2023北京清华附中初三（上）期中

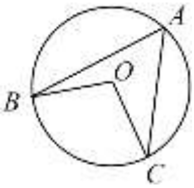
数　学

一、选择题（每题2分，共16分）

1．下列图形是我国国产品牌汽车的标识，在这些汽车标识中，是中心对称图形的是（　　）

A. 　B. 　C. 　D. 

2．如图，点 A，B，C 均在⊙O 上，$\angle BOC=100^\circ$，则 $\angle BAC$ 的度数为（　　）



A．70°　B．60°　C．50°　D．40°

3．将抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 向下平移1个单位长度，得到的抛物线是（　　）

A．$y=\frac{1}{2}x^2-1$　B．$y=\frac{1}{2}x^2+1$

C．$y=\frac{1}{2}(x-1)^2$　D．$y=\frac{1}{2}(x+1)^2$

4．将一元二次方程 $x^2-8x+10=0$ 通过配方转化为 $(x+a)^2=b$ 的形式，下列结果中正确的是（　　）

A．$(x-4)^2=6$　B．$(x-8)^2=6$　C．$(x-4)^2=-6$　D．$(x-8)^2=54$

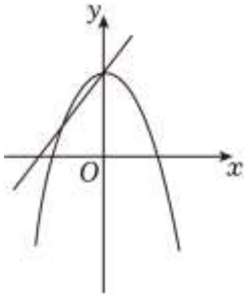
5．一元二次方程 $kx^2-6x+3=0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是（　　）

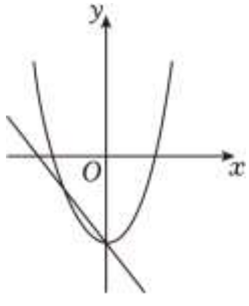
A．$k<3$　B．$k<3$ 且 $k\neq0$　C．$k\leq3$　D．$k\leq3$ 且 $k\neq0$

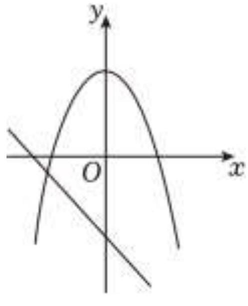
6．如果点 $M(-2，y_1)$，$N(2，y_2)$ 在抛物线 $y=-x^2+2x$ 上，那么下列结论正确的是（　　）

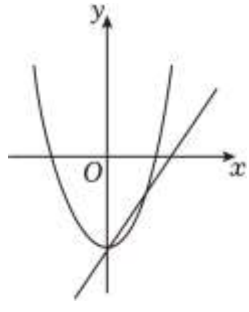
A．$y_1<y_2$　B．$y_1>y_2$　C．$y_1=y_2$　D．无法确定

7．如图，在同一坐标系中，二次函数 $y=ax^2+c$ 与一次函数 $y=ax+c$ 的图象大致是（　　）

A. 

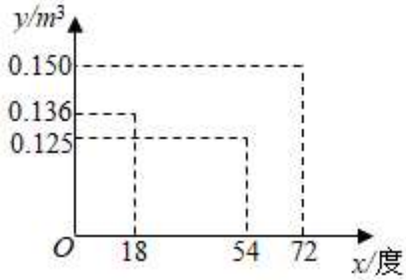
B. 

C. 

D. 

8．使用家用燃气灶烧开同一壶水所需的燃气量 y（单位：m^3）与旋钮的旋转角度 x（单位：度）（$0^\circ<x\leq90^\circ$）近似满足函数关系 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）．如图记录了某种家用燃气灶烧开同一壶水的旋钮角度 x 与燃气量 y 的三组数据，根据上述函数模型和数据，可推断出此燃气灶烧开一壶水最节省燃气的旋钮角

度约为（　　）



A．18°　　　　　　B．36°　　　　　　C．41°　　　　　　D．58°

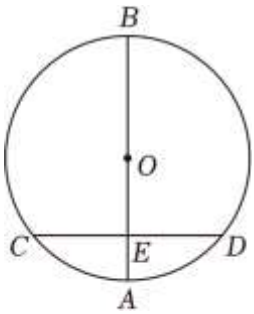
二、填空题（每题 2 分，共 16 分）

9．点 M（2，﹣4）关于原点对称的点的坐标是 ________．

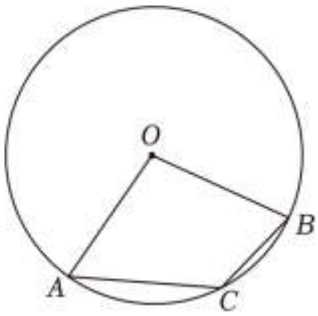
10．写出一个二次函数，使其满足：①图象开口向下；②当 $x>0$ 时，y 随着 x 的增大而减小，这个二次函数的解析式可以是 __________．

11．二次函数 $y=x^2-2x+m$ 的图象与 x 轴只有一个公共点，则 m 的值为 _____．

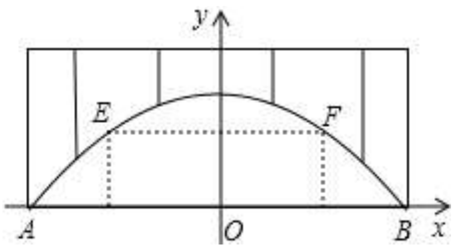
12．如图，AB 是⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$，垂足为 E，如果 $AB=20$，$OE=6$，那么弦 CD 的长为 ______．



13．如图所示，在⊙O 中，已知∠$AOB=100°$，则∠$ACB=$_______．

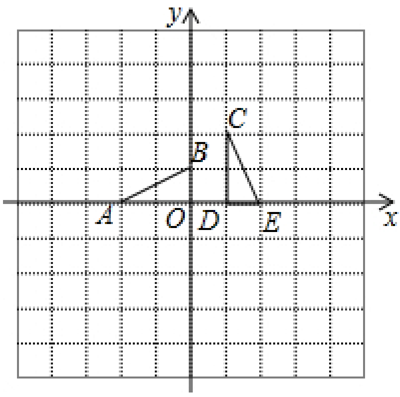


14．廊桥是我国古老的文化遗产．如图，是某座抛物线型的廊桥示意图，已知抛物线的函数表达式为 $y=-\frac{1}{40}x^2+10$，为保护廊桥的安全，在该抛物线上距水面 AB 高为 8 米的点 E，F 处要安装两盏警示灯，则这两盏灯的水平距离 EF 是 ______米．（精确到 1 米）



15．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，△CDE 可以看作是△AOB 经过若干次图形的变化（平移、轴对称、

旋转）得到的，写出一种由△AOB 得到△CDE 的过程：____________.



16．某快餐店的价目表如下：

菜品	价格
汉堡（个）	21 元
薯条（份）	9 元
汽水（杯）	12 元
1 个汉堡+1 份薯条（A 套餐）	28 元
1 个汉堡+1 杯汽水（B 套餐）	30 元
1 个汉堡+1 份薯条+1 杯汽水（C 套餐）	38 元

小明和同学们一共需要 10 个汉堡，5 份薯条，6 杯汽水，那么最低需要_______元.

三、解答题（17 题 8 分，18 题 3 分，19 至 23 题每题 5 分，24 至 26 题每题 6 分，27 至 28 题每题 7 分）

17.（8 分）解方程：

（1）$x^2-4x-5=0$；

（2）$2x^2-2x-1=0$.

18.（3 分）已知 $x=1$ 是关于 x 的方程 $x^2+2ax+a^2=3$ 的一个根，求代数式 $a(a-1)+a^2+5a$ 的值.

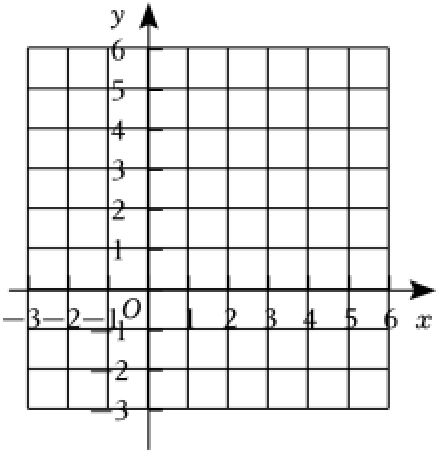
19.（5 分）已知二次函数 $y=x^2-4x+3$，

（1）补全表格，并在平面直角坐标系中用描点法画出该二次函数的图象；

x	…	0	1	2	3	4	…
y	…	3	0	-1			…

（2）写出该函数顶点坐标________.

（3）根据图象回答：当 $0\leqslant x<3$ 时，y 的取值范围是________.

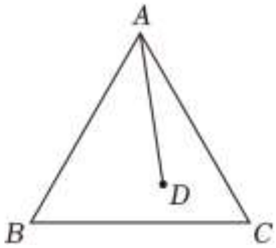


20．（5分）如图，D是等边三角形ABC内一点，将线段AD绕点A顺时针旋转60°，得到线段AE，连接CD，BE．DE，

（1）依题意补全图形；

（2）求证：$\triangle AEB\cong\triangle ADC$；

（3）若$\angle ADC=105°$，求$\angle BED$的度数．



21．（5分）已知关于x的一元二次方程$x^2+(2-m)x+(m-3)=0$．

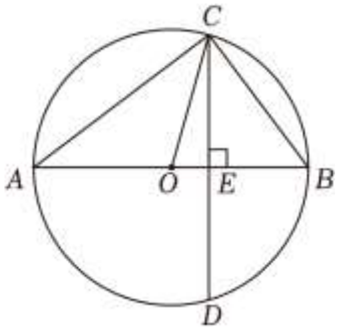
（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若此方程有一个负数根，求m的取值范围．

22．（5分）如图，已知AB为⊙O的直径，CD是弦，且$AB\perp CD$于点E．连接AC、OC、BC．

（1）求证：$\angle CAO=\angle BCD$；

（2）若$BE=3$，$CD=8$，求⊙O的直径．

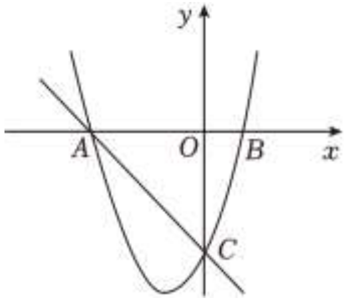


23．（5分）如图，二次函数$y_1=x^2+bx+c$的图象与x轴交于A、B两点，与y轴交于点C，且点A的坐标为（﹣3，0），点C的坐标为（0，﹣3），一次函数$y_2=mx+n$的图象过点A、C．

（1）求二次函数的解析式；

（2）直接写出二次函数的图象与x轴的另一个交点B的坐标；

（3）根据图象，直接写出 $y_2<y_1$ 时，x 的取值范围.



24.（6 分）如图，当∠ACB＝90° 时，求作直线 l 上一点 P，使∠APB＝45°．小高的做法为：

①作出△ABC 的外接圆，圆心为 M；

②作出线段 AB 的垂直平分线 l_1，l_1 与 $\overset{\frown}{ACB}$ 的交点为 O；

③以 O 为圆心，OA 的长为半径画圆，⊙O 与直线 l 交点就是使∠APB＝45° 的点 P.

老师说小高的做法是正确的.

根据小高设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形；（保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明.

证明：连接 OA，OB，

∵⊙M 是△ABC 的外接圆，又在⊙M 中，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AB}$，

∴∠ACB＝∠_______＝90°，

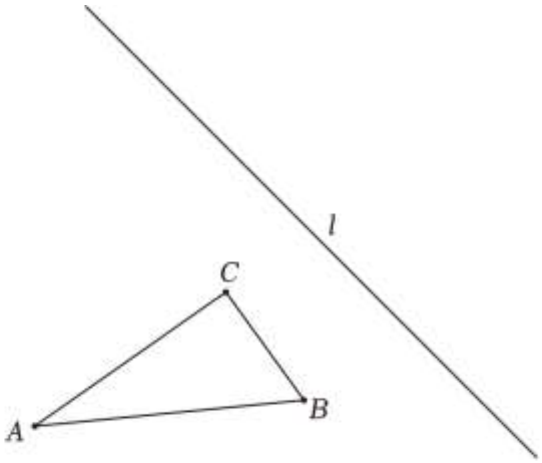
∵是 AB 的垂直平分线，

∴OA＝OB（_____________），（填写推理的依据）

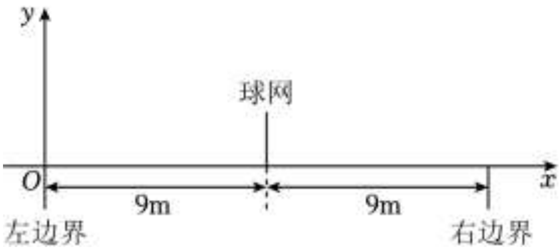
∴点 B 也在以 O 为圆心，以 OA 为半径的圆上，

∴对于⊙O，AB＝AB，

∴$\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB=45°$（_____________）.（填写推理依据）



25.（6 分）排球场的长度为 18m，球网在场地中央且高度为 2.24m．排球出手后的运动路线可以看作是抛物线的一部分，建立如图所示的平面直角坐标系，排球运动过程中的竖直高度 y（单位：m）与水平距离 x（单位：m）近似满足函数关系 $y=a(x-h)^2+k$（$a<0$）.



（1）某运动员第一次发球时，测得水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下：

水平距离 x/m	0	2	4	6	11	12
竖直高度 y/m	2.48	2.72	2.8	2.72	1.82	1.52

①根据上述数据，求这些数据满足的函数关系 $y=a(x-h)^2+k$（$a<0$）；

②判断该运动员第一次发球能否过网 ______（填“能”或“不能”）.

（2）该运动员第二次发球时，排球运动过程中的竖直高度 y（单位：m）与水平距离 x（单位：m）近似满足函数关系 $y=-0.02(x-4)^2+2.88$，请问该运动员此次发球是否出界，并说明理由.

26.（6分）在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2-2ax+c$（$a\neq0$）过（3，0）.

（1）求抛物线的对称轴；

（2）求 c 的值（用含 a 的式子表示）；

（3）若点 $M(x_1, 3)$，$N(x_2, 3)$ 为抛物线上不重合两点（其中 $x_1<x_2$），且满足 $x_1(x_2-5)\leqslant0$.

①直接写出 x_1 和 x_2 的数量关系；

②求 a 的取值范围.

27.（7分）将线段 AB 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到线段 AC，继续旋转 α（0°＜α＜120°）得到线段 AD，连接 CD.

（1）连接 BD，如图1，若 $\alpha=80°$，则∠BDC 的度数为_______；（直接写出结果）

（2）如图2，以 AB 为斜边作直角三角形 ABE，使得∠B=∠ACD，连接 CE，DE．若∠$CED=90°$，求 α 的值.

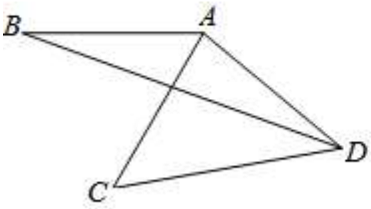


图1

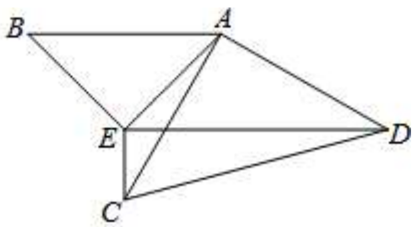


图2

28.（7分）在平面直角坐标系 xOy 中，线段 $AB=4$，点 M，N 在线段 AB 上，且 $MN=2$，P 为 MN 的中点，如果任取一点 Q，将点 Q 绕点 P 顺时针旋转 180° 得到点 Q'，则称点 Q' 为点 Q 关于线段 AB 的“旋平点”.

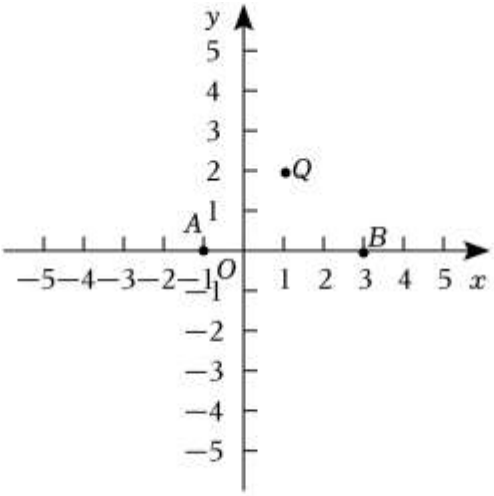


图1

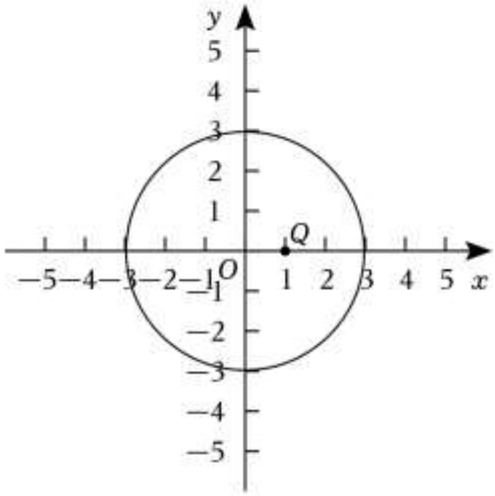


图2

（1）如图 1，已知 A（﹣1，0），B（3，0），Q（1，2），如果 Q'（a，b）为点 Q 关于线段 AB 的“旋平点”，画出示意图，写出 a 的取值范围；

（2）如图 2，$\odot O$ 的半径为 3，点 A，B 在 $\odot O$ 上，点 Q（1，0），如果在直线 $x=m$ 上存在点 Q 关于线段 AB 的“旋平点”，求 m 的取值范围.

参考答案

一、选择题（每题 2 分，共 16 分）

1.【分析】根据中心对称的定义得出结论即可．

【解答】解：由题意知，A、C 选项中的图形是轴对称图形，D 选项中的图形既不是轴对称也不是中心对称图形，B 选项是中心对称图形，

故选：B．

【点评】本题主要考查中心对称的知识，熟练掌握中心对称的定义是解题的关键．

2.【分析】直接利用圆周角定理求解．

【解答】解：∵$\angle BAC$ 为$\overset{\frown}{BC}$所对的圆周角，$\angle BOC$ 为$\overset{\frown}{BC}$所对的圆心角，

∴$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 100°=50°$．

故选：C．

【点评】本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．

3.【分析】根据“上加下减”的规律进行解答即可．

【解答】解：将抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$向下平移 1 个单位长度，得到的抛物线是：$y=\frac{1}{2}x^2-1$，

故选：A．

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换，熟练掌握平移的规律：左加右减，上加下减是解题的关键．

4.【分析】先把常数项移到方程右边，再把方程两边加上 16，然后把方程作边写成完全平方形式即可．

【解答】解：$x^2-8x=-10$，

$x^2-8x+16=6$，

$(x-4)^2=6$．

故选：A．

【点评】此题考查了配方法解一元二次方程，配方法的一般步骤：

（1）把常数项移到等号的右边；

（2）把二次项的系数化为 1；

（3）等式两边同时加上一次项系数一半的平方．

选择用配方法解一元二次方程时，最好使方程的二次项的系数为 1，一次项的系数是 2 的倍数．

5.【分析】根据判别式即可求出答案．

【解答】解：由题意可知：$36-12k>0$ 且 $k\neq 0$，

∴$k\neq 0$ 且 $k<3$，

故选：B．

【点评】本题考查一元二次方程，解题的关键是熟练运用一元二次方程的解法，本题属于基础题型．

6.【分析】由抛物线解析式可得抛物线开口方向及对称轴，根据 M，N 两点到对称轴的距离大小关系求解

【解答】解：∵$y=-x^2+2x$，

∴抛物线开口向下，对称轴为直线 $x=-\frac{2}{2\times(-1)}=1$，

∵点 $M(-2，y_1)$，$N(2，y_2)$ 在抛物线 $y=-x^2+2x$ 上，且 $1-(-2)>2-1$，

∴$y_1<y_2$.

故选：A.

【点评】本题考查二次函数图象上点的坐标特征，解题关键是掌握二次函数的性质.

7.【分析】先由一次函数 $y=ax+c$ 图象得到字母系数的正负，再与二次函数 $y=ax^2+c$ 的图象相比较看是否一致.

【解答】解：A、由抛物线可知，$a<0$，由直线可知，$a>0$，不一致；

B、由抛物线可知，$a>0$，由直线可知，$a<0$，不一致；

都过点（0，c），正确；

C、由抛物线可知，$a<0$，由直线可知，$a<0$，不交于 y 轴同一点，不一致；

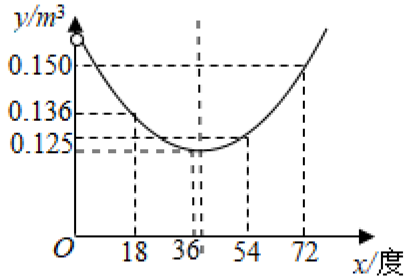
D、由抛物线可知，$a>0$，由直线可知，$a>0$，都过点（0，c），一致；

故选：D.

【点评】主要考查了一次函数和二次函数的图象性质，要掌握它们的性质才能灵活解题.

8.【分析】根据已知三点和近似满足函数关系 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）可以大致画出函数图象，并判断对称轴位置在 36 和 54 之间即可选择答案.

【解答】解：由题意可知函数图象为开口向上的抛物线，由图表数据描点连线，补全图可得如图，



∴抛物线对称轴在 36 和 54 之间，约为 41°，

∴旋钮的旋转角度 x 在 36° 和 54° 之间，约为 41° 时，燃气灶烧开一壶水最节省燃气.

故选：C.

【点评】本题考查了二次函数的应用，熟练掌握二次函数图象的对称性质，判断对称轴位置是解题关键.

二、填空题（每题 2 分，共 16 分）

9.【分析】直接利用两个点关于原点对称时，它们的坐标符号相反，即点 $P(x，y)$ 关于原点 O 的对称点是 $P'(-x，-y)$，进而得出答案.

【解答】解：点 $M(2，-4)$ 关于原点对称的点的坐标是 $(-2，4)$.

故答案为：$(-2，4)$.

【点评】此题主要考查了关于原点对称点的性质，正确掌握关于原点对称点的性质是解题关键.

10．【分析】首先由①得到$a<0$；由②得到$-\dfrac{b}{2a}\leqslant 0$；只要举出满足以上两个条件的$a$、$b$、$c$的值即可得出所填答案．

【解答】解：二次函数$y=ax^2+bx+c$，

①开口向下，

∴$a<0$；

②当$x>0$时，y随着x的增大而减小，$-\dfrac{b}{2a}\leqslant 0$，即$b\leqslant 0$；

∴只要满足以上两个条件就行，

如$a=-1$，$b=-2$，$c=-1$时，二次函数的解析式是$y=-x^2-2x-1$．

故答案为：$y=-x^2-2x-1$．

【点评】本题主要考查了二次函数的性质，熟练运用性质进行计算是解此题的关键．此题是一道开放型的题目．

11．【分析】根据$\Delta=b^2-4ac=0$时，抛物线与x轴有1个交点得到$\Delta=(-2)^2-4m=0$，然后解关于m的方程即可．

【解答】解：根据题意得$\Delta=(-2)^2-4m=0$，

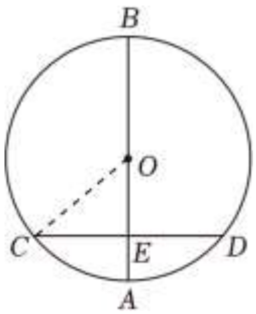
解得$m=1$．

故答案为1．

【点评】本题考查了抛物线与x轴的交点：对于二次函数$y=ax^2+bx+c$（a，b，c是常数，$a\neq 0$），$\Delta=b^2-4ac$决定抛物线与x轴的交点个数：$\Delta=b^2-4ac>0$时，抛物线与x轴有2个交点；$\Delta=b^2-4ac=0$时，抛物线与x轴有1个交点；$\Delta=b^2-4ac<0$时，抛物线与x轴没有交点．

12．【分析】连接OC，根据垂径定理求出CE，根据勾股定理计算即可．

【解答】解：如图，连接OC，



∵AB是⊙O的直径，

∴$CE=DE=\dfrac{1}{2}CD$，

∵$AB=20$，

∴$OC=\dfrac{1}{2}AB=10$，

在Rt△COE中，$OE=6$，

$\therefore CE=\sqrt{OC^2-OE^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，

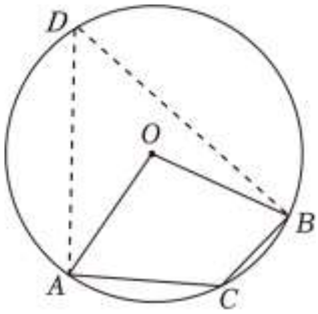
$\therefore CD=16$，

故答案为：16．

【点评】此题考查了垂径定理，熟练掌握垂径定理是解题的关键．

13．【分析】本题考查了圆周角定理，作出圆周角同时结合圆内接四边形的性质解题．

【解答】解：作圆周角$\angle ADB$，



$\because \angle AOB=100°$，

$\therefore \angle D=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 100°=50°$，

在圆内接四边形$ACBD$中，

$\angle ACB=180°-\angle D=180°-50°=130°$．

故答案为：130°．

【点评】本题考查了圆周角定理，作出辅助线是解题的关键．

14．【分析】由题可知，E、F两点纵坐标为8，代入解析式后，可求出二者的横坐标，F的横坐标减去E的横坐标即为EF的长．

【解答】解：由“在该抛物线上距水面AB高为8米的点”，

可知$y=8$，

把$y=8$代入$y=-\frac{1}{40}x^2+10$得：

$x=\pm 4\sqrt{5}$，

∴由两点间距离公式可求出$EF=8\sqrt{5}\approx 18$（米）．

【点评】以丽水市“古廊桥文化”为背景呈现问题，考查了现实中的二次函数问题，赋予传统试题新的活力，感觉不到“老调重弹”，在考查提取、筛选信息，分析、解决实际问题等能力的同时，发挥了让学生“熏陶文化，保护遗产”的教育功能．

15．【分析】根据旋转的性质，平移的性质即可得到由△OCD得到△AOB的过程．

【解答】解：将△AOB绕点O顺时针旋转90°，再沿x轴向右平移一个单位得到△CDE，

故答案为：将△AOB绕点O顺时针旋转90°，再沿x轴向右平移一个单位

【点评】考查了坐标与图形变化－旋转，平移，对称，解题时需要注意：平移的距离等于对应点连线的长度，对称轴为对应点连线的垂直平分线，旋转角为对应点与旋转中心连线的夹角的大小．

16．【分析】买套餐最省钱，即分别讨论方案一：买5份C套餐，1份B套餐，4份汉堡花的钱，方案二：

买 5 份 A 套餐，5 份 B 套餐，1 杯汽水花的钱，方案三：1 份 C 套餐，5 份 B 套餐，4 份 A 套餐花的钱，结果要最少的钱即可．

【解答】解：A 套餐便宜 $21+9-28=2$（元），

B 套餐便宜 $21+12-30=3$（元），

C 套餐便宜 $21+9+12-38=4$（元），

方案一：买 5 份 C 套餐，1 份 B 套餐，4 份汉堡，

总共花：$5\times38+1\times30+4\times21=304$（元），

方案二：买 5 份 A 套餐，5 份 B 套餐，1 杯汽水，

总共花：$5\times28+5\times30+12=302$（元），

方案三：买 1 份 C 套餐，5 份 B 套餐，4 份 A 套餐，

总共花：$1\times38+5\times30+28\times4=300$（元），

即最低需要 300 元，

故答案为 300．

【点评】本题考查分类讨论思想，解本题的关键要弄清楚有多少种方案较省钱，找出值最少的即可．

三、解答题（17 题 8 分，18 题 3 分，19 至 23 题每题 5 分，24 至 26 题每题 6 分，27 至 28 题每题 7 分）

17．【分析】（1）先分解因式，即可得出两个一元一次方程，求出方程的解即可；

（2）先求出 b^2-4ac 的值，再代入公式求出即可．

【解答】解：（1）$x^2-4x-5=0$，

分解因式得：$(x-5)(x+1)=0$，

$x-5=0$，$x+1=0$，

$x_1=5$，$x_2=-1$；

（2）$2x^2-2x-1=0$，

$a=2$，$b=-2$，$c=-1$，

$\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4\times2\times(-1)=12>0$，

方程有两个不相等的实数根 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{2\pm\sqrt{12}}{4}=\dfrac{1\pm\sqrt{3}}{2}$，

$x_1=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$，$x_2=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$．

【点评】本题考查了解一元二次方程，能选项适当的方法解一元二次方程是解此题的关键．

18．【分析】根据一元二次方程解的定义，把 $x=1$ 代入 $x^2+2ax+a^2=3$ 得到关于 a 的一元二次方程 $1-2a+a^2=3$，然后解此一元二次方程即可．

【解答】解：$a(a-1)+a^2+5a=a^2-a+a^2+5a=2a^2+4a$，

$\because x=1$ 是关于 x 的方程 $x^2+2ax+a^2=3$ 的一个根，

$\therefore 1+2a+a^2=3$．

$\therefore a^2+2a=2$．

∴原式＝2（a^2+2a）＝4．

【点评】本题考查一元二次方程的解，解题的关键是正确理解一元二次方程的解的定义，本题属于基础题型．

19．【分析】（1）求出 x＝3，x＝4 时 y 的对应值即可；

（2）根据函数图象可直接得出结论；

（3）根据函数图象可直接得出结论．

【解答】解：（1）当 x＝3 时，$y=3^2-4\times3+3=9-12+3=0$；

当 x＝4 时，$y=4^2-4\times4+3=16-16+3=3$．

函数图象如图．

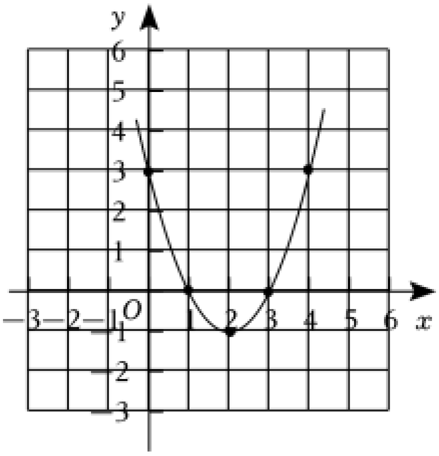
故答案为：0，3；

（2）由函数图象可知，该函数顶点坐标（2，﹣1）．

故答案为：（2，﹣1）；

（3）由函数图象可知，当 $0\leqslant x<3$ 时，y 的取值范围是 $-1\leqslant y\leqslant3$．

故答案为：$-1\leqslant y\leqslant3$．



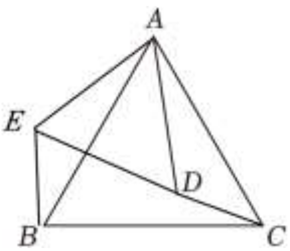
【点评】本题考查的是二次函数的性质及二次函数的图象，二次函数图象上点的坐标特征，根据题意画出函数图象，利用数形结合求解是解题的关键．

20．【分析】（1）根据要求作出图形即可；

（2）根据 SAS 证明三角形全等即可；

（3）利用全等三角形的性质解决问题．

【解答】（1）解：图数如图所示：



（2）证明：∵△ABC 是等边三角形，

∴AB＝AC，∠BAC＝60°，

∵$AE=AD$，$\angle DAE=60°$，

∴$\angle EAD=\angle BAC$，

∴$\angle EAB=\angle CAD$，

在△EAB和△DAC中，

$$\begin{cases}AE=AD\\ \angle EAB=\angle DAC,\\ AB=AC\end{cases}$$

∴△EAB≌△DAC（SAS）；

（3）解：∵△EAB≌△DAC，

∴$\angle AEB=\angle ADC=105°$，

∵$\angle AED=60°$，

∴$\angle BEC=\angle AEB-\angle AED=105°-60°=45°$．

【点评】本题考查作图﹣旋转变换，全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是掌握旋转变换的性质，属于中考常考题型．

21．【分析】（1）进行判别式的值得到$\Delta=(m-4)^2$，利用非负数的性质得$\Delta\geqslant0$，然后根据判别式的意义可判断方程总有两个实数根；

（2）先求出方程的解，再根据题意得出答案即可．

【解答】（1）证明：依题意，得$\Delta=(2-m)^2-4\times1\times(m-3)=(m-4)^2$．

∵$(m-4)^2\geqslant0$，

∴方程总有两个实数根；

（2）$x^2+(2-m)x+(m-3)=0$，

可得$(x-1)(x-m+3)=0$，

解得$x_1=1$，$x_2=m-3$，

若方程有一个根为负数，则$m-3<0$，

故$m<3$．

【点评】本题考查了根的判别式，熟练掌握一元二次方程根的个数与根的判别式之间的关系是解题的关键．

22．【分析】（1）根据垂径定理和圆的性质，等弧的圆周角相等，即可求证．

（2）根据垂径定理求出$CE=4$，设⊙O的半径为R，则$OE=\mathbf{R}-3$，根据勾股定理及圆的性质求解即可．

【解答】（1）证明：∵AB为⊙O的直径，CD是弦，且$AB\perp CD$于点E，

∴$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$，

∴$\angle CAO=\angle BCD$；

（2）解：设⊙O的半径为R，则$OE=OB-BE=\mathbf{R}-3$，

∵$AB\perp CD$，$CD=8$，

∴$CE=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}\times8=4$，

在 Rt△CEO 中，由勾股定理可得 $OC^2=OE^2+CE^2$，

∴$R^2=(\mathbf{R}-3)^2+4^2$，

解得 $R=\frac{25}{6}$，

∴⊙O 的直径为$\frac{25}{3}$.

【点评】本题考查圆周角定理、垂径定理、勾股定理等知识，解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题，属于中考常考题型．

23．【分析】(1) 由待定系数法即可求解；

(2) 令 $y_1=0$，得到 $x^2+2x-3=0$，然后解一元二次方程即可得到二次函数的图象与 x 轴的另一个交点 B 的坐标；

(3) 观察图象可得当 $x<-3$ 或 $x>0$，抛物线都在直线的上方，即 $y_2<y_1$．

【解答】解：(1) 由题意得：$\begin{cases}c=-3\\9-3b+c=0\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}b=2\\c=-3\end{cases}$

∴抛物线的解析式为 $y_1=x^2+2x-3$；

(2) 令 $y_1=0$，得 $x^2+2x-3=0$，

解这个方程，得 $x_1=-3$，$x_2=1$，

∴此二次函数的图象与 x 轴的另一个交点 B 的坐标为（1，0）；

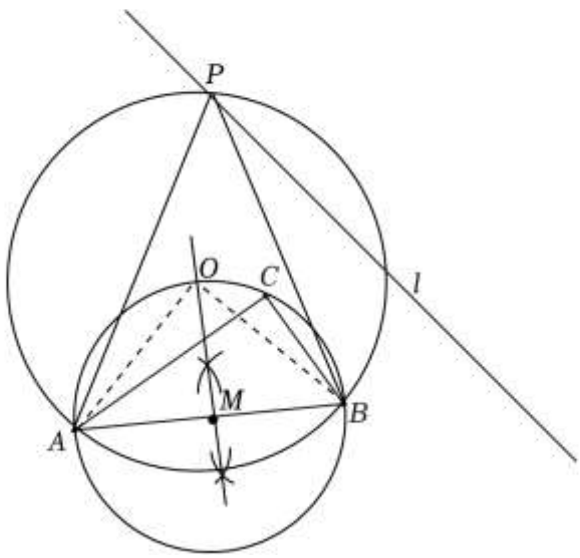
(3) 观察图象可知，当 $x<-3$ 或 $x>0$，$y_2<y_1$．

【点评】本题考查了二次函数的性质、待定系数法、一次函数的应用等知识，解题的关键是熟练掌握待定系数法确定函数解析式，学会利用图象法半径两个函数值的大小，属于中考常考题型．

24．【分析】(1) 根据要求作出图形；

(2) 利用圆周角定理解决问题即可．

【解答】解：(1) 图形如图所示：



（2）连接 OA，OB，

∵⊙M 是△ABC 的外接圆，又在⊙M 中，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AB}$，

∴$\angle ACB=\angle AOB=90°$，

∵是 AB 的垂直平分线，

∴$OA=OB$（线段的垂直平分线上的点到线段的两个端点距离相等），

∴点 B 也在以 O 为圆心，以 OA 为半径的圆上，

∴对于⊙O，$AB=AB$，

∴$\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB=45°$（同弧所对的圆周角等于这条弧所对圆心角的一半）.（填写推理依据）

故答案为：$\angle AOB$，线段的垂直平分线上的点到线段的两个端点距离相等，同弧所对的圆周角等于这条弧所对圆心角的一半.

【点评】本题考查作图﹣复杂作图，圆周角定理，线段的垂直平分线的性质等知识，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

25.【分析】(1) ①由表格中数据得出顶点坐标，设出函数解析式的顶点式，再把（0，2.48）代入解析式求出 a 即可；

②当 $x=9$ 时求出 y 的值与 2.24 比较即可；

（2）令 $y=-0.02(x-4)^2+2.88$ 中的 $y=0$，解方程求出 x 的值与 18 比较即可.

【解答】解：(1) ①由表中数据可得顶点（4，2.8），

设 $y=a(x-4)^2+2.8$（$a<0$），

把（0，2.48）代入得 $16a+2.8=2.48$，

解得：$a=-0.02$，

∴所求函数关系为 $y=-0.02(x-4)^2+2.8$；

②能.

当 $x=9$ 时，$y=-0.02(9-4)^2+2.8=2.3>2.24$，

∴该运动员第一次发球能过网，

故答案为：能；

（2）判断：没有出界.

第二次发球：$y=-0.02(x-4)^2+2.88$，

令 $y=0$，则 $-0.02(x-4)^2+2.88=0$，

，解得 $x_1=-8$（舍），$x_2=16$，

∵$x_2=16<18$，

∴该运动员此次发球没有出界.

【点评】本题考查二次函数的应用，关键是求出函数解析式.

26.【分析】(1) 由二次函数的对称轴公式，求出对称轴 $x=1$；

（2）根据对称轴求出抛物线于 x 轴的交点坐标，即可得出结论；

（3）先判断出点，M，N 关于抛物线的对称轴对称，再用 x_1（x_2-5）$\leqslant 0$，判断出 $x_1\leqslant -3$ 或 $0\leqslant x_1\leqslant 1$，再用判别式判断出 $a>0$ 或 $a<-\frac{3}{4}$，用 a 表示出 x_1，再分两种情况解不等式（组），即可得出结论．

【解答】解：（1）∵$y=ax^2-2ax+c$（$a\neq 0$），

∴函数的对称轴为直线 $x=-\frac{-2a}{2a}=1$；

（2）由（1）知，抛物线的对称轴为直线 $x=1$，

抛物线和 x 轴的一个交点为：（3，0），则另外一个交点为：（-1，0），

∴$y=a(x+1)(x-3)=ax^2-2ax-3a$，

∴$c=-3a$；

（3）①∵点 M（x_1，3），N（x_2，3）为抛物线上不重合两点（其中 $x_1<x_2$），

∴点 M，N 关于对称轴 $x=1$ 对称，

∴$=1$，

即 $x_1+x_2=2$；

②由①知，$x_2=2-x_1$，

∵$x_1(x_2-5)\leqslant 0$，

∴$x_1(2-x_1-5)\leqslant 0$，

∴$-x_1(x_1+3)\leqslant 0$，

∴$x_1(x_1+3)\geqslant 0$，

∴$x_1\leqslant -3$ 或 $x_1\geqslant 0$，

∵$x_1<x_2$，

∴$x_1<1$，

∴$x_1\leqslant -3$ 或 $0\leqslant x_1<1$，

∴x_1、x_2 是方程 $ax^2-2ax+c=3$ 的根，即 $ax^2-2ax-3a-3=0$ 的两个根，

∴$\Delta=16a^2+12a=4a(4a+3)>0$，

∴$a>0$ 或 $a<-\frac{3}{4}$，

∴$x=\frac{2a\pm\sqrt{16a^2+12a}}{2a}=\frac{a\pm\sqrt{4a^2+3a}}{a}$，

当 $a>0$ 时，解不等式 $\frac{a-\sqrt{4a^2+3a}}{a}\leqslant -3$ 得，$0\leqslant a\leqslant\frac{1}{4}$；

即 $0<a\leqslant\frac{1}{4}$；

当 $a<-\frac{3}{4}$ 时，解不等式组 $0\leqslant\frac{a+\sqrt{4a^2+3a}}{a}<1$ 得，$a\geqslant -1$，

∴$-1\leqslant a<-\frac{3}{4}$，

即 $0\leqslant a\leqslant\frac{1}{4}$或 $-1\leqslant a<-\frac{3}{4}$.

【点评】此题主要考查了二次函数综合运用，涉及到抛物线的对称轴公式，抛物线的性质，确定出点 M，N 关于对称轴对称是解本题的关键.

27.【分析】(1) 根据图形旋转的性质可知 $AB=AC=AD$，再等腰三角形的性质即可得出结论；

(2) 过点 A 作 $AM\perp CD$ 于点 M，连接 EM．先根据 AAS 定理得出$\triangle AEB\cong\triangle AMC$，故可得出 $AE=AM$，$\angle BAE=\angle CAM$，所以$\triangle AEM$ 是等边三角形．根据 $AC=AD$，$AM\perp CD$ 可知 $CM=DM$．再根据三角形内角和定理可得出结论.

【解答】解：(1) ∵线段 AC，AD 由 AB 旋转而成，

∴$AB=AC=AD$.

∴$\triangle ABD$ 中，$\angle ADB=\frac{1}{2}(180°-60°-80°)=20°$，

$\triangle ACD$ 中，$\angle ADC=\frac{1}{2}(180°-80°)=50°$，

∴$\angle BDC=50°-20°=30°$.

故答案为：30°.

(2) 如图 2，过点 A 作 $AM\perp CD$ 于点 M，连接 EM.

∵$\angle AMD=90°$，

∴$\angle AMC=90°$.

在$\triangle AEB$ 与$\triangle AMC$ 中，

$$\begin{cases}\angle AEB=\angle AMC\\ \angle B=\angle ACD\\ AB=AC\end{cases}，$$

∴$\triangle AEB\cong\triangle AMC$ (AAS).

∴$AE=AM$，$\angle BAE=\angle CAM$.

∴$\angle EAM=\angle EAC+\angle CAM=\angle EAC+\angle BAE=\angle BAC=60°$.

∴$\triangle AEM$ 是等边三角形.

∴$EM=AM=AE$.

∵$AC=AD$，$AM\perp CD$，

∴$CM=DM$.

又∵$\angle DEC=90°$，

∴$EM=CM=DM$.

∴$AM=CM=DM$.

∴$\angle ACM=\angle CAM$，$\angle ADM=\angle DAM$，

∴$\triangle ACD$ 中，$\alpha=\angle CAD=\frac{1}{2}\times180°=90°$.

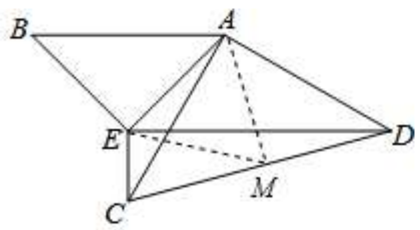


图 2

【点评】本题考查的是图形旋转的性质、等边三角形的性质及等腰三角形的性质的运用，作辅助线构造全等三角形是解决问题的关键.

28.【分析】（1）由题知，当点 P 在（0，0）时 a 最小值，当点 P 在（2，0）时，a 有最大值，按题中定义解题即可.

（2）由点 Q 在 x 轴上，当点 P 也在 x 轴上时，点 Q' 的横坐标有最值，由 AB 长求出弦心距长，在求出 OP 长，分两种情况求出点 Q' 坐标即可.

【解答】解：（1）如图，当 MN 一端与 A 重合时，中点 P 与 O 重合，

连接 OP，将 OQ 绕点 O 顺时针旋转 180° 得到点 Q'，

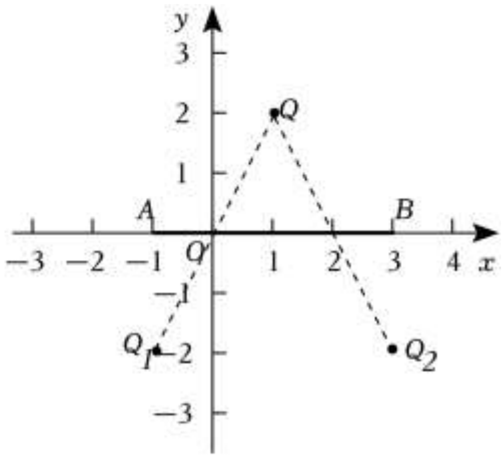
由中心对称得点 Q' 坐标（﹣1，﹣2），

当 MN 一端与 B 重合时，中点 P 在（2，0）上，

连接 PQ，将 PQ 绕点 P 顺时针旋转 180° 得到点 Q'，

由中心对称得点 Q' 坐标（3，﹣2），

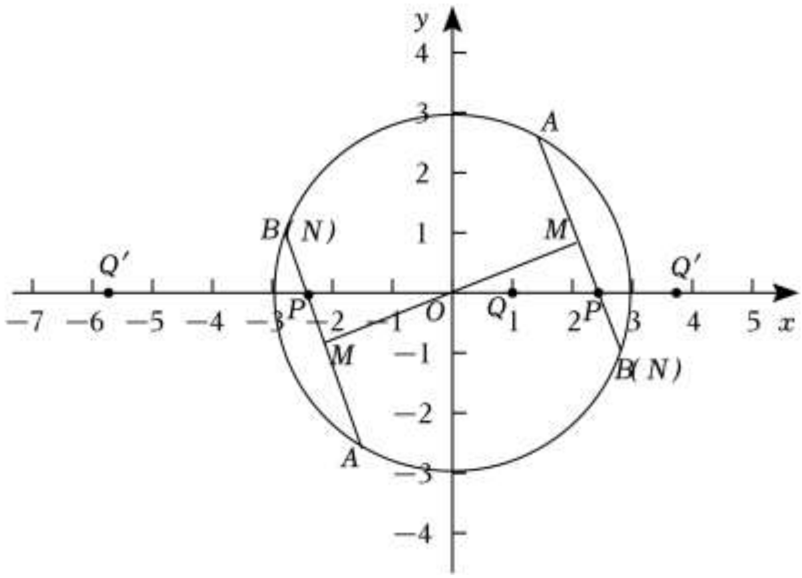
∴﹣1≤a≤3，



（2）∵点 Q 在 x 轴上，

∴当点 P 也在 x 轴上时，点 Q' 的横坐标有最值，

如图，作弦心距 OM，



$\therefore BM=AM=\frac{1}{2}\times4=2$，

$\because\odot O$ 半径 3，

$\therefore OM=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$，

$\because PM=1$，

$\therefore OP=\sqrt{(\sqrt{5})^2+1^2}=\sqrt{6}$，

当点 P 在 x 轴负半轴时，$PQ=\sqrt{6}+1$，

$\therefore QQ'=2PQ=2\sqrt{6}+2$，

$\because 1-(2\sqrt{6}+2)=-2\sqrt{6}-1$，

$\therefore Q'(-2\sqrt{6}-1,0)$；

当点 P 在 x 轴正半轴时，

$PQ=\sqrt{6}-1$，

$\therefore QQ'=2PQ=2\sqrt{6}-2$，

$\because 1+(2\sqrt{6}-2)=2\sqrt{6}-1$，

$\therefore Q'(2\sqrt{6}-1,0)$，

$\therefore -2\sqrt{6}-1\leq m\leq2\sqrt{6}-1$．

【点评】本题考查了圆的性质的综合应用，对新定义的理解及对称性质的应用是解题关键．