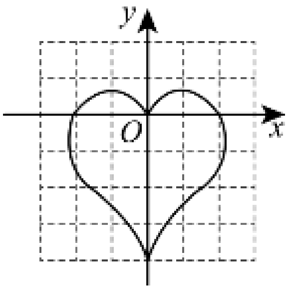
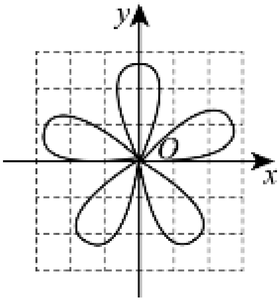
2023 北京十三中初三（上）期中

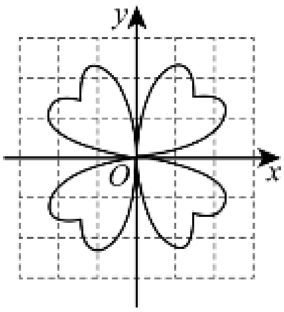
数　　学

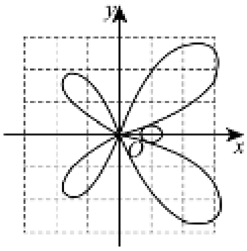
一、选择题：（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

1. 下列各曲线是在平面直角坐标系 xOy 中根据不同的方程绘制而成的，其中是中心对称图形的是（　）

A. 

B. 

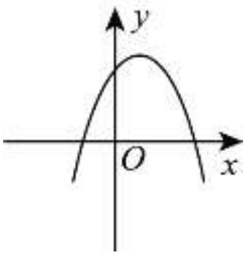
C. 

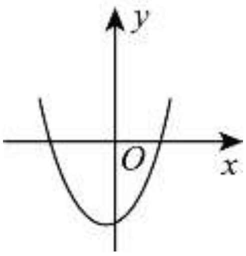
D. 

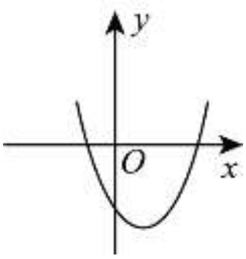
2. 抛物线 $y=(x-2)^2+1$ 的顶点坐标是（　）

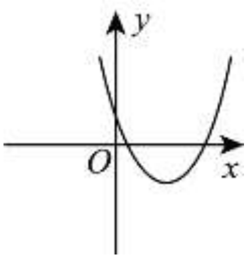
A. $(2,1)$　　B. $(1,2)$　　C. $(-2,1)$　　D. $(1,-2)$

3. 如果在二次函数的表达式 $y=ax^2+bx+c$ 中，$a>0$，$b<0$，$c<0$，那么这个二次函数的图象可能是（　　）

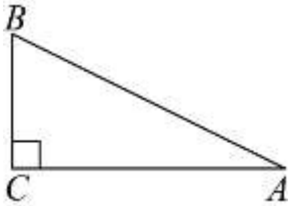
A. 

B. 

C. 

D. 

4. 如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AC=4，$\tan A=\frac{1}{2}$，则 BC 的长度为（　　）



A. 2　　B. 8　　C. $4\sqrt{3}$　　D. $4\sqrt{5}$

5. 下列关于二次函数 $y=2x^2$ 的说法正确的是（　）

A. 它的图象经过点(0，2)　　B. 它的图象的对称轴是直线 $x=2$

C. 当 $x<0$ 时，y 随 x 的增大而减小　　D. 当 $x=0$ 时，y 有最大值为 0

6. 城市生活垃圾产生量大、堆存量高等问题已成为无法忽视的“城市病”．近年来，各地区、各部门不断加大城市生活垃圾无害化处理工作力度，我国城市生活垃圾无害化处理能力快速提升．城市生活垃圾无害化处理方式主要包括填埋、焚烧和堆肥等．数据显示，2021 年中国城市生活垃圾无害化量达 2.48 亿吨，分析师预测，到 2023 年底，中国城市生活垃圾无害化量将进一步增长至 2.66 亿吨．如果设这两年全国生活垃圾无害化处理能力的年平均增长率为 x，那么根据题意可以列方程为（　）

A. $2.48(1+x)=2.66$　　B. $2.48(1+2x)=2.66$

C. $2.48(1+x)^2=2.66$　　D. $2.48(1-x)^2=2.66$

7. 如图 1，校运动会上，初一的同学们进行了投实心球比赛．我们发现，实心球在空中飞行的轨迹可以近似看作是抛物线．如图 2 建立平面直角坐标系，已知实心球运动的高度 y（m）与水平距离 x（m）之间的函数关系是 $y=-\frac{1}{12}x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$，则该同学此次投掷实心球的成绩是（　）


图1

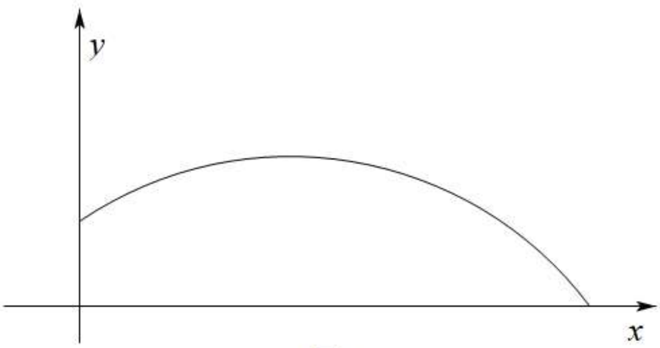


图2

A. $2m$　　B. $6m$　　C. $8m$　　D. $10m$

8. 如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 的图象经过点 A，B，C．现有下面四个推断：

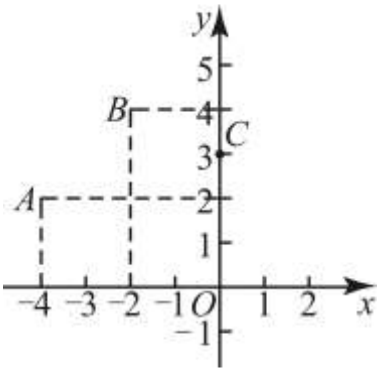
①抛物线开口向下；

② $4a<b$

③当 $m\leq 4$ 时，关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=m$ 必有两个不相等的实数根；

④直线 $y=kx+c\left(k\neq 0\right)$ 经过点 A，C，当 $kx+c<ax^2+bx+c$ 时，x 的取值范围是 $-4<x<0$；

其中推断正确的是（　）

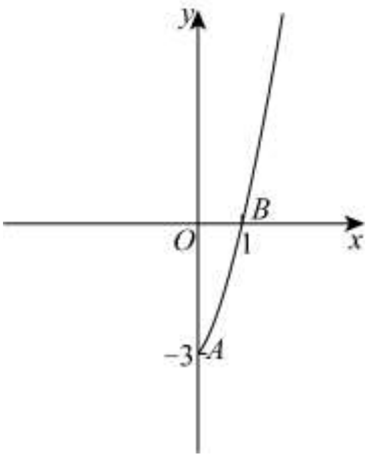


A. ①②③　　　　B. ①③④　　　　C. ①④　　　　D. ①②③④

二、填空题（本大题共 8 小题，共 16 分）

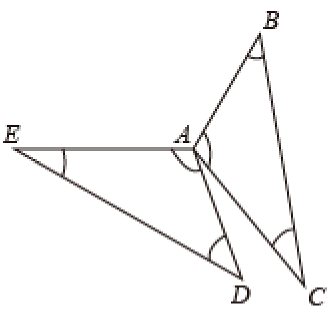
9. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x+m=0$ 有一个根为 1，则 m 的值为______.

10. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+2x+c$ 的部分图象经过点 $A\left(0,-3\right)$，$B\left(1,0\right)$．则 $c=$_______，$a=$_______.



11. 若二次函数 $y=2x^2-3$ 的图象上有两个点 A（﹣3，m）、B（2，n），则 m_____n（填“＜”或“＝”或“＞”）.

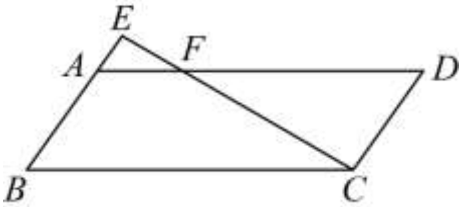
12. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转得到 $\triangle ADE$，若 $\angle DAE=110°$，$\angle B=40°$，则 $\angle C$ 的度数为______.



13. 在平面直角坐标系中，将抛物线 $y=x^2$ 向右平移 2 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度，得到抛物线

的解析式为________.

14. 如图，$\square ABCD$ 中，点 E 在 BA 的延长线上，连接 CE，与 AD 相交于点 F．若 $BC=8$，$CD=3$，$AE=1$，则 $AF=$________.



15. 已知二次函数 $y=ax^2-2ax+c$（a、c 为常数，$a\neq 0$）的最大值为 2，写出一组符合条件的 a 和 c 的值：________.

16. 点 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2）（$x_1\cdot x_2\geqslant 0$）是 $y=ax^2$（$a\neq 0$）图象上的点，存在 $|x_1-x_2|=1$ 时，$|y_1-y_2|=1$ 成立，写出一个满足条件 a 的值______________

三．解答题（本大题共 12 小题，共 68 分）

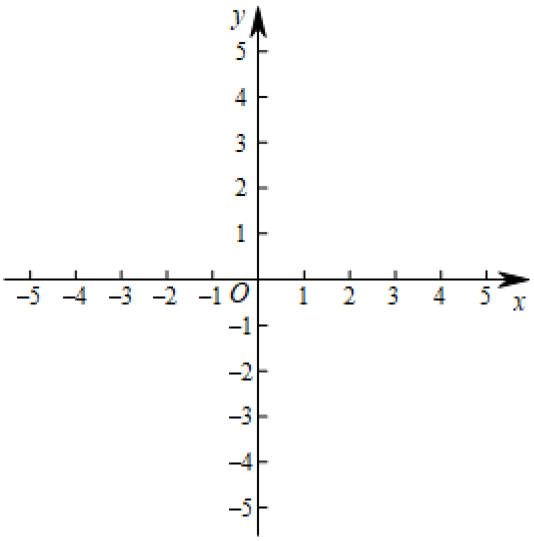
17. 解方程：$x^2-6x+8=0$.

18. 计算：$2\sin 60°+\tan 45°-\cos 30°\tan 60°$

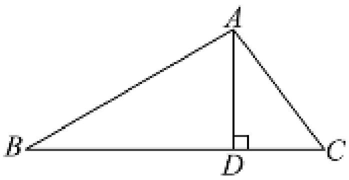
19. 已知：二次函数 $y=x^2-4x+3$

（1）求出二次函数图象的顶点坐标及与 x 轴交点坐标；

（2）在坐标系中画出图象，并结合图象直接写出 $y<0$ 时，自变量 x 的取值范围



20. 如图，在△ABC 中，$\angle B=30°$，$\tan C=\dfrac{4}{3}$，$AD\perp BC$ 于点 D．若 $AB=8$，求 BC 的长.

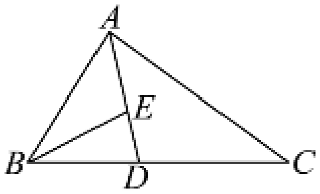


21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(k+5)x+6+2k=0$.

（1）求证：此方程总有两个实数根；

（2）若此方程恰有一个根小于 -1，求 k 的取值范围．

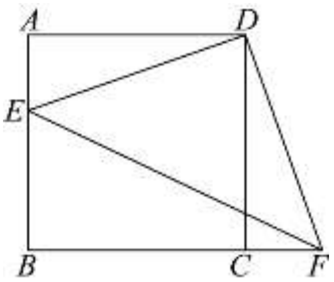
22. 如图，在△ABC 中，AD 平分∠BAC，E 是 AD 上点，且 $BE=BD$．



（1）求证：$\triangle ABE \backsim \triangle ACD$；

（2）若 $BD=1$，$CD=2$，求 $\dfrac{AE}{AD}$ 的值．

23. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 在边 AB 上，将点 E 绕点 D 逆时针旋转得到点 F，若点 F 恰好落在边 BC 的延长线上，连接 DE, DF, EF ．

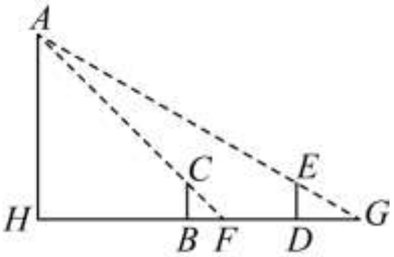


（1）判断 $\triangle DEF$ 的形状，并证明；

（2）若 $EF=4\sqrt{2}$，则 $\triangle DEF$ 的面积为__________．

24. 《海岛算经》是中国古代测量术的代表作，原名《重差》．这本著作建立起了从直接测量向间接测量的桥梁．直至近代，重差测量法仍有借鉴意义．

如图，为测量海岛上一座山峰 AH 的高度，直立两根高 2 米的标杆 BC 和 DE ，两杆间距 BD 相距 6 米，D、B、H 三点共线．从点 B 处退行到点 F，观察山顶 A，发现 A、C、F 三点共线，且仰角为 $45°$；从点 D 处退行到点 G，观察山顶 A，发现 A、E、G 三点共线，且仰角为 $30°$ ．（点 F、G 都在直线 HB 上）



（1）求 FG 的长（结果保留根号）；

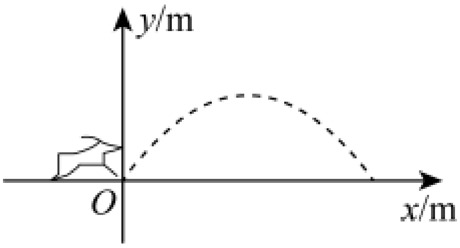
（2）山峰高度 AH 的长（结果精确到 0.1 米）．

（参考数据：$\sqrt{2}\approx 1.41$，$\sqrt{3}\approx 1.73$）

25. 野兔跳跃时的空中运动路线可以看作是抛物线的一部分·建立如图所示的平面直角坐标系，通过对某只野兔一次跳跃中水平距离 x(单位：m 与竖直高度 y(单位：m 进行的测量，得到以下数据：

水平距离 x/m	0	0.4	1	1.4	2	2.4	2.8
竖直高度 y/m	0	0.48	0.9	0.98	0.8	0.48	0

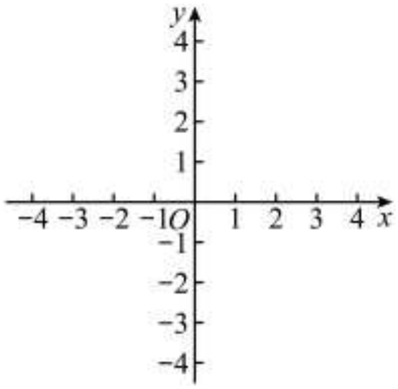
根据上述数据，回答下列问题：



① 野兔本次跳跃的最远水平距离为______ m，最大竖直高度为______ m；

② 已知野兔在高速奔跑时，某次跳跃最远水平距离为 3m，最大竖直高度为 1m 若在野兔起跳点前方 2m 处有高为 0.8m 的篱笆，则野兔此次跳跃______（填“能”或“不能”）跃过篱笆.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $M\left(x_1, y_1\right)$，$N\left(x_2, y_2\right)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx+1\left(a<0\right)$ 上，其中 $x_1<x_2$，设抛物线的对称轴为 $x=t$.



（1）当 $t=1$ 时，如果 $y_1=y_2=1$，直接写出 x_1，x_2 的值；

（2）当 $x_1=-1$，$x_2=3$ 时，总有 $y_2<y_1<1$，求 t 的取值范围.

27. 已知正方形 $ABCD$，将线段 BA 绕点 B 旋转 $\alpha\left(0°<\alpha<90°\right)$，得到线段 BE，连接 EA，EC.

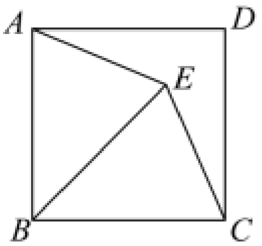


图1

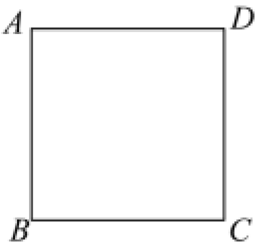


图2

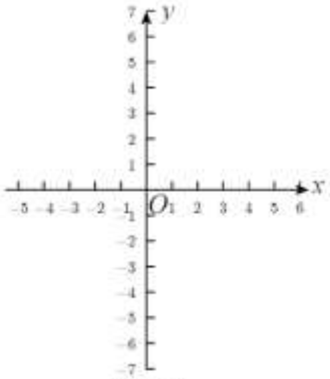
（1）如图 1，当点 E 在正方形 $ABCD$ 的内部时，若 BE 平分 $\angle ABC$，$AB=4$，则 $\angle AEC=$________°；

（2）当点 E 在正方形 $ABCD$ 的外部时.

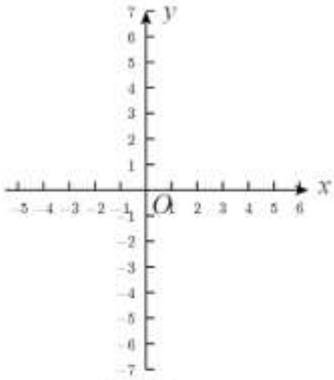
①在图 2 中依题意补全图形，并求 $\angle AEC$ 的度数；

②作$\angle EBC$的平分线BF交EC于点G，交EA的延长线于点F，连接CF，用等式表示线段AE，FB，FC之间的数量关系，并证明.

28. 在平面直角坐标系xOy中，已知点$A(a,b)$．对于点$P(x,y)$给出如下定义：当$x\neq a$时，若实数k满足$|y-b|=k|x-a|$，则称k为点P关于点A的距离系数．若图形M上所有点关于点A的距离系数存在最小值，则称此最小值为图形M关于点A的距离系数.



备用图1



备用图2

（1）当点A与点O重合时，在$P_1(2,2),P_2(-2,1),P_3(-4,4)$中，关于点$A$的距离系数为1的是__________；

（2）已知点$B(-2,1),C(1,1)$，若线段BC关于点$A(m,-1)$的距离系数小于$\frac{1}{2}$，则m的取值范围为__________；

（3）已知点$A(4,0),T(0,t)$，其中$2\leq t\leq 4$．以点T为对角线的交点作边长为2的正方形，正方形的各边均与某条坐标轴垂直，点D，E为该正方形上的动点，线段DE的长度是一个定值（$0<DE<2$）.

① 线段DE关于点A的距离系数的最小值为__________；

② 若线段DE关于点A的距离系数的最大值是$\frac{3}{2}$，则DE的长为__________.

参考答案

一、选择题：（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

1.【答案】C

【分析】此题主要考查了中心对称图形的概念．在同一平面内，如果把一个图形绕某一点旋转 180 度，旋转后的图形能和原图形完全重合，那么这个图形就叫做中心对称图形．这个旋转点，就叫做中心对称点．中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合．根据中心对称图形的概念求解．

【详解】解： A、是轴对称图形不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

B、是轴对称图形不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

C、是轴对称图形也是中心对称图形，故此选项符合题意；

D、是轴对称图形不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

故选：C．

2.【答案】A

【分析】根据顶点式 $y=a(x-h)^2+k$ 的顶点坐标为 $\left(h,k\right)$ 求解即可

【详解】解：抛物线 $y=(x-2)^2+1$ 的顶点坐标是 $(2,1)$

故选 A

【点睛】本题考查了二次函数顶点式 $y=a(x-h)^2+k$ 的顶点坐标为 $\left(h,k\right)$，掌握顶点式求顶点坐标是解题的关键．

3.【答案】C

【分析】由 a＞0，b＜0，c＜0，推出 $-\dfrac{b}{2a}$＞0，可知抛物线的图象开口向上，对称轴在 y 轴的右边，交 y 轴于负半轴，由此即可判断．

【详解】解：∵a＞0，b＜0，c＜0，

∴ $-\dfrac{b}{2a}$＞0，

∴抛物线的图象开口向上，对称轴在 y 轴的右边，交 y 轴于负半轴，

故选 C．

【点评】本题考查二次函数的图象，解题的关键是熟练掌握基本知识，灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

4.【答案】A

【详解】试题解析：∵在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=4$，

$\therefore \tan A=\dfrac{1}{2}=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{BC}{4}$，

∴BC=2．

故选 A．

5.【答案】C

【分析】根据二次函数的图象性质即可判断．

【详解】解：A、当 x=0 时，y=0≠2，故此选项错误；

B、它的图象的对称轴是直线 x=0，故此选项错误；

C、当 x＜0 时，y 随 x 的增大而减小，当 x＞0 时，y 随 x 的增大而增大，故此选项正确；

D、当 x=0 时，y 有最小值是 0，故此选项错误；

故选：C．

【点睛】此题考查了二次函数的性质，二次函数图象上点的坐标特征，熟练掌握二次函数的性质是解题关键．

6.【答案】C

【分析】利用 2023 年全国生活垃圾无害化处理能力＝2021 年全国生活垃圾无害化处理能力×（1+ 年平均增长率）^{2}，即可列出关于 x 的一元二次方程．

【详解】解：解：依题意得：$2.48(1+x)^2=2.66$．

故选：C．

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键．

7.【答案】D

【分析】根据该同学此次投掷实心球的成绩就是实心球落地时的水平距离，令 y=0，解方程即可．

【详解】解：该同学此次投掷实心球的成绩就是实心球落地时的水平距离，

∴令 y=0，则$-\dfrac{1}{12}x^2+\dfrac{2}{3}x+\dfrac{5}{3}$=0，

整理得：x^2-8x-20=0，

解得：x_1=10，x_2=-2（舍去），

∴该同学此次投掷实心球的成绩为 10m，

故选：D．

【点睛】本题考查二次函数的应用和一元二次方程的解法，关键是理解题意把函数问题转化为方程问题．

8.【答案】B

【分析】结合函数图象，利用二次函数的对称性，以及根据函数图象与不等式的关系可以得出正确答案．

【详解】解：①由图象可知，抛物线开口向下，故①正确；符合题意；

②$x=0$ 时，$y=3$，即 $c=3$，将点 $A(-4,2)$，$B(-2,4)$代入解析式，

得$\begin{cases}4a-2b+3=4\\16a-4b+3=2\end{cases}$，即$\begin{cases}2a-b=\dfrac{1}{2}\\4a-b=-\dfrac{1}{4}\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=-\dfrac{1}{12}\\b=-\dfrac{2}{3}\end{cases}$，则 $4a=-\dfrac{1}{3}$，

故 $4a>b$，故②错误；不符合题意；

∵抛物线开口向下，且经过$\left(-2,4\right)$，

$\therefore m<4$时，$ax^2+bx+c=m$必有两个不相等的实数根，故③正确，符合题意．

∵直线$y=kx+c$经过点A、C，抛物线开口向下，

$\therefore -4<x<0$时，$kx+c<ax^2+bx+c$，故④正确，符合题意．

故选：B．

【点睛】本题考查二次函数的性质，解题关键是熟练掌握二次函数的性质，掌握函数与方程及不等式的关系．

二、填空题（本大题共 8 小题，共 16 分）

9.【答案】1

【分析】把方程的根$x=1$代入方程即可求解．

【详解】解：∵关于x的一元二次方程$x^2-2x+m=0$有一个根为1，

$\therefore 1-2+m=0$，

解得：$m=1$，

故答案为：1．

【点睛】本题考查一元二次方程的解的定义，解题关键是方程的根一定满足方程，代入求解．

10.【答案】　①. -3　②. 1

【分析】通过待定系数法求出抛物线的解析式即可．

【详解】解：将$A\left(0,-3\right)$，$B\left(1,0\right)$代入$y=ax^2+2x+c$，

得：$\begin{cases}-3=c\\0=a+2+c\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a=1\\c=-3\end{cases}$，

故答案为：$-3,1$．

【点睛】本题考查二次函数解析式，解决本题的关键是掌握待定系数法求解析式．

11.【答案】＞

【分析】易得抛物线$y=2x^2-3$的对称轴是y轴，然后即可确定点A（－3，m）关于y对称的点的坐标是（3，m），再根据抛物线的性质解答即可．

【详解】解：∵抛物线$y=2x^2-3$的对称轴是y轴，

∴点A（－3，m）关于y对称的点的坐标是（3，m），

∵当x＞0时，y随着x的增大而增大，2＜3，

∴m＞n．

故答案为：＞．

【点睛】本题主要考查了二次函数的图象与性质，属于常考题型，熟练掌握二次函数的性质是解题的关键．

12.【答案】30度

【分析】先根据旋转的性质求得$\angle CAB$，再运用三角形内角和定理求解即可.

【详解】解：$\because$将$\triangle ABC$绕点A顺时针旋转得到$\triangle ADE$，$\angle DAE=110^\circ$，

$\therefore\angle BAC=\angle DAE=110^\circ$，

$\because\angle B=40^\circ$，

$\therefore\angle C=180^\circ-\angle B-\angle BAC=180^\circ-40^\circ-110^\circ=30^\circ$.

故答案为：30°.

【点睛】本题主要考查了旋转的性质、三角形内角和定理等知识点，灵活运用旋转的性质是解答本题的关键.

13.【答案】$y=(x-2)^2+1$

【分析】根据图象的平移规律：左加右减，上加下减，可得答案.

【详解】解：将抛物线$y=x^2$向右平移2个单位长度，再向上平移1个单位长度，得到的抛物线的解析式是$y=(x-2)^2+1$.

故答案为：$y=(x-2)^2+1$.

【点睛】主要考查了函数图象的平移，要求熟练掌握平移的规律：左加右减，上加下减．并用规律求函数解析式.

14.【答案】2

【分析】利用平行四边形的性质得到$AF\parallel BC$，$CD=AB=3$，$BE=AB+AE=4$，进而得到$\triangle EBC\backsim\triangle EAF$；利用相似三角形的性质：对应边的比值相等即可求出$AF$的长.

【详解】解：$\because ABCD$是平行四边形，

$\therefore AF\parallel BC$，

$\therefore\triangle EBC\backsim\triangle EAF$，

$\therefore\dfrac{BE}{AE}=\dfrac{BC}{AF}$，

$\because CD=AB=3$，$BE=AB+AE=4$，$AE=1$，$BC=8$，

$\therefore\dfrac{4}{1}=\dfrac{8}{AF}$，即$AF=2$，

故答案为：2.

【点睛】本题考查了平行四边形的性质以及相似三角形的判定和相似三角形的性质，熟练掌握相似三角形的判定与性质的运用是解题的关键.

15.【答案】$a=-2$，$c=0$（答案不唯一）

【分析】根据最值公式得到$\dfrac{4ac-(-2a)^2}{4a}=2$，即可得到$c-a=2$，据此写出一组符合条件的a和c的值即可.

【详解】解：∵二次函数 $y=ax^2-2ax+c$ 的最大值为 2，

∴ $\frac{4ac-(-2a)^2}{4a}=2$，

∴ $c-a=2$，

故 $a=-2$ 时，$c=0$，

故答案为：$a=-2$，$c=0$（答案不唯一）.

【点睛】本题考查了二次函数的最值，熟知二次函数的最值公式是解题的关键.

16.【答案】$a=1$

【分析】由 $y=ax^2$ 可知图像一定过 $(0,0)$，令 $x_1=0$，$y_1=0$，由 $|x_1-x_2|=1$ 时，$|y_1-y_2|=1$ 成立，取 $x_2=1$，$y_2=1$，代入 $y=ax^2$ 中解出 a 即可.

【详解】∵ $y=ax^2$ 一定过 $(0,0)$，

∴令 $x_1=0$，$y_1=0$，

∵ $|x_1-x_2|=1$ 时，$|y_1-y_2|=1$ 成立，

∴取 $x_2=1$，$y_2=1$，

∴ $1=a\times1^2$，

解得：$a=1$.

故答案为：$a=1$.

【点睛】本题考查二次函数的图像与性质，掌握二次函数图像上点的坐标特点是解题的关键.

三．解答题（本大题共 12 小题，共 68 分）

17.【答案】$x_1=4$，$x_2=2$

【分析】方程移项，利用完全平方公式配方得到结果，即可求解.

【详解】解：$x^2-6x+8=0$，

∴ $x^2-6x+9=-8+9$，

∴ $(x-3)^2=1$，

∴ $x-3=1$ 或 $x-3=-1$，

解得：$x_1=4$，$x_2=2$.

【点睛】本题考查了解一元二次方程—配方法，掌握完全平方公式是解本题的关键.

18.【答案】$\sqrt{3}-\frac{1}{2}$

【分析】根据特殊角的锐角三角形函数值进行混合运算即可.

【详解】解：原式 $=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+1-\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}-\frac{1}{2}$

【点睛】本题考查了特殊角的锐角三角形函数值的混合运算，牢记特殊角的三角函数值是解题的关键．

19．【答案】（1）顶点坐标为$(2,-1)$，与x轴交点坐标为$(1,0)$，$(3,0)$；（2）$1<x<3$

【分析】（1）把二次函数化为顶点式和交点式即可得出答案；

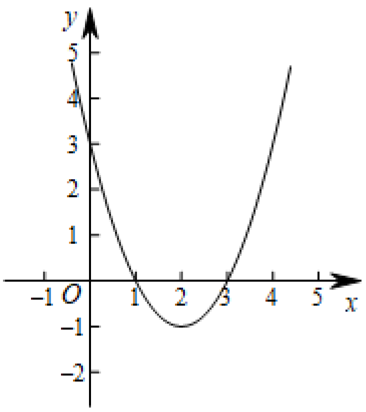
（2）根据（1）画出图像，由图像即可得出$y<0$时，自变量x的取值范围．

【详解】（1）$y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1=(x-1)(x-3)$，

∴顶点坐标为$(2,-1)$

与x轴交点坐标为$(1,0)$，$(3,0)$；

（2）如图所示：



当$y<0$时，自变量x的取值范围为$1<x<3$．

【点睛】本题考查二次函数的图像与性质，掌握二次函数的性质是解题的关键．

20．【答案】$4\sqrt{3}+3$

【分析】根据直角三角形中30°角所对的直角边是斜边的一半可以求得AD的长，然后即可求得BD的长，再根据AD的长和$\tan C=\frac{4}{3}$，可以求得CD的长，从而可以求得BC的长，本题得以解决．

【详解】解：∵$AD\perp BC$，

∴$\angle ADB=\angle ADC=90°$．

∵在Rt△ADB中，$\angle B=30°$，$AB=8$，

∴$AD=4$，$BD=4\sqrt{3}$，

∵在Rt△ADC中，$\tan C=\frac{4}{3}$，$AD=4$，

∴$CD=\frac{4}{\tan C}$，

∴$CD=3$．

∴$BC=BD+CD=4\sqrt{3}+3$．

【点睛】本题考查解直角三角形、勾股定理、含30°角的直角三角形，解题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

21.【答案】(1）见解析　（2）$k<-4$

【分析】本题考查了根的判别式和解一元二次方程，解题的关键是：

（1）计算根的判别式得到$\Delta=(k+1)^2\geq 0$，然后根据根的判别式的意义得到结论；

（2）解方程得到$x_1=2$，$x_2=k+3$，则$k+3<-1$，然后解不等式即可.

【小问1详解】

解：证明：$\because \Delta=(k+5)^2-4(6+2k)$

$=k^2+2k+1$

$=(k+1)^2\geq 0$，

$\therefore$此方程总有两个实数根；

【小问2详解】

$\because x=\dfrac{k+5\pm\sqrt{(k+1)^2}}{2}=\dfrac{k+5\pm(k+1)}{2}$，

$\therefore x_1=2$，$x_2=k+3$，

$\because$此方程恰有一个根小于-1，

$\therefore k+3<-1$，

解得$k<-4$，

即k的取值范围为$k<-4$.

22.【答案】(1）证明见解析

（2）$\frac{1}{2}$

【分析】（1）根据角平分线的定义得到$\angle BAE=\angle CAD$，根据等腰三角形的性质得到$\angle BED=\angle BDE$，由等角的补角相等得到$\angle AEB=\angle ADC$，根据相似三角形的判定定理即可得到结论；

（2）根据相似三角形的性质得到$\dfrac{AE}{AD}=\dfrac{BE}{CD}$，化简即可得到结果.

【小问1详解】

证明：$\because BE=BD$

$\therefore \angle BED=\angle BDE$

$\therefore 180^\circ-\angle BED=180^\circ-\angle BDE$

即$\angle AEB=\angle ADC$

又AD平分$\angle BAC$

$\therefore \angle BAE=\angle CAD$，

$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle ACD$.

【小问2详解】

解：由（1）$\triangle ABE \backsim \triangle ACD$ 可得

$\dfrac{AE}{AD}=\dfrac{BE}{CD}$

又 $BE=BD=1$，$CD=2$

$\therefore \dfrac{AE}{AD}=\dfrac{BE}{CD}=\dfrac{BD}{CD}=\dfrac{1}{2}$.

【点睛】本题考查了相似三角形的判定与性质，角平分线的定义，等腰三角形的性质，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解答本题的关键.

23.【答案】(1) $\triangle DEF$ 是等腰直角三角形，证明见解析

（2）8

【分析】(1) 证明 $\mathrm{Rt}\triangle ADE \cong \mathrm{Rt}\triangle CDF$，进而可得 $\angle ADE=\angle CDF$，$\angle EDF=90^\circ$，根据旋转的性质可得 $DE=DF$，即可证明 $\triangle DEF$ 是等腰直角三角形；

（2）根据等腰直角三角形的性质和勾股定理求得 $DE=EF=4$，进而即可求得 $\triangle DEF$ 的面积.

【小问 1 详解】

$\triangle DEF$ 是等腰直角三角形.

证明：在正方形 $ABCD$ 中，$DA=DC$，$\angle ADC=\angle DAB=\angle DCB=90^\circ$.

$\because$ F 落在边 BC 的延长线上，

$\therefore$ $\angle DCF=\angle DAB=90^\circ$.

$\because$ 将点 E 绕点 D 逆时针旋转得到点 F，

$\therefore DE=DF$.

$\therefore \mathrm{Rt}\triangle ADE \cong \mathrm{Rt}\triangle CDF\ (\mathrm{HL})$，

$\therefore \angle ADE=\angle CDF$.

$\because$ $\angle ADC=\angle ADE+\angle CDE=90^\circ$，

$\therefore \angle CDF+\angle CDE=90^\circ$，即 $\angle EDF=90^\circ$.

$\therefore \triangle DEF$ 是等腰直角三角形.

【小问 2 详解】

$\because$ $\triangle DEF$ 是等腰直角三角形，

$\therefore DE=DF$，

$\because EF=\sqrt{DE^2+DF^2}=\sqrt{2}DE$，$EF=4\sqrt{2}$，

$\therefore DE=DF=4$，

$\therefore \triangle DEF$ 的面积为 $\dfrac{1}{2}\times 4\times 4=8$.

故答案为：8

【点睛】本题考查了旋转的性质，三角形全等的性质与判定，正方形的性质，勾股定理，等腰三角形的性质与判定，证明 $\mathrm{Rt}\triangle ADE \cong \mathrm{Rt}\triangle CDF$ 是解题的关键.

24.【答案】（1）$\left(4+2\sqrt{3}\right)$米

（2）山峰高度 AH 的长约为10.2米

【分析】（1）根据题意可得：$CB\perp FH$，$ED\perp HG$，然后分别在 $Rt\triangle FBC$ 和 $Rt\triangle DEG$ 中，利用锐角三角函数的定义求出 BF 和 DG 的长，从而利用线段的和差关系进行计算，即可解答；

（2）设 $AH=x$ 米，在 $Rt\triangle AHF$ 中，利用锐角三角函数的定义求出 HF 的长，从而求出 HG 的长，再在 $Rt\triangle AHG$ 中，利用锐角三角函数的定义可得 $HG=\sqrt{3}AH$，从而列出关于 x 的方程，进行计算即可解答.

【小问1详解】

解：由题意得：$CB\perp FH$，$ED\perp HG$，

在 $Rt\triangle FBC$ 中，$\angle BFC=45^\circ$，$BC=2$，

$\therefore BF=\dfrac{BC}{\tan45^\circ}=2$（米），

在 $Rt\triangle DEG$ 中，$\angle G=30^\circ$，$DE=2$，

$\therefore DG=\dfrac{DE}{\tan30^\circ}=\dfrac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=2\sqrt{3}$（米），

$\because BD=6$米，

$\therefore FG=BD+DG-BF=6+2\sqrt{3}-2=\left(4+2\sqrt{3}\right)$米，

$\therefore FG$ 的长为 $\left(4+2\sqrt{3}\right)$米；

【小问2详解】

解：设 $AH=x$ 米，

在 $Rt\triangle AHF$ 中，$\angle AFH=45^\circ$，

$\therefore FH=\dfrac{AH}{\tan45^\circ}=x$（米），

$\because FG=\left(4+2\sqrt{3}\right)$米，

$\therefore HG=HF+FG=\left(x+4+2\sqrt{3}\right)$米，

在 $Rt\triangle AHG$ 中，$\angle G=30^\circ$，

$\therefore HG=\dfrac{AH}{\tan30^\circ}=\dfrac{AH}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=\sqrt{3}AH$，

$\therefore x+4+2\sqrt{3}=\sqrt{3}x$，

解得：$x=5+3\sqrt{3}\approx10.2$，

$\therefore AH=10.2$米，

$\therefore$山峰高度 AH 的长约为10.2米.

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用-仰角俯角问题，相似三角形的应用，熟练掌握锐角三角函数的定义，以及 A 字模型相似三角形是解题的关键．

25.【答案】　①. 2.8　②. 0.98　③. 能

【分析】①由表格中的数据可知，野兔本次跳跃的最远水平距离为 2.8m ，最大竖直高度为 0.98m ，于是得出问题的答案；

②设野兔某次跳跃的抛物线为 $y=ax^2+bx$ ，则 $\begin{cases}-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{3}{2}\\-\dfrac{b^2}{4a}=1\end{cases}$ ，可求得 $y=-\dfrac{4}{9}x^2+\dfrac{4}{3}x$ ，当 $x=2$ 时， $y=\dfrac{8}{9}$ ，

由 $\dfrac{8}{9}>0.8$ ，可知野兔此次跳跃能跃过篱笆，于是得到问题的答案．

【详解】① ∵ 当 $x=0$ 时， $y=0$ ；当 $x=2.8$ 时， $y=0$ ，且 $\dfrac{1}{2}\times2.8=1.4$ ，

∴野兔本次跳跃的最远水平距离为 $2.8m$ ，抛物线的对称轴为直线 $x=1.4$ ，

∴当 $x=1.4$ 时， $y_{\text{最大}}=0.98$ ，

∴野兔本次跳跃的最大竖直高度为 0.98m ，

故答案为： 2.8 ， 0.98 ．

② 设野兔某次跳跃的抛物线为 $y=ax^2+bx$ ，

∵ $y=ax^2+bx=a(x+\dfrac{b}{2a})^2-\dfrac{b^2}{4a}$ ，且抛物线的对称轴为直线 $x=\dfrac{3}{2}$ ，最大值为 1 ，

∴ $\begin{cases}-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{3}{2}\\-\dfrac{b^2}{4a}=1\end{cases}$ ，

解得 $\begin{cases}a=-\dfrac{4}{9}\\b=\dfrac{4}{3}\end{cases}$ ，

∴ $y=-\dfrac{4}{9}x^2+\dfrac{4}{3}x$ ，

当 $x=2$ 时， $y=-\dfrac{4}{9}\times4+\dfrac{4}{3}\times2=\dfrac{8}{9}$ ，

∵ $\dfrac{8}{9}>0.8$ ，

∴野兔此次跳跃能跃过篱笆，

故答案为：能

【点睛】此题重点考查二次函数的图象与性质、二次函数的应用等知识，正确地求出二次函数的解析式是

解题的关键.

26.【答案】（1） $x_1=0$， $x_2=2$；

（2） $-\frac{1}{2}<t<1$

【分析】（1）根据题意，当 $x=0$ 时， $y=1$，由抛物线的对称轴为 $x=1$，得到 $(0,1)$ 关于对称轴对称的点的坐标为 $(2,1)$，即可写出答案；

（2）首先由 $a<0$，得到图象开口向下，满足 $-1<0$， $y_1<1$，可得到 $t\ge0$，求出点 $M(-1,y_1)$ 关于对称轴对称的点为 $M'(2t+1,y_1)$，即可得到答案.

【小问 1 详解】

解：根据题意，当 $x=0$ 时， $y=1$，

∵抛物线的对称轴为 $x=1$，

∴ $(0,1)$ 关于对称轴对称的点的坐标为 $(2,1)$，

∵ $y_1=y_2=1$，且 $x_1<x_2$，

∴ $x_1=0$， $x_2=2$；

【小问 2 详解】

解：根据题意可知，当 $x=0$ 时， $y=1$，

∵ $a<0$，

∴图象开口向下，满足 $-1<0$， $y_1<1$，

∴当 $x\le0$ 时，y 随着 x 的增大而增大，

∴设抛物线对称轴为 $x=t$，

∴ $t>\frac{-1+0}{2}$, ∴ $t>-\frac{1}{2}$

∴点 $M(-1,y_1)$ 关于对称轴对称的点为 $M'(2t+1,y_1)$，

∵ $a<0$，图象开口向下， $-1<3$, $y_2<y_1$，

∴ $2t+1<3$ 解得 $t<1$，

∴ $-\frac{1}{2}<t<1$.

【点睛】此题考查了二次函数的图象和性质，熟练掌握二次函数的图象和性质是解题的关键.

27.【答案】（1）135

（2）①补全图形见解析， $\angle AEC=45°$；② $\sqrt{2}FB=2FC-AE$，证明见解析

【分析】（1）由旋转的性质得出 $AB=BE$，证明 $\triangle ABE\cong\triangle CBE(\mathrm{SAS})$，由全等三角形的性质得出 $\angle AEB=\angle CEB$，即可求出 $\angle AEC=135°$；

（2）①由题意可画出图形，由旋转的性质及等腰三角形的性质可得出答案；②过点 B 作 $BH /\!/ EC$ 交 FC 的延长线于点 H，证明 $\triangle ABF \cong \triangle CBH(\text{SAS})$，由全等三角形的性质得出 $AF=CH$，由等腰直角三角形的性质可得出结论.

【小问 1 详解】

解：∵将线段 BA 绕点 B 旋转 $\alpha\left(0°<\alpha<90°\right)$，得到线段 BE，

$\therefore AB=BE$，

$\therefore \angle BAE=\angle BEA$，

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AB=BC$，$\angle ABC=90°$，

∵ BE 平分 $\angle ABC$，

$\therefore \angle ABE=\angle CBE=45°$，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CBE$ 中，

$$\begin{cases} BE=BE \\ \angle ABE=\angle CBE=45° \\ AB=AC \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBE(\text{SAS})$，

$\therefore \angle AEB=\angle CEB$，

$\because AB=BC=BE$，

$\therefore \angle BAE=\angle BCE=\angle AEB=\angle CEB$，

$\therefore \angle AEC=\angle AEB+\angle CEB=180°-45°=135°$，

故答案为：135；

【小问 2 详解】

解：①补全图形如图 2，

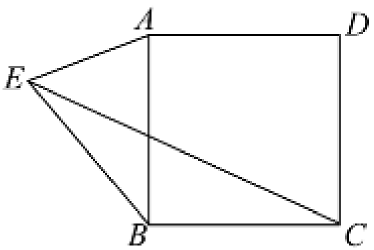


图2

∵将线段 BA 绕点 B 旋转 $\alpha\left(0°<\alpha<90°\right)$，得到线段 BE，

$\therefore BE=BA=BC$，$\angle ABC=90°$，$\angle ABE=\alpha$，

$\therefore \angle BEA=\angle BAE=90°-\dfrac{\alpha}{2}$，$\angle BEC=\angle BCE=45°-\dfrac{\alpha}{2}$，

$\therefore \angle AEC=\angle BEA-\angle BEC=45°$；

② $\sqrt{2}FB=2FC-AE$，证明如下：

证明：过点 B 作 $BH\parallel EC$ 交 FC 的延长线于点 H，如图 3，

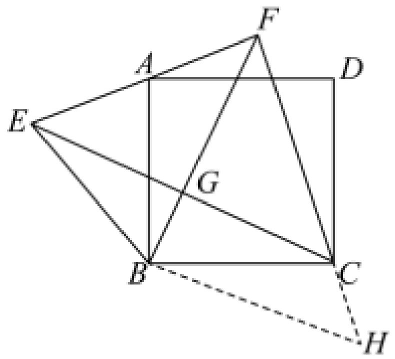


图3

$\because BE=BC$， BF 平分 $\angle EBC$，

$\therefore BF$ 垂直平分 EC，

$\therefore FE=FC$，

$\therefore \angle FEC=\angle FCE$，

由①知， $\angle AEC=45^\circ$，

$\therefore \angle FEC=\angle FCE=45^\circ$，

$\therefore \angle GFC=45^\circ$，

$\because BH\parallel EC$，

$\because \angle FBH=\angle FGC=90^\circ$， $\angle H=\angle FCG=45^\circ$，

$\therefore \angle H=\angle BFH=45^\circ$，

$\therefore BF=BH$， $FH=\sqrt{2}FB$，

$\because \angle ABF=90^\circ-\angle FBC$， $\angle CBH=90^\circ-\angle FBC$，

$\therefore \angle ABF=\angle CBH$，

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle CBH$ 中，

$$\begin{cases} AB=CB \\ \angle ABF=\angle CBH \\ BF=BH \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABF\cong\triangle CBH\left(\text{SAS}\right)$，

$\therefore AF=CH$，

$\because FH=FC+CH=FC+AF=FC+FE-AE=2CF-AE$，

$\therefore \sqrt{2}FB=2FC-AE$.

【点睛】本题是四边形综合题，考查了旋转的性质，正方形的性质，等腰直角三角形的性质，全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题.

28.【答案】(1) P_1， P_3

（2）$m<-3$ 或 $m>2$

（3）①$\frac{1}{5}$，②$\frac{\sqrt{13}}{6}$

【分析】（1）根据距离系数的定义进行计算即可；

（2）利用距离系数的定义，用 m 表示 k，根据距离系数小于 $\frac{1}{2}$，进行计算即可；

（3）①根据题意，当正方形上的点到 $A(4,0)$，横坐标的距离最大，纵坐标之间的距离最小时，线段 DE 关于点 A 的距离系数的最小，得到点点 $(-1,1)$ 关于点 A 的距离系数的最小，进行计算即可；

②根据线段 DE 关于点 A 的距离系数的最大值是 $\frac{3}{2}$，即线段上的所有点关于点 A 的距离系数存在最小值为 $\frac{3}{2}$，得到线段 DE 上的点的横坐标和纵坐标的取值范围，利用勾股定理进行求解即可.

【小问 1 详解】

解：$\because P_1(2,2), P_2(-2,1), P_3(-4,4), A(0,0)$，

$\because |y-b|=k|x-a|$，

$\therefore k=\frac{|y-b|}{|x-a|}$，

$\therefore k_1=\frac{|2-0|}{|2-0|}=\frac{2}{2}=1$，$k_2=\frac{|-2-0|}{|1-0|}=\frac{2}{1}=2$，$k_3=\frac{|-4-0|}{|4-0|}=\frac{4}{4}=1$；

$\therefore$关于点 A 的距离系数为 1 的是：P_1，P_3；

【小问 2 详解】

解：$\because B(-2,1), C(1,1)$，$A(m,-1)$，

$\therefore$线段 BC：$y=1(-2\le x\le 1)$，

$k=\frac{|y-b|}{|x-a|}=\frac{|1-(-1)|}{|x-m|}<\frac{1}{2}$，即：$|x-m|>4$

$\therefore x-m>4$ 或 $x-m<-4$

$\therefore m<x-4$ 或 $m>x+4$

$\therefore$当两个点的横坐标间的距离越远，k 越小，

$\therefore$当 B 点离 A 点横坐标最远时：$m>-2+4=2$，

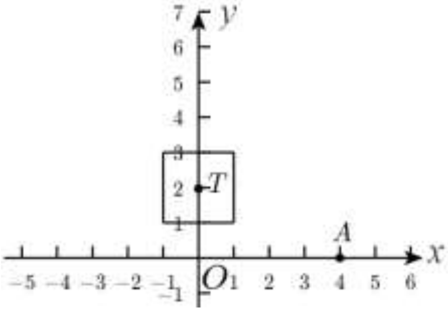
当 C 离 A 点横坐标最远时：$m<1-4=-3$，

综上：$m<-3$ 或 $m>2$；

【小问 3 详解】

解：①由 $k=\frac{|y-b|}{|x-a|}$ 可知，当正方形上的点到 $A(4,0)$，横坐标的距离最大，纵坐标之间的距离最小时，线

段 DE 关于点 A 的距离系数的最小，根据题意，当正方形如图所示，点 $\left(-1,1\right)$ 关于点 A 的距离系数的最小：此时：$k=\dfrac{|1-0|}{|-1-4|}=\dfrac{1}{5}$；



②若线段 DE 关于点 A 的距离系数的最大值是 $\dfrac{3}{2}$，即线段上的所有点关于点 A 的距离系数存在最小值为 $\dfrac{3}{2}$，

$\therefore k=\dfrac{|y-b|}{|x-a|}=\dfrac{|y|}{|x-4|}\geq\dfrac{3}{2}$，

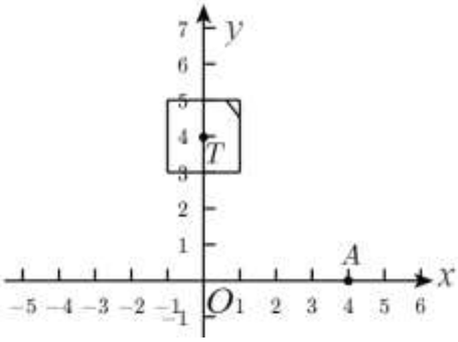
由题意知：$-1\leq x\leq 1,1\leq y\leq 5$

$\therefore |1-4|\leq|x-4|\leq|-1-4|$，即 $3\leq|x-4|\leq 5$

$\therefore \dfrac{9}{2}\leq y\leq 5$

当 $y=5$ 时，$\dfrac{2}{3}\leq x\leq 1$，

$\therefore DE=\sqrt{\left(5-\dfrac{9}{2}\right)^2+\left(1-\dfrac{2}{3}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{9}}=\dfrac{\sqrt{13}}{6}$



【点睛】本题考查坐标系下的新定义．熟练掌握距离系数的定义和运算方法是解题的关键．