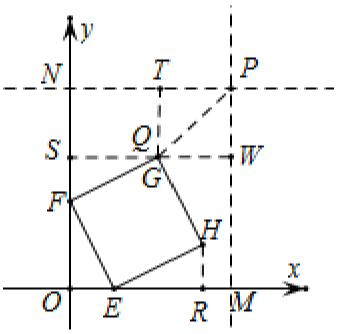


$\because P(3,4)$，点$E(a,0)$，$F(0,b)$为平面内的动点，其中a，b均为非负数，且满足$EF=2$，

$\therefore E$、F在x轴、y轴上运动时，GH在矩形$PMON$内运动，$EF=FG=GH=HE=2$，

根据“特征距离”可知：当H在x轴上，Q与H重合时，Q到点P的“特征距离”最大，此时$t=4$，$H(2,0)$；

如图：



当E、F在x轴、y轴上运动时，G到PM、PN距离相等时，Q与G重合，Q到点P的“特征距离”最小，

过Q作$SW//x$轴交y轴于S，交PM于W，过Q作$QT\perp PN$于T，过H作$HR\perp x$轴于R，

$\because \angle HER=90^\circ-\angle FEO=\angle OFE$，$\angle HRE=\angle EOF$，$EF=EF$，

$\therefore \triangle HRE \cong \triangle EOF(AAS)$，

同理$\triangle FSQ \cong \triangle EOF$，

$\therefore HR = OE = FS$，$ER = OF = SQ$，

设$HR = OE = FS = x$，$ER = OF = SQ = y$，则$NS = ON - OF - FS = 4 - x - y = QT$，$PT = PN - NT = 3 - y$，

而$QT = PT$，

$\therefore 4 - x - y = 3 - y$，

解得$x = 1$，即$HR = OE = 1$，

$Rt\triangle EHR$中，$ER = \sqrt{EF^2 - HR^2} = \sqrt{3}$，

$\therefore OR = 1 + \sqrt{3}$，$SQ = ER = \sqrt{3}$，

$\therefore H(1 + \sqrt{3}, 1)$，$QW = QT = 3 - \sqrt{3}$，即$t = 3 - \sqrt{3}$，

综上所述，当$H(2,0)$时，Q到点P的“特征距离”最大，此时$t = 4$，

当$H(1 + \sqrt{3}, 1)$时，Q到点P的“特征距离”最小，此时$3 - \sqrt{3}$.

(1)①点$B(-2,3)$到直线$x = 1$的距离为$|-2-1| = 3$，到直线$y = 2$的距离为$3 - 2 = 1$，即得点B到点A的“特征距离”为3；②设点C坐标为(m, m^2)，当$|m - 1| = 1$时，可得$m = 2$或$m = 0$，检验均不符合题意．当$|m^2 - 2| = 1$时，得$m = \sqrt{3}$或$m = -\sqrt{3}$或$m = 1$或$m = -1$，检验可知当$m = \sqrt{3}$，$m = 1$时，满足题意，故点C坐标为$(\sqrt{3}, 3)$或$(1,1)$.

(2)画出图形可知，当H在x轴上，Q与H重合时，Q到点P的“特征距离”最大，此时$t = 4$，$H(2,0)$；当G到PM、PN距离相等时，Q与G重合，Q到点P的“特征距离”最小，过Q作$SW//x$轴交y轴于S，交PM于W，过Q作$QT \perp PN$于T，过H作$HR \perp x$轴于R，可证$\triangle HRE \cong \triangle EOF$，同理$\triangle FSQ \cong \triangle EOF$，即得$HR = OE = FS$，$ER = OF = SQ$，设$HR = OE = FS = x$，$ER = OF = SQ = y$，根据$QT = PT$，可得$x = 1$，即$HR = OE = 1$，$ER = \sqrt{EF^2 - HR^2} = \sqrt{3}$，即可得$H(1 + \sqrt{3}, 1)$，$t = 3 - \sqrt{3}$.

本题考查新定义，涉及二次函数图象上点坐标特征、正方形性质的应用等，解题的关键是画出图形，数形结合列方程，求出HR的长度.