2023 北京一零一中初三 9 月月考

数　　学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的只有一个。

1．一元二次方程 $2x^2+x-5=0$ 的二次项系数、一次项系数、常数项分别是（　　）

A．2，1，5　　B．2，1，－5　　C．2，0，－5　　D．2，0，5

2．由抛物线 $y=-2x^2$ 平移而得到抛物线 $y=-2(x+1)^2-2$，下列平移正确的是（　　）

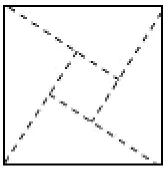
A．先向右平移 1 个单位，再向上平移 2 个单位

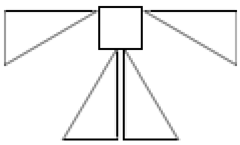
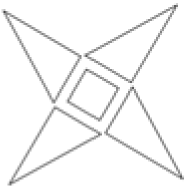
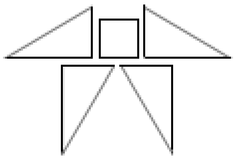
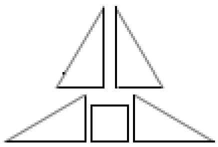
B．先向右平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位

C．先向左平移 1 个单位，再向上平移 2 个单位

D．先向左平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位

3．如图，将一个正方形纸片沿图中虚线剪开，能拼成下列四个图形，其中是中心对称图形的是（　　）

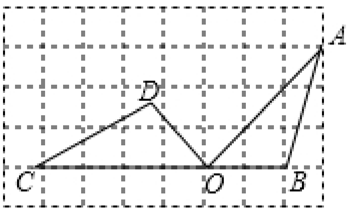


A．　B．　C．　D．

4．用配方法解方程 $x^2+4x+1=0$，下列变形正确的是（　　）

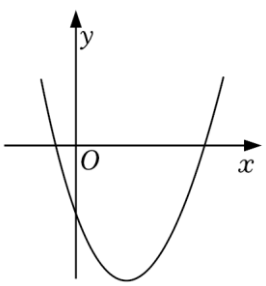
A．$(x+2)^2=3$　　B．$(x+2)^2=-3$　　C．$(x+2)^2=5$　　D．$(x+2)^2=-5$

5．如图，点 A、B、C、D、O 都在方格纸上，若△COD 是由△AOB 绕点 O 按逆时针方向旋转而得，则旋转的角度为（　　）



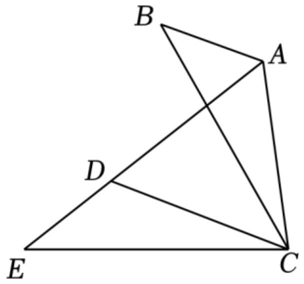
A．30°　　B．45°　　C．90°　　D．135°

6．已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象如图所示，那么下列判断正确的是（　　）



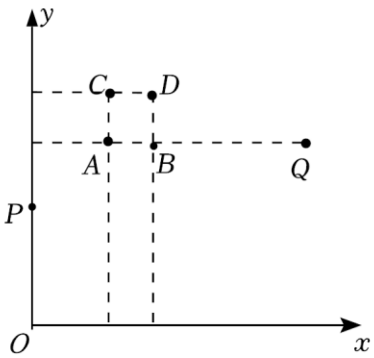
A．$b>0$，$c>0$　　　B．$b>0$，$c<0$　　　C．$b<0$，$c>0$　　　D．$b<0$，$c<0$．

7．如图，在△ABC 中，$\angle BAC=120°$；将△ABC 绕点 C 逆时针旋转得到△DEC，点 A，B 的对应点分别为 D，E，连接 AD．当点 A，D，E 在同一条直线上时，则下列结论一定正确的是（　　）



A．$CB=CD$　　　B．$DE+DC=BC$　　　C．$AB\parallel CD$　　　D．$\angle ABC=\angle ADC$

8．在特定条件下，篮球赛中进攻球员投球后，篮球的运行轨迹是开口向下的抛物线的一部分．“盖帽”是一种常见的防守手段，防守队员在篮球上升阶段将球拦截即为“盖帽”，而防守队员在篮球下降阶段将球拦截则属“违规”．对于某次投篮而言，如果忽略其他因素的影响，篮球处于上升阶段的水平距离越长，则被“盖帽”的可能性越大，收集几次篮球比赛的数据之后，某球员投篮可以简化为下述数学模型：如图所示，该球员的投篮出手点为 P，篮框中心点为 Q，他可以选择让篮球在运行途中经过 A，B，C，D 四个点中的某一点并命中 Q，忽略其他因素的影响，那么被“盖帽”的可能性最大的线路是（　　）



A．$P\to A\to Q$　　　B．$P\to B\to Q$　　　C．$P\to C\to Q$　　　D．$P\to D\to Q$

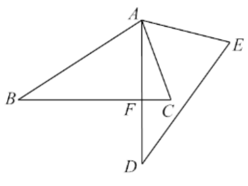
二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9．在平面直角坐标系中，点 P（3，﹣2）绕原点旋转 180°后所得到的点的坐标为_________．

10．已知 $x=1$ 是方程 $x^2+bx-2=0$ 的一个根，则 $b=$______．

11．请你写出一个二次函数，其图象满足条件：①开口向下；②与 y 轴的交点坐标为（0，3）．此二次函数的解析式可以是_____________．

12．如图，将△ABC 绕点 A 逆时针旋转 55°得到△ADE，若 $\angle E=70°$ 且 $AD\perp BC$ 于点 F，则 $\angle BAC=$_______．



13．已知一元二次方程 $x^2+mx+m-1=0$ 有两个相等的实数根，则 $m=$______．

14．在二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）中，y 与 x 的部分对应值如表：

x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	0	2	m	n	0	…

则 m，n 的大小关系为 m______n．（填“＞”“＝”或“＜”）

15．电影《长津湖》一上映，第一天票房 2.05 亿元，若每天票房的平均增长率相同，三天后累计票房收入达 10.53 亿元，平均增长率记作 x，方程可以列为 ______________．

16．抛物线 $y=-x^2+2x+m$ 交 x 轴于点 A（a，0）和 B（b，0）（点 A 在点 B 左侧），抛物线的顶点为 D，下列四个结论：

①抛物线过点（2，m）；

②当 $m=0$ 时，△ABD 是等腰直角三角形；

③$a+b=4$；

④抛物线上有两点 P（x_1，y_1）和 Q（x_2，y_2），若 $x_1<x_2$，且 $x_1+x_2>2$，则 $y_1>y_2$．

其中结论正确的序号是________．

三、解答题（本题共 68 分，第 17 题 8 分、18-20 题 4 分、21、22 题 5 分，23-25、27 题 6 分，26 题、28 题 7 分）

17．（8 分）解方程：

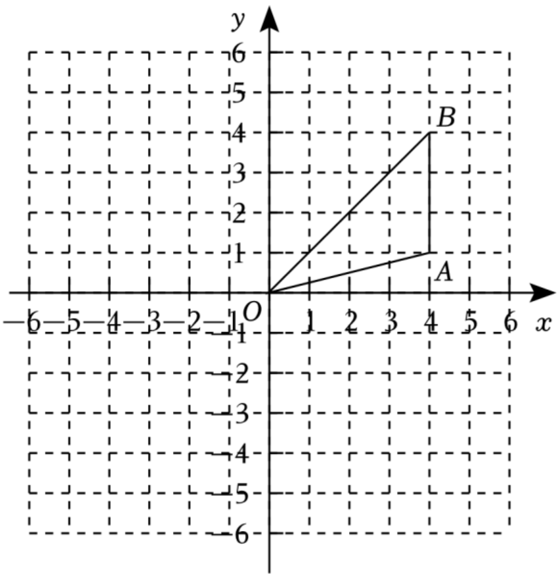
（1）$9x^2=4$；

（2）$x^2-x-6=0$．

18．（4 分）如图，正方形网格中，每个小正方形的边长都是 1 个单位长度，在平面直角坐标系中，△OAB 的三个顶点 O（0，0），A（4，1），B（4，4）均在格点上．

（1）画出△OAB 关于 y 轴对称的△OA_1B_1，直接写出点 A_1 的坐标为 _________；

（2）画出△OAB 绕原点 O 旋转 180° 后得到的△OA_2B_2．



19．（4 分）已知 a 是方程 $2x^2+7x-1=0$ 的一个根，求代数式 $(a-2)^2-3a(a+1)$ 的值．

20．（4 分）已知关于 x 的一元二次方程：$3x^2-(k+3)x+k=0$．

（1）求证：该方程总有两个实数根；

（2）若该方程有一个根大于 2，求 k 的取值范围．

21．（5 分）已知抛物线 $y=2x^2+bx+c$ 过点（1，3）和（0，4）．

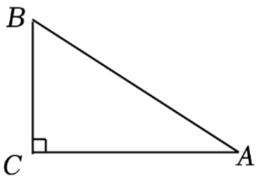
（1）求该抛物线的解析式；

（2）直接写出该抛物线的顶点坐标 ______________．

22．（5 分）如图，△ABC 是直角三角形，∠C＝90°，将△ABC 绕点 C 顺时针旋转 90°．

（1）试作出旋转后的△DCE，其中 B 与 D 是对应点；

（2）在作出的图形中，已知 AB＝5，BC＝3，求 BE 的长．

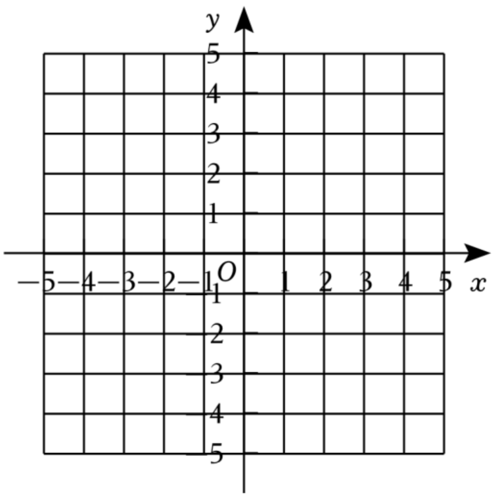


23．（6 分）已知二次函数 $y=x^2-2x-3$．

（1）画出它的图象．

（2）当 $0<x\leq4$ 时，y 的取值范围是 _________．

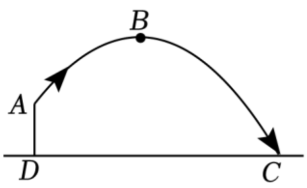
（3）直线 $y=kx+b$ 与抛物线 $y=x^2-2x-3$ 交于点 A，B，且点 A 在 y 轴上，点 B 在 x 轴的右半轴上，则不等式 $kx+b<x^2-2x-3$ 的解集为 _________．



24．（6 分）体育课上，一名九年级学生测试扔实心球．已知实心球经过的路线是某个二次函数图象的一部分，如果球出手处 A 点距离地面的高度为 2 米，当球运行的水平距离为 4 米时，到达最大高度为 4 米的 B 处（如图所示）．

（1）以 D 为原点，CD 所在直线为 x 轴建立平面直角坐标系，在图中画出坐标系，点 B 的坐标为 _______；

（2）请你计算该学生把实心球扔出多远？（结果保留根号）

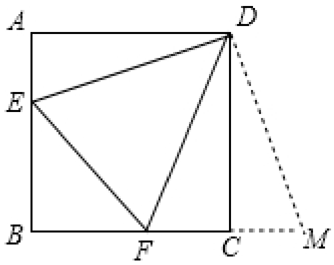


25．（6 分）如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 6，E，F 分别是 AB，BC 边上的点，且∠EDF＝45°，将△DAE

绕点 D 逆时针旋转 90°，得到△DCM.

（1）求证：$EF=FM$.

（2）当 $AE=2$ 时，求 EF 的长.



26.（7 分）在平面直角坐标系 xOy 中，点 A（1，m）和 B（2，n）在抛物线 $y=-x^2+bx$ 上.

（1）若 $m=1$，求该抛物线的对称轴；

（2）若 $mn<0$，设抛物线的对称轴为直线 $x=t$，

①直接写出 t 的取值范围 ____________；

②已知点 $(-2,\ y_1)$，$(\frac{3}{2},\ y_2)$，$(4,\ y_3)$ 在该抛物线上．将 y_1，y_2，y_3 按从大到小排序，并说明理由.

27.（6 分）在 Rt△ABC 中，∠$ABC=90°$，∠$BAC=\alpha$，D 为 AB 的中点，过 D 作 $DE\perp AC$ 于 E，连接 CD，F 为 CD 的中点.

（1）图 1 中，BF 与 EF 的数量关系是 ______，∠$BFE=$_________（用含 α 的式子表示）；

（2）将△ADE 绕点 A 逆时针旋转至如图 2 所示位置，试判断（1）中的两个结论是否依然成立？若成立，请证明你的结论.

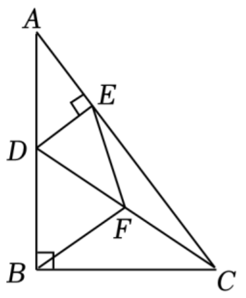


图1

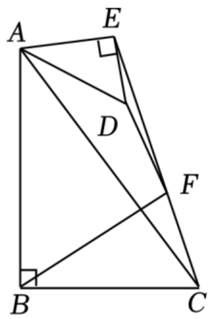


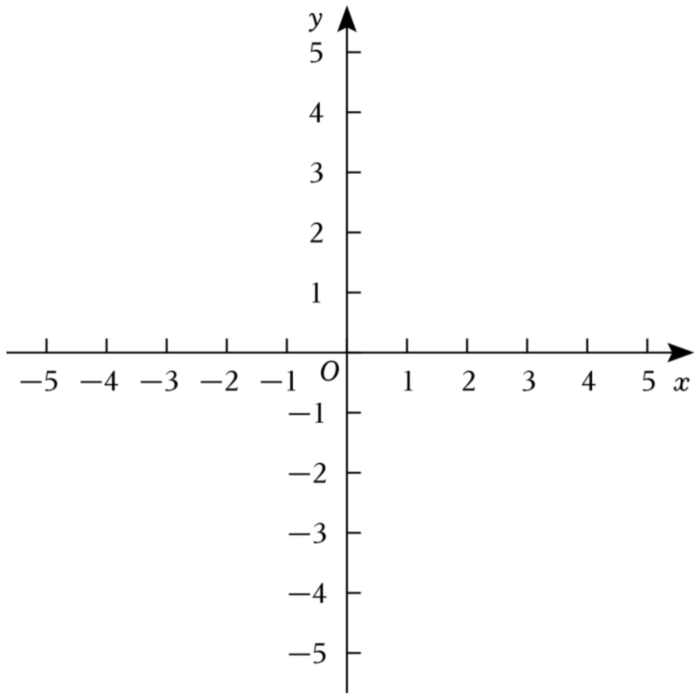
图2

28.（7 分）对于平面直角坐标系 xOy 内的点 P 和图形 M，给出如下定义：如果点 P 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到点 P'，点 P' 落在图形 M 上或图形 M 围成的区域内，那么称点 P 是图形 M 关于原点 O 的“伴随点”．已知点 A（1，1），B（3，1），C（3，2）.

（1）在点 P_1（－2，0），P_2（－1，1），P_3（－1，2）中，点 _________ 是线段 AB 关于原点 O 的“伴随点”；

（2）如果点 D（m，2）是△ABC 关于原点 O 的“伴随点”，直接写出 m 的取值范围；

（3）已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的顶点坐标为（－1，n），其关于原点对称的抛物线上存在△ABC 关于原点 O 的“伴随点”，求 n 的最大值和最小值.



y
5
4
3
2
1
O
−5 −4 −3 −2 −1
1 2 3 4 5 x
−1
−2
−3
−4
−5

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的只有一个。

1.【分析】根据多项式的项和单项式的系数定义得出答案即可．

【解答】解：一元二次方程 $2x^2+x-5=0$ 的二次项系数，一次项系数，常数项分别是 2，1，﹣5，

故选：B．

【点评】本题考查了单项式的系数定义，多项式的项的定义和一元二次方程的一般形式，注意：找多项式的各项系数时带着前面的符号．

2.【分析】根据左加右减，上加下减的平移规律求解即可．

【解答】解：∵将抛物线 $y=-2x^2$ 先向左平移 1 个单位，再向下平移 2 个单位得到新的抛物线的解析式为 $y=-2(x+1)^2-2$，

故选：D．

【点评】本题考查了二次函数图象的平移规律，熟练掌握二次函数图象的平移规律是解题的关键．

3.【分析】根据中心对称图形的概念求解．

【解答】解：A．不是中心对称图形，故此选项不合题意；

B．是中心对称图形，故此选项符合题意；

C．不是中心对称图形，故此选项不合题意；

D．不是中心对称图形，故此选项不合题意；

故选：B．

【点评】此题主要考查了利用旋转设计图案，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合．

4.【分析】方程移项后，配方得到结果，即可作出判断．

【解答】解：方程移项得：$x^2+4x=-1$，

配方得：$x^2+4x+4=3$，即 $(x+2)^2=3$．

故选：A．

【点评】此题考查了解一元二次方程﹣配方法，熟练掌握完全平方公式是解本题的关键．

5.【分析】利用旋转的性质得到 $\angle AOC$ 为旋转角，然后利用 $\angle AOB=45°$ 得到 $\angle AOC$ 的度数即可．

【解答】解：∵$\triangle COD$ 是由 $\triangle AOB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转而得，

∴$\angle AOC$ 为旋转角，

∵$\angle AOB=45°$，

∴$\angle AOC=135°$，即旋转角为 $135°$．

故选：D．

【点评】本题考查了旋转的性质：对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；旋转前、后的图形全等．

6.【分析】通过函数图象开口方向，对称轴位置及抛物线与 y 轴交点位置可确定 a，b，c 的符号，进而求

解.

【解答】解：∵抛物线开口向上，

∴$a>0$，

∵抛物线对称轴在 y 轴右侧，

∴ $-\frac{b}{2a}>0$，

∴$b<0$，

∵抛物线与 y 轴交点在 x 轴下方，

∴$c<0$.

故选：D.

【点评】本题考查二次函数的图象，解题关键是掌握二次函数的图象与系数的关系.

7.【分析】由旋转的性质得出 $CD=CA$，$\angle EDC=\angle BAC=120^\circ$，则可得出结论.

【解答】解：由旋转的性质得出 $CD=CA$，$\angle EDC=\angle BAC=120^\circ$，

∵点 A，D，E 在同一条直线上，

∴$\angle EDC=60^\circ$，

∴$\angle CAD=\angle EDC=60^\circ$，

∴$\angle BAD=60^\circ$，

∴$AB\parallel CD$.

故选：C.

【点评】本题考查三角形的旋转，解题的关键是掌握旋转的性质及等腰三角形的性质.

8.【分析】分类讨论投篮线路经过 A，B，C，D 四个点时篮球上升阶段的水平距离求解.

【解答】解：B，D 两点，横坐标相同，而 D 点的纵坐标大于 B 点的纵坐标，显然，B 点上升阶段的水平距离长；

A，B 两点，纵坐标相同，而 A 点的横坐标小于 B 点的横坐标，等经过 A 点的篮球运行到与 B 点横坐标相同时，显然在 B 点上方，故 B 点上升阶段的水平距离长；

同理可知 C 点路线优于 A 点路线，

综上：$P\to B\to Q$ 是被“盖帽”的可能性最大的线路.

故选：B.

【点评】本题考查二次函数图象上点的坐标特征，解题关键是理解题意，通过分类讨论求解.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9.【分析】将点 P 绕原点旋转 180°，实际上是求点 P 关于原点的对称点的坐标.

【解答】解：根据题意得，点 P 关于原点的对称点是点 P'，

∵P 点坐标为（3，－2），

∴点 P' 的坐标（－3，2）.

故答案为：（－3，2）.

【点评】本题考查了坐标与图形的变换－旋转，熟练掌握关于原点的对称点的坐标特征是解决问题的关

键．

10．【分析】把方程的根代入方程可以求出字母系数的值．

【解答】解：∵$x=1$ 是方程 $x^2+bx-2=0$ 的一个根，

∴$1+b-2=0$，

解得 $b=1$．

故答案为：1．

【点评】本题考查的是一元二次方程的解，把方程的解代入方程可以求出字母系数的值．

11．【分析】根据二次函数的性质可得出 $a<0$，利用二次函数图象上点的坐标特征可得出 $c=3$，取 $a=-1$，$b=0$ 即可得出结论．

【解答】解：设二次函数的解析式为 $y=ax^2+bx+c$．

∵抛物线开口向下，

∴$a<0$．

∵抛物线与 y 轴的交点坐标为（0，3），

∴$c=3$．

取 $a=-1$，$b=0$ 时，二次函数的解析式为 $y=-x^2+3$．

故答案为：$y=-x^2+3$（答案不唯一）．

【点评】本题考查了二次函数的性质以及二次函数图象上点的坐标特征，利用二次函数的性质及二次函数图象上点的坐标特征，找出 $a<0$，$c=3$ 是解题的关键．

12．【分析】由旋转的性质可得$\angle BAD=55°$，$\angle E=\angle ACB=70°$，由直角三角形的性质可得$\angle DAC=20°$，即可求解．

【解答】解：∵将$\triangle ABC$绕点 A 逆时针旋转 55°得$\triangle ADE$，

∴$\angle BAD=55°$，$\angle E=\angle ACB=70°$，

∵$AD\perp BC$，

∴$\angle DAC=20°$，

∴$\angle BAC=\angle BAD+\angle DAC=75°$．

故答案为：75°．

【点评】本题考查了旋转的性质，掌握旋转的性质是本题的关键．

13．【分析】首先根据原方程根的情况，利用根的判别式求出 m 的值即可．

【解答】解：∵关于 x 的一元二次方程 $x^2-mx+m-1=0$ 有两个相等的实数根，

∴$\Delta=b^2-4ac=m^2-4\times1\times(m-1)=m^2-4m+4=(m-2)^2=0$，

∴$m=2$，

故答案为：2．

【点评】此题考查了根的判别式，一元二次方程根的情况与判别式△的关系：

（1）$\Delta>0\Leftrightarrow$方程有两个不相等的实数根；

（2）$\Delta=0\Leftrightarrow$方程有两个相等的实数根；

（3）$\Delta<0\Leftrightarrow$方程没有实数根．

14.【分析】根据表格的 x、y 的值找出函数的对称轴，利用二次函数的性质即可得出答案．

【解答】解：由表格知：图象对称轴为：直线 $x=\frac{-1+3}{2}=1$，当 $-1<x<0$ 时，$0<y<2$，

∴当 $-1<x<1$ 时，y 随 x 的增大而增大，当 $1\leqslant x<3$ 时，y 随 x 的增大而减小，

∵m，n 分别为点（1，m）和（2，n）的纵坐标，

∴$m>n$，

故答案为：$>$．

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，能根据表中点的坐标特点找出对称轴是解此题的关键．

15.【分析】求出第二天和第三天的票房，根据三天后累计票房收入达 10.53 亿元列方程即可．

【解答】解：由题意得，第一天票房 2.05 亿元，第二天票房 $2.05(1+x)$ 亿元，第三天票房 $2.05(1+x)^2$ 亿元，则：

$2.05+2.05(1+x)+2.05(1+x)^2=10.53$．

故答案为：$2.05+2.05(1+x)+2.05(1+x)^2=10.53$．

【点评】此题考查了一元二次方程的应用，读懂题意是解题的关键．

16.【分析】①把 $x=2$ 代入解析式，求得函数值即可判断；

②当 $m=0$ 时，根据抛物线与 x 轴的两个交点坐标和对称轴即可判断；

③根据根与系数的关系即可判断；

④根据二次函数图象即可判断．

【解答】解：①∵把 $x=2$ 代入 $y=-x^2+2x+m$ 得，$y=m$，

∴抛物线过点（2，m），

故①正确；

②当 $m=0$ 时，抛物线与 x 轴的两个交点坐标分别为（0，0）、（2，0），

对称轴为 $x=1$，

∴$\triangle ABD$ 是等腰直角三角形，

故②正确；

③∵抛物线 $y=-x^2+2x+m$ 交 x 轴于点 A（a，0）和 B（b，0）（点 A 在点 B 左侧），

∴a、b 是方程$=-x^2+2x+m=0$ 的两个根，

∴$a+b=-\frac{2}{-1}=2$，

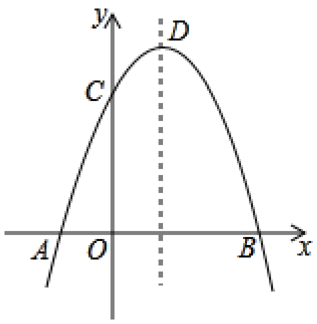
故③错误；

④观察二次函数图象可知：

当 $x_1<x_2$，且 $x_1+x_2>2$，则 $y_1>y_2$．

故④正确．

故答案为：①②④．



【点评】本题考查了二次函数图象与系数的关系、二次函数图象上点的坐标特征、抛物线与 x 轴的交点、等腰直角三角形，解决本题的关键是综合利用以上知识.

三、解答题（本题共 68 分，第 17 题 8 分、18-20 题 4 分、21、22 题 5 分，23-25、27 题 6 分，26 题、28 题 7 分）

17.【分析】（1）先整理，然后利用直接开方法求解即可；

（2）利用因式分解法求解即可.

【解答】解：（1）$9x^2=4$，

$x^2=\frac{4}{9}$，

$\therefore x_1=\frac{2}{3}$，$x_2=-\frac{2}{3}$；

（2）$x^2-x-6=0$，

$(x-3)(x+2)=0$，

$\therefore x-3=0$ 或 $x+2=0$，

$\therefore x_1=3$，$x_2=-2$.

【点评】题目主要考查解一元二次方程的方法：直接开方法及因式分解法，熟练掌握解一元二次方程的方法是解题关键.

18.【分析】（1）关于 y 轴对称的两个点纵坐标相同，横坐标互为相反数，据此描点可以画出相应的图形，问题得解；

（2）原点 O 旋转 $180°$，即是对应点关于原点对称，关于原点对称的两个点的坐标，它们的横坐标互为相反数，它们的纵坐标也互为相反数，据此可以画出相应的图形.

【解答】解：（1）如图 1 所示，点 A_1 的坐标是（-4，1）；

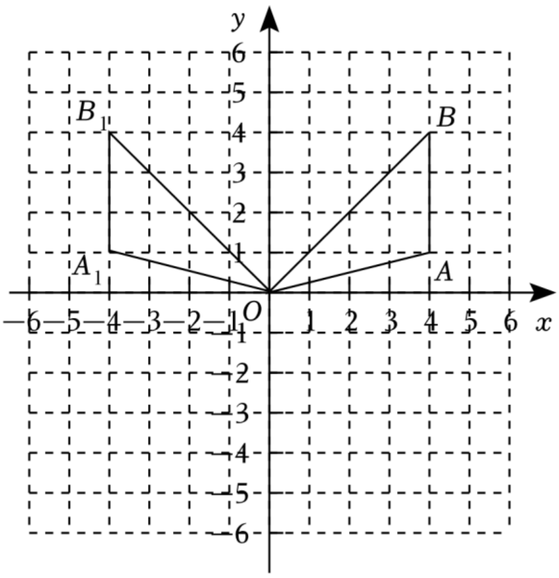


图1

$\triangle OA_1B_1$即为所求；

故答案为：（－4，1）；

（2）如图2所示，

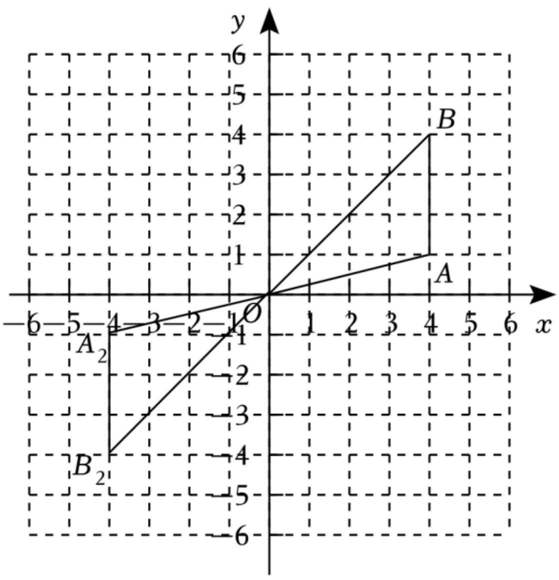


图2

$\triangle OA_2B_2$即为所求．

【点评】本题考查简单作图、轴对称、旋转变换，解答本题的关键是明确题意，并掌握关于轴对称以及原点对称的点的坐标的特点．

19．【分析】根据一元二次方程的解的定义，可得$2a^2+7a=1$，代入代数式，即可求解．

【解答】解：∵a是方程$2x^2+7x-1=0$的一个根，

∴$2a^2+7a-1=0$．

∴$2a^2+7a=1$．

∴$(a-2)^2-3a(a+1)=-2a^2-7a+4=3$．

【点评】本题考查了一元二次方程的解的定义，代数式求值，整体代入是解题的关键．

20.【分析】（1）求出一元二次方程根的判别式，根据判别式的范围即可得到结论；

（2）解方程 $3x^2-(k+3)x+k=0$ 得 $x_1=1$，$x_2=\frac{k}{3}$，根据方程有一个根大于 2 得到$\frac{k}{3}>2$，即可得到 k 的取值范围．

【解答】（1）证明：依题意，得，

$\Delta=(k+3)^2-4\times3\times k=k^2-6k+9=(k-3)^2$．

∵ $(k-3)^2\geqslant0$，

∴ $\Delta\geqslant0$．

∴该方程总有两个实数根．

（2）解：解方程 $3x^2-(k+3)x+k=0$ 得，

$x_1=1$，$x_2=\frac{k}{3}$．

∵该方程有一个根大于 2，

∴$\frac{k}{3}>2$，

∴$k>6$．

【点评】此题考查了一元二次方程根的判别式和解法、解一元一次不等式，熟练掌握一元二次方程根的判别式和一元二次方程的解法是解题的关键．

21.【分析】（1）运用待定系数法求函数解析式即可；

（2）运用配方法把二次函数化为顶点式，写出顶点坐标即可．

【解答】解：（1）∵抛物线 $y=2x^2+bx+c$ 过点（1，3）和（0，4），

∴$\begin{cases}2+b+c=3\\c=4\end{cases}$，

解得$\begin{cases}b=-3\\c=4\end{cases}$，

∴该二次函数的解析式为 $y=2x^2-3x+4$．

（2）$y=2x^2-3x+4=2(x^2-\frac{3}{2}x+\frac{9}{16}-\frac{9}{16})+4=2(x-\frac{3}{4})^2+\frac{23}{8}$，

∴该抛物线的顶点坐标为 $(\frac{3}{4}，\frac{23}{8})$，

故答案为：$(\frac{3}{4}，\frac{23}{8})$．

【点评】本题考查求二次函数的解析式，二次函数的顶点坐标，掌握待定系数法求函数解析式是解题的关键．

22.【分析】（1）根据图形旋转的性质画出图形即可；

（2）先根据勾股定理求出 AC 的长，再根据旋转的性质求出 CE 的长，由 $BE=BC+CE$ 即可得出结论．

【解答】解：（1）如图所示；

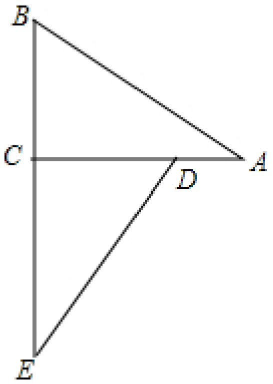
（2）∵$AB=5$，$BC=3$，$\angle C=90^\circ$，

∴$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

∵△DCE由△ABC旋转而成，

∴$CE=AC=4$，

∴$BE=BC+CE=3+4=7$.



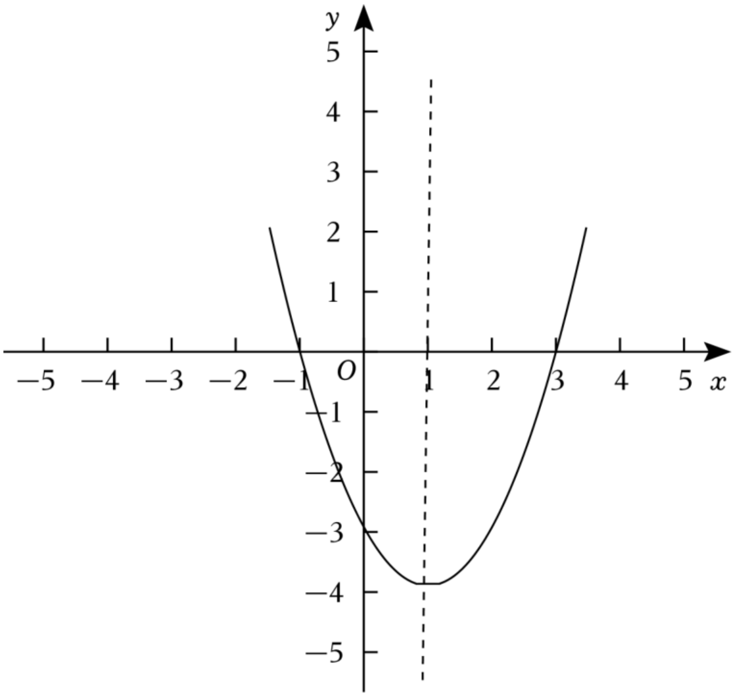
【点评】本题考查的是作图－旋转变换，熟知图形旋转不变性的性质是解答此题的关键.

23.【分析】（1）依据题意，根据图象过（0，－3），（－1，0），（3，0），对称轴为直线 $x=1$，顶点为（1，－4），即可作出图象；

（2）依据题意，当 $0<x\leqslant 4$ 时，结合图象，可以得解；

（3）依据题意，结合函数图象，不等式 $kx+b<x^2-2x-3$ 的解集为一次函数 $y=kx+b$ 图象在 $y=x^2-2x-3$ 图象下方部分对应的自变量，进而判断可以得解.

【解答】解：（1）由题意，抛物线 $y=x^2-2x-3$ 图象过（0，－3），（－1，0），（3，0），对称轴为直线 $x=1$，顶点为（1，－4），



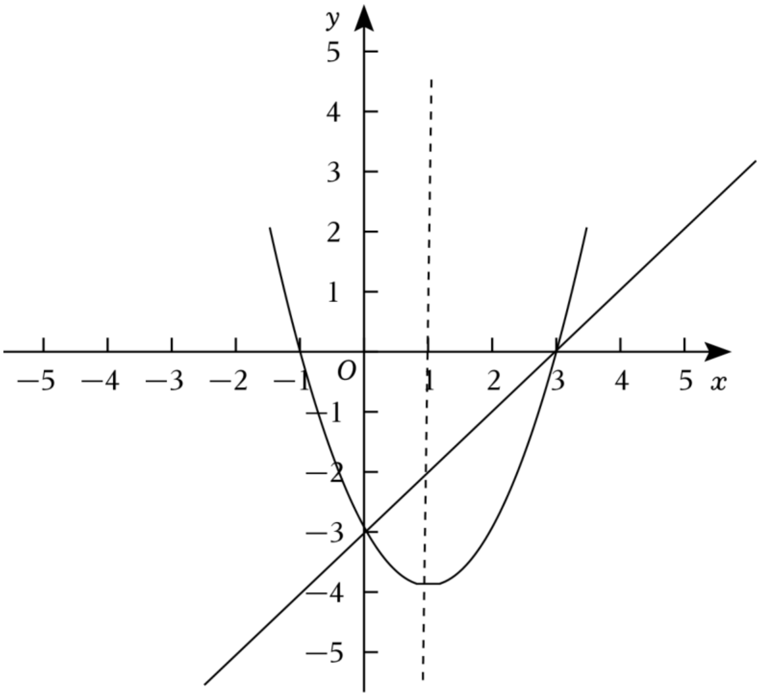
（2）由题意，当 $0<x\leqslant 4$ 时，结合图象可得，

当 $x=1$ 时，y 取最小值为－4；当 $x=4$ 时，y 有最大值为5.

∴ - 4≤y≤5.

故答案为： - 4≤y≤5.

（3）由题意，在同一坐标系中画出图象如下：



由题意，不等式 $kx+b<x^2-2x-3$ 的解集为一次函数 $y=kx+b$ 图象在 $y=x^2-2x-3$ 图象下方部分对应的自变量，∴$x<0$ 或 $x>3$.

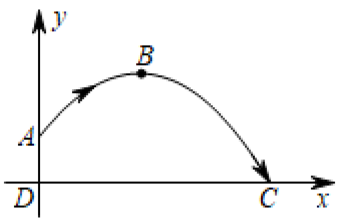
故答案为：$x<0$ 或 $x>3$.

【点评】本题主要考查二次函数的图象与性质，解题时要熟练掌握并理解是关键.

24.【分析】（1）建立坐标系，画出函数图象，由题意得出 B 的坐标；

（2）用待定系数法求出函数解析式，并令 $y=0$，解方程即可.

【解答】解：（1）以 D 为原点，以 DC 所在直线为 x 轴，过点 D 作垂线为 y 轴，建立平面直角坐标系，如图所示，



∴B（4，4），

故答案为：（4，4）.

（2）设抛物线解析式为 $y=a(x-4)^2+4$（$a\neq0$），

∵A（0，2）在抛物线上，

∴$2=a(0-4)^2+4$，

解得，$a=-\dfrac{1}{8}$，

$\therefore y=-\frac{1}{8}(x-4)^2+4$，

将 $y=0$ 代入，得 $-\frac{1}{8}(x-4)^2+4=0$，

解得，$x_1=4-4\sqrt{2}$（舍去）或 $x_2=4+4\sqrt{2}$，

$\therefore CD=4+4\sqrt{2}$.

答：该同学把实心球扔出 $(4+4\sqrt{2})$ 米.

【点评】本题考查了二次函数的应用，熟练掌握用待定系数法求二次函数的解析式是解此题的关键.

25.【分析】(1) 由旋转可得 $DE=DM$，$\angle EDM$ 为直角，可得出 $\angle EDF+\angle MDF=90°$，由 $\angle EDF=45°$，得到 $\angle MDF$ 为 $45°$，可得出 $\angle EDF=\angle MDF$，再由 $DF=DF$，利用 SAS 可得出三角形 DEF 与三角形 MDF 全等，由全等三角形的对应边相等可得出 $EF=MF$；

(2) 由第一问的全等得到 $AE=CM=2$，正方形的边长为 6，用 $AB-AE$ 求出 EB 的长，再由 $BC+CM$ 求出 BM 的长，设 $EF=MF=x$，可得出 $BF=BM-FM=BM-EF=8-x$，在直角三角形 BEF 中，利用勾股定理列出关于 x 的方程，求出方程的解得到 x 的值，即为 EF 的长.

【解答】(1) 证明：$\because\triangle DAE$ 逆时针旋转 $90°$ 得到 $\triangle DCM$，

$\therefore\angle FCM=\angle FCD+\angle DCM=180°$，

$\therefore F$、C、M 三点共线，

$\therefore DE=DM$，$\angle EDM=90°$，

$\therefore\angle EDF+\angle FDM=90°$，

$\because\angle EDF=45°$，

$\therefore\angle FDM=\angle EDF=45°$，

在 $\triangle DEF$ 和 $\triangle DMF$ 中，

$$\begin{cases}DE=DM\\ \angle EDF=\angle MDF,\\ DF=DF\end{cases}$$

$\therefore\triangle DEF\cong\triangle DMF$（$SAS$），

$\therefore EF=MF$；

(2) 解：设 $EF=MF=x$，

$\because AE=CM=2$，且 $BC=6$，

$\therefore BM=BC+CM=6+2=8$，

$\therefore BF=BM-MF=BM-EF=8-x$，

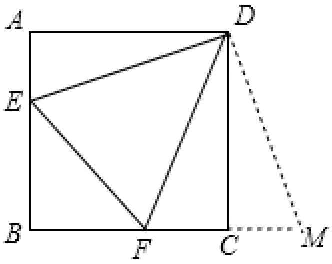
$\because EB=AB-AE=6-2=4$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle EBF$ 中，由勾股定理得 $EB^2+BF^2=EF^2$，

即 $4^2+(8-x)^2=x^2$，

解得：$x=5$，

则 $EF=5$.



【点评】此题考查了正方形的性质、旋转的性质、全等三角形的判定与性质以及勾股定理，利用了转化及方程的思想，熟练掌握性质及定理是解本题的关键.

26.【分析】(1) 先利用待定系数法求出抛物线解析式，再求该抛物线的对称轴即可；

(2) ①先判断出 m、n 异号，求出抛物线的对称轴为 $x=\frac{b}{2}=t$，与 x 轴的交点坐标为（0，0），（b，0），进而可得 $m>0$，$n<0$，则 $1<b<2$，求出 $\frac{1}{2}<\frac{b}{2}<1$ 即可解决问题；②设点（－2，y_1）关于抛物线的对称轴 $x=t$ 的对称点为（x_0，y_1），求出 $x_0=2t+2$，可得 $3<x_0<4$，根据抛物线 $y=-x^2+bx$ 开口向下，对称轴为直线 $x=t$，可得当 $x>t$ 时，y 随 x 的增大而减小，从而可得答案.

【解答】解：(1) 若 $m=1$，则点 A（1，1）在抛物线 $y=-x^2+bx$ 上，

∴$1=-1+b$，

解得：$b=2$，

∴抛物线解析式为 $y=-x^2+2x$，

∴该抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{2}{-2}=1$；

(2) ①∵$mn<0$，

∴m、n 异号，

而抛物线 $y=-x^2+bx$ 的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{-2}=\frac{b}{2}=t$，

令 $y=-x^2+bx=0$，

解得：$x_1=0$，$x_2=b$，

∴抛物线与 x 轴的交点坐标为（0，0），（b，0），

∵点 A（1，m）和 B（2，n）在抛物线 $y=-x^2+bx$ 上，

∴$m>0$，$n<0$，

∴$1<b<2$，

∴$\frac{1}{2}<\frac{b}{2}<1$，即 $\frac{1}{2}<t<1$；

故答案为：$\frac{1}{2}<t<1$；

②$y_3<y_1<y_2$，

理由：设点（－2，y_1）关于抛物线的对称轴 $x=t$ 的对称点为（x_0，y_1），则 $x_0-t=t-(-2)$，

∴$x_0=2t+2$，

∵$\frac{1}{2}<t<1$，

∴$3<2t+2<4$，

∴$3<x_0<4$，

∵抛物线 $y=-x^2+bx$ 开口向下，对称轴为直线 $x=t$，

∴当 $x>t$ 时，y 随 x 的增大而减小，

∵点 $(\frac{3}{2}, y_2)$，(x_0, y_1)，$(4, y_3)$ 在抛物线上，且 $t<\frac{3}{2}<x_0<4$，

∴$y_3<y_1<y_2$.

【点评】本题考查了待定系数法求函数解析式，求抛物线的对称轴以及抛物线的对称性和增减性，掌握利用抛物线的增减性判断函数值的大小的方法是解答本题的关键.

27.【分析】(1) 由 $DE\perp AC$，$\angle ABC=90°$，F 为 CD 的中点，得 $BF=EF$，再由 $\angle BDE+\angle ACB=180°$，$\angle BAC=\alpha$ 即可求解；

(2) 延长 CB 至 M，使得 $BM=CB$ 连接 AM，MD；延长 DE 至 N，使得 $EN=DE$ 连接 AN，CN，推理得 $AM=AC$，$\angle MAC=2\alpha$，$AD=AN$，$\angle DAN=2\alpha$，证 $\triangle AMD\cong\triangle CAN$，得 $MD=CN$，$\angle AMD=\angle ACN$ 进而即可证 $BF=EF$；延长 MD 分别交 EF、CN 于点 T、K，$\triangle AMD\cong\triangle CAN$，全等即可求解；解法二：取 AC 的中点 P，取 AD 的中点 Q，连接 QE，QF，BP，PF 可证 $\triangle BPF\cong\triangle FQE$ 得 $BF=EF$ 进而即可求证；

【解答】解：(1) ∵$DE\perp AC$，$\angle ABC=90°$，F 为 CD 的中点，

∴ $BF=\frac{1}{2}CD$、$EF=\frac{1}{2}CD$，

∴$BF=EF$，

∵$DE\perp AC$，$\angle ABC=90°$，

∴$\angle BDE+\angle ACB=180°$，

∵$\angle BAC=\alpha$，

∴$\angle ACB=90°-\alpha$，

∵$EF=FC=BF$，

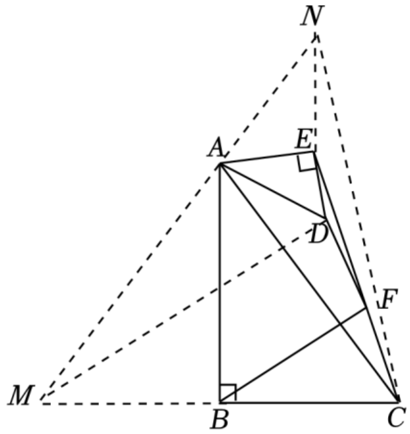
∴$\angle AFE=2\angle ACB=180°-2\alpha$，

故答案为：相等；$180°-2\alpha$.

(2) 成立．证明：①先证 $BF=EF$

延长 CB 至 M，使得 $BM=CB$ 连接 AM，MD；

延长 DE 至 N，使得 $EN=DE$ 连接 AN，CN，如图，



∵$\angle ABC=90°$，

∴$AB\perp MC$，

又∵$BM=CB$，

∴$AM=AC$，$\angle MAC=2\alpha$，

同理$AD=AN$，$\angle DAN=2\alpha$，

∴$\angle MAC+\angle DAC=\angle DAC+\angle DAN$，

即$\angle MAD=\angle NAC$，

∴$\triangle AMD\cong\triangle CAN$（$SAS$），

∴$MD=CN$，$\angle AMD=\angle ACN$，

∵$BM=CB$，

∴B为MC的中点，

又∵F为CD的中点，

∴$BF=\frac{1}{2}MD$，$BF\parallel MD$，

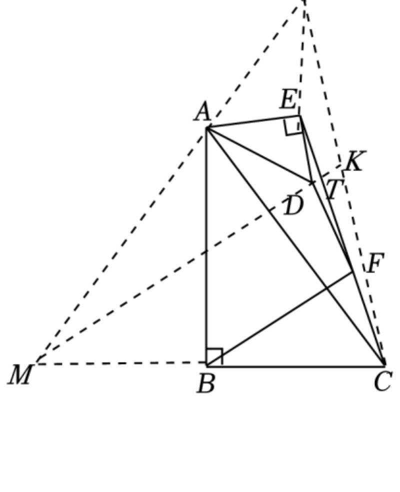
同理$EF=\frac{1}{2}NC$，$EF\parallel NC$，

∵$MD=CN$，

∴$BF=EF$；

②再证$\angle BFE=180°-2\alpha$，

延长MD分别交EF、CN于点T、K，如图，



∵$BF\parallel MD$，$EF\parallel NC$，

∴$\angle BFE=\angle MTE=\angle MKN$，

∵$\angle MKN=\angle KMC+\angle KCM$

$=\angle KMC+\angle NCA+\angle ACM$

$=\angle KMC+\angle AMD+\angle ACM$

$=\angle AMC+\angle ACM$

$=2\angle ACM=2(90^\circ-\alpha)=180^\circ-2\alpha$，

∴$\angle BFE=180^\circ-2\alpha$，

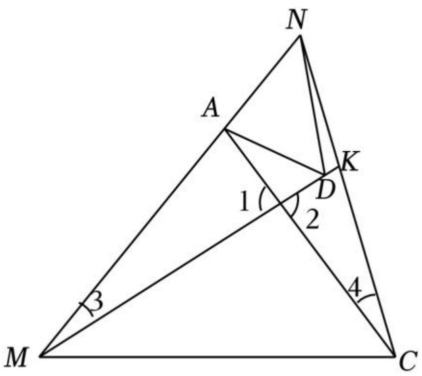
或如图由$\triangle AMD\cong\triangle CAN$，

得$\angle 3=\angle 4$，

又∵$\angle 1=\angle 2$，

∴$\angle MKC=\angle MAC=2a$，

∴$\angle BFE=180^\circ-2\alpha$，



解法二：取AC的中点P，取AD的中点Q，连接QE，QF，BP，PF，

可证$\triangle BPF\cong\triangle FQE$得$BF=EF$，

$\angle BFE=\angle BFP+\angle PFQ+\angle QFE$

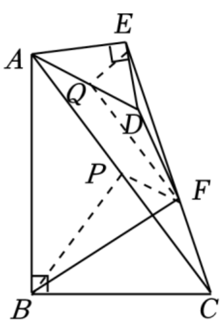
$=\angle BFP+\angle PBF+\angle PFQ$

$=180^\circ-\angle BPF+\angle PFQ$

$=180^\circ-\angle BPC-\angle CPF+\angle PFQ$

$=180^\circ-\angle BPC$

$=180^\circ-2\alpha$.



【点评】本题主要考查直角三角形的中线的性质、全等三角形的综合应用，正确作出辅助线是解题的关

键．

28．【分析】（1）根据“伴随点”的定义，画出每个点绕点 O 旋转后的对应点，进行判断即可；

（2）过点 D 作 $DP\perp x$ 轴于点 P，过点 D' 作 $D'Q\perp x$ 轴于点 Q，证明 $\triangle DPO\cong\triangle OQD'$，求出 D' 的坐标，再求出点 D' 在线段 AC 上和在线段 AB 上时，m 的值，即可得出结论；

（3）根据顶点坐标，写出抛物线的顶点式，进而得到其关于原点对称的抛物线的解析式，将 $\triangle ABC$ 绕点 O 逆时针旋转 $90°$ 得到 $\triangle A'B'C'$，根据抛物线上存在 $\triangle ABC$ 关于原点 O 的“伴随点”，得到当抛物线过点 A' 时 n 有最大值，当抛物线过点 C' 时 n 有最小值，即可得解．

【解答】解：（1）$\because A$（1，1），B（3，1），

$\therefore AB\parallel x$ 轴，

如图 1 所示，点 P_1（－2，0），P_2（－1，1），P_3（－1，2）绕点 O 顺时针旋转 $90°$ 得到的对应点分别为：P_1'（0，2），P_2'（1，1），P_3'（2，1），

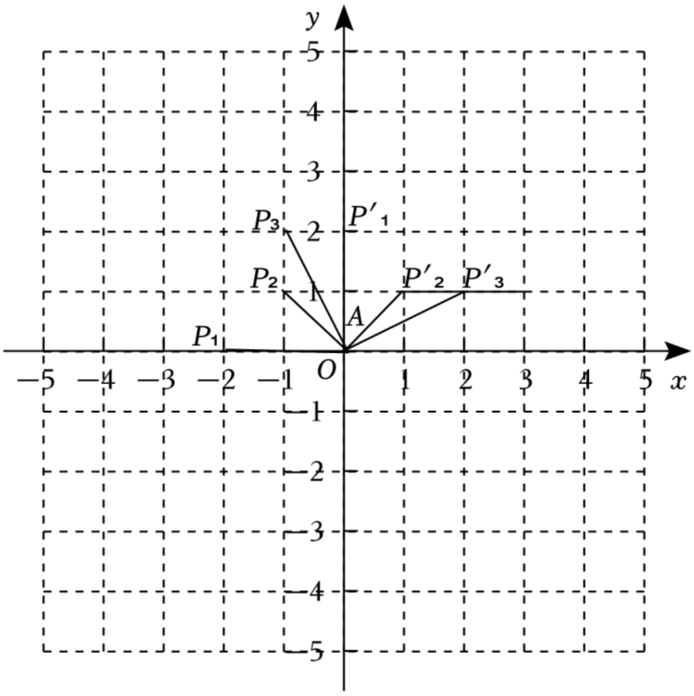


图2

其中点 P_2'（1，1），P_3'（2，1），在线段 AB 上，

$\therefore P_2$ 和 P_3 是线段 AB 关于原点 O 的“伴随点”；

故答案为：P_2 和 P_3．

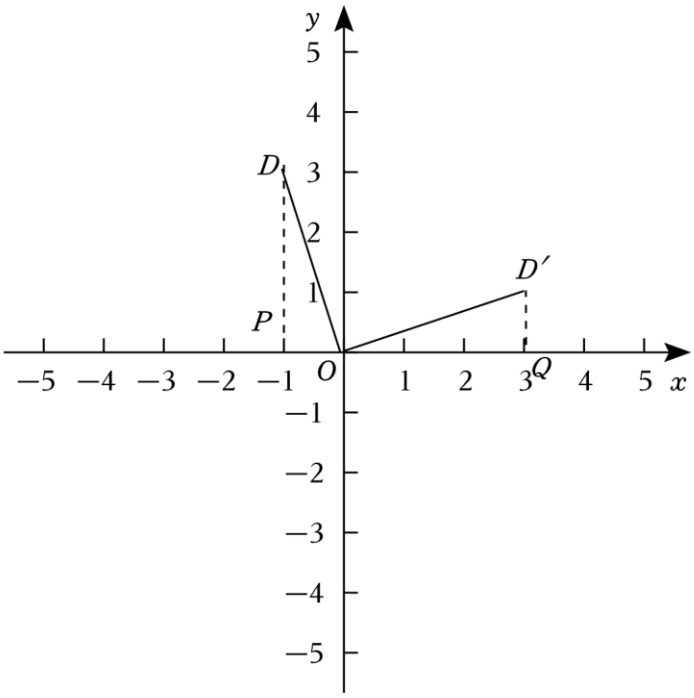
（2）$\because A$（1，1），B（3，1），C（3，2），

$\therefore\triangle ABC$ 在第一象限，

$\because$ 点 D（m，2）是 $\triangle ABC$ 关于原点 O 的“伴随点”；

$\therefore$ 点 D 在第二象限，

过点 D 作 $DP\perp x$ 轴于点 P，过点 D' 作 $D'Q\perp x$ 轴于点 Q，如图 2，



则：$\angle DPO=\angle D'QO=90^\circ$，

∵OD 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 OD'，

∴$OD=OD'$，$\angle DOD'=90^\circ$，

∴$\angle DOP=\angle OD'Q=90^\circ-\angle D'OQ$，

∴$\triangle DPO\cong\triangle OQD'$，

∴$OQ=DP$，$D'Q=OP$，

∵$D(m, 2)$，

∴$OQ=DP=|m|$，$D'Q=OP=2$，

∵$\triangle ABC$ 在第一象限，

∴$D'(2, -m)$，

设直线 AC 的解析式为：$y=kx+b$，则：

$\begin{cases}k+b=1\\3k+b=2\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=\frac{1}{2}\\b=\frac{1}{2}\end{cases}$，

∴ $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$，

当 D' 在 AC 上时，$-m=1+\frac{1}{2}$，解得：$m=-\frac{3}{2}$；

当 D' 在 AB 上时，$-m=1$，解得：$m=-1$；

∴当 $-\frac{3}{2}\leqslant m\leqslant -1$ 时，点 $D(m, 2)$ 是$\triangle ABC$ 关于原点 O 的“伴随点”；

（3）∵抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的顶点坐标为$(-1, n)$，

∴设抛物线的解析式为 $y=(x+1)^2+n$，

∴其关于原点对称的抛物线解析式为 $y=-(x-1)^2-n$.

如图 3：$\triangle ABC$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 得到$\triangle A'B'C'$，其中 $A'(-1,1)$，$B'(-1,3)$，$C'(-2,3)$.

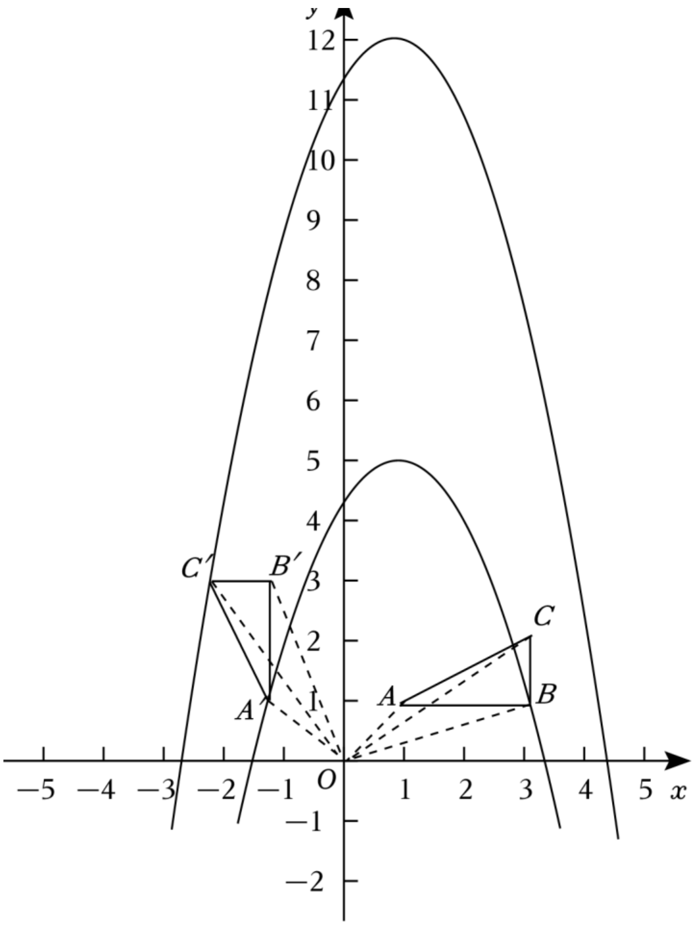


图3

∵抛物线上存在$\triangle ABC$ 关于原点 O 的“伴随点”，

∴当 $y=-(x-1)^2-n$ 过 A'，得到 n 的最大值 -5.

当 $y=-(x-1)^2-n$ 过 C'，得到 n 的最小值 -12.

【点评】本题考查坐标与图形，旋转的性质，一次函数和二次函数的综合应用，解题的关键是理解并掌握“伴随点”的定义，利用数形结合的思想进行求解.