

中国人民大学附属中学  
高一开学考试

一、选择题(共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分, 在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项)

1. ★集合  $A = \{x \in \mathbb{R} | 0 < x < 3\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x \leq 2\}$ , 则  $A \cup B =$

- (A)  $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$                       (B)  $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$   
(C)  $\{x | -1 \leq x < 3\}$                       (D)  $\{x | 0 < x \leq 2\}$



2. ★方程组  $\begin{cases} x - y = 7 \\ x + y = 1 \end{cases}$  的解集是

- (A)  $(4, 3)$                       (B)  $\{4, -3\}$                       (C)  $\{(4, 3)\}$                       (D)  $\{(4, -3)\}$

3. ★下列各组函数表示同一函数的是

- (A)  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  与  $g(x) = x + 1$                       (B)  $f(x) = x$  与  $g(x) = (\sqrt{x})^2$   
(C)  $f(x) = \sqrt{x^2}$  与  $g(x) = x$                       (D)  $f(x) = x^2 - 2x + 1$  与  $g(t) = (t - 1)^2$

4. ★设  $f: A \rightarrow B$  是  $A$  到  $B$  的一个映射, 其中  $A = B = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}\}$ ,

$f: (x, y) \rightarrow (2x, x - y)$ , 则  $B$  中元素的  $(2, -1)$  原象是

- (A)  $(1, 2)$                       (B)  $(1, -2)$                       (C)  $(4, 3)$                       (D)  $(4, -3)$

5. ★已知函数  $f(x) = \frac{\sqrt{x+4} + \sqrt{1-2x}}{x^2 - 1}$  的定义域是

- (A)  $[-4, -1) \cup (-1, \frac{1}{2}]$                       (B)  $[-4, -1) \cup (-1, 1)$   
(C)  $[\frac{1}{2}, 1) \cup (1, +\infty)$                       (D)  $[-4, 1) \cup (1, +\infty)$

6. ★已知函数  $f(2x - 1) = 4x^2 - 4x - 5$ , 则函数  $f(x)$  的解析式是

- (A)  $f(x) = x^2 - 2$                       (B)  $f(x) = x^2 - 6$   
(C)  $f(x) = 2x^2 + 2x - 5$                       (D)  $f(x) = x^2 - 5$

7. ★★集合  $A = \{y | y = x^2, x \in R\}$ ,  $B = \{-2, -1, 1, 2\}$ , 则下列结论正确的是
- (A)  $A \cup B = (0, +\infty)$  (B)  $(C_R A) \cup B = (-\infty, 0]$
- (C)  $(C_R A) \cap B = \{-2, -1\}$  (D)  $A \cap (C_R B) = [0, +\infty)$

8. ★★★设函数  $f(x)$  的定义域为  $R$ , 对于给定的正数  $K$ , 定义函数

$$f_k(x) = \begin{cases} f(x), & f(x) \leq K \\ K, & f(x) > K \end{cases}, \text{ 取函数 } f(x) = -x^2 + 2x. \text{ 对任意的 } x \in (-\infty, +\infty), \text{ 恒有}$$

$$f_k(x) = f(x), \text{ 则}$$

- (A)  $K$  的最大值为 2 (B)  $K$  的最小值为 2
- (C)  $K$  的最大值为 1 (D)  $K$  的最小值为 1

## 二、填空题(共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

9. ★全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , 若  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{1, 4\}$ ,  $C_U(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10. ★函数  $f(x) = 1 - x^2$ , 则  $f\left(\frac{1}{f(2)}\right)$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

11. ★函数  $f(x) = x^2 - 2x - 3, x \in (0, 3)$  的值域是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

12. ★★已知  $A = \{x | -2 \leq x < 4\}$ ,  $B = \{x | x > a\}$ , 若  $A \cap B \neq \emptyset$ , 且  $A \subset B$ . 则实数  $a$  的取值集合为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

13. ★已知  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ , 则不等式  $x + (x+2) \cdot f(x+2) \leq 5$  的解集是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

14. ★★★如图(1)是反映某条公共汽车线路收支差额  $y$  (即营运所得票价收入与付出成本的差) 与乘客两  $x$  之间关系的图像。由于目前该条公交线路亏损, 公司有关人员提出两种调整的建议, 如图(2)(3)所示。



## 三、解答题(共 2 小题, 共 30 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程)



17. (本小题满分 15 分)

$$\text{已知函数 } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 - 1, & x \in [-1, +\infty) \\ \frac{1}{x}, & x \in (0, 1) \\ \ln |x|, & x \in (-\infty, 0] \end{cases}.$$



(I) 求  $f\left[f\left(\frac{3}{2}\right)\right]$  的值;

(II) 请作出此函数的图像;

(III) 若  $f(x) = -\frac{1}{2}$ , 请求出此时自变量  $x$  的值.

#### 四、附加题 (本大题 20 分)

18. (本小题满分 20 分)

★★★★ 已知集合  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\} (k \geq 2)$ , 其中  $a_i \in \mathbb{Z} (i = 1, 2, \dots, k)$ , 由  $A$  中的元素构成两个相应的集合:  $S = \{(a, b) | a \in A, b \in A, a + b \in A\}$ ,  $T = \{(a, b) | a \in A, b \in A, a - b \in A\}$ . 其中  $(a, b)$  是有序数对, 集合  $S$  和  $T$  中的元素个数分别为  $m$  和  $n$ , 若对于任意的  $a \in A$ , 总有  $-a \in A$ , 则称集合  $A$  具有性质  $P$ .

(I) 检验集合  $\{0, 1, 2, 3\}$  与  $\{-1, 2, 3\}$  是否具有性质  $P$ , 并对其中具有性质  $P$  的集合, 写出相应的集合  $S$  和  $T$ ;

(II) 对任何具有性质  $P$  的集合  $A$ , 证明:  $n \leq \frac{k(k-1)}{2}$ ;

(III) 判断  $m$  和  $n$  的大小关系, 并证明你的结论.