2024北京丰台高一（下）期末

数　学

2024.07

第一部分（选择题 共40分）

一．选择题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1．设复数 $z=1+\mathrm{i}$，则 $|z|=$

（A）1　　（B）$\sqrt{2}$　　（C）2　　（D）4

2．已知点 $A(1,2)$，$B(3,1)$，$C(4,m)(m\in\mathbf{R})$，若 $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{BC}$，则 m 的值为

（A）-1　　（B）$\dfrac{1}{2}$　　（C）1　　（D）3

3．已知复数 z 满足 $(1+\mathrm{i})z=2$，则在复平面内 z 的共轭复数 $\overline{z}$ 对应的点位于

（A）第一象限　（B）第二象限　（C）第三象限　（D）第四象限

4．一个盒子中装有大小和质地相同的4个球，其中有2个红球和2个白球，若从中任取2个球，则“恰有1个红球”的概率是

（A）$\dfrac{1}{6}$　　（B）$\dfrac{1}{3}$　　（C）$\dfrac{1}{2}$　　（D）$\dfrac{2}{3}$

5．已知数据 x_1，x_2，x_3，$\cdots$，x_n 的平均数为 $\overline{x}$，方差为 s^2，数据 $3x_1-1$，$3x_2-1$，$3x_3-1$，$\cdots$，$3x_n-1$ 的平均数为 $\overline{x_1}$，方差为 s_1^2，则下列结论中正确的是

（A）$\overline{x_1}=3\overline{x}$，$s_1^2=9s^2$　　（B）$\overline{x_1}=3\overline{x}$，$s_1^2=9s^2-1$

（C）$\overline{x_1}=3\overline{x}-1$，$s_1^2=9s^2$　　（D）$\overline{x_1}=3\overline{x}-1$，$s_1^2=9s^2-1$

6. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，直线 A_1C_1 与直线 B_1C 所成角的大小为

（A）30°　　（B）45°　　（C）60°　　（D）120°

7. 在△ABC 中，点 D 是边 AB 的中点．记 $\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{CB}=$

（A）$-\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$　　（B）$-\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$　　（C）$\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$　　（D）$\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$

8. 同时抛掷两枚质地均匀的骰子，观察向上的点数，记事件 A=“点数之和为5”，事件 B=“点数之积为6”，事件 C=“至少有一个点数为3”，事件 D=“点数都不为3”，则

（A）$A\cap C$ 为不可能事件　　（B）A 与 B 相互独立

（C）B 与 D 互斥　　（D）C 与 D 互为对立

9. 已知直线 a，b 与平面 α，β，γ，下列说法正确的是

（A）若 $a/\!/\alpha$，$a\perp\beta$，则 $\alpha\perp\beta$　　（B）若 $a/\!/\alpha$，$a/\!/\beta$，则 $\alpha/\!/\beta$

（C）若 $\alpha\perp\gamma$，$\beta\perp\gamma$，则 $\alpha/\!/\beta$　　（D）若 $\alpha\cap\beta=a$，$b\perp a$，$b\subset\beta$，则 $\alpha\perp\beta$

10．八卦是中国传统文化中的一部分，八个方位分别象征天、地、风、雷、水、火、山、泽八种自然现象.八卦模型如图 1 所示，其平面图形为正八边形，如图 2 所示，点 O 为该正八边形的中心，设 $|\overrightarrow{OA}|=1$，点 P 是正八边形 $ABCDEFGH$ 边上任一点，下列结论中正确的个数是

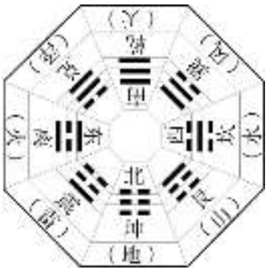


图 1

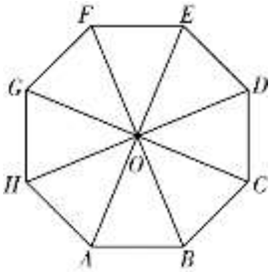


图 2

① $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{BO}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$；

② $|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}|=\frac{\sqrt{2}}{2}|\overrightarrow{DH}|$；

③ $\overrightarrow{OA}$ 在 $\overrightarrow{OD}$ 上的投影向量为 $-\frac{\sqrt{2}}{2}\boldsymbol{e}$（其中 $\boldsymbol{e}$ 为与 $\overrightarrow{OD}$ 同向的单位向量）；

④ $\overrightarrow{PA}^2+\overrightarrow{PB}^2+\overrightarrow{PC}^2+\overrightarrow{PD}^2+\overrightarrow{PE}^2+\overrightarrow{PF}^2+\overrightarrow{PG}^2+\overrightarrow{PH}^2$ 的取值范围是 $[12+2\sqrt{2},16]$.

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

第二部分（非选择题　共 110 分）

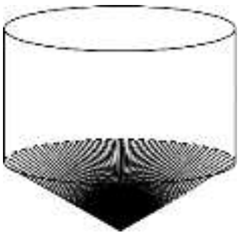
二．填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

11. 设 A，B 是一个随机试验中的两个互斥事件，$P(A)=0.3$，$P(B)=0.2$，则 $P(A\cup B)=$_____.

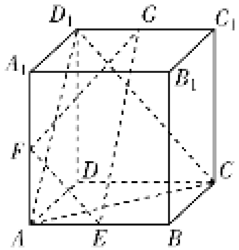
12.已知复数 z 和 $(z+1)^2$ 都是纯虚数，则 $z=$_____.

13. 在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c.已知 $\sqrt{3}a\cos C=c\sin A$, 那么 $\angle C=$________，若 $a=2$，$c=\sqrt{7}$，则 $b=$______.

14. 陀螺是中国民间的娱乐工具之一，早期陀螺的形状由同底的一个圆柱和一个圆锥组合而成（如图）．已知一木制陀螺模型内接于一表面积为 $16\pi\ \text{cm}^2$ 的球，其中圆柱的两个底面为球的两个截面，圆锥的顶点在该球的球面上，若圆柱的高为 2cm，则该圆柱的体积为_______，该陀螺的表面积为______.



15. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E，F，G 分别为棱 AB，AA_1，C_1D_1 的中点，给出下列四个结论：



①直线 FG 与平面 ACD_1 相交；

②直线 $B_1D\perp$平面 EFG；

③若 $AB=1$，则点 D 到平面 ACD_1 的距离为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$；

④该正方体的棱所在直线与平面 EFG 所成的角都相等.

其中所有正确结论的序号是____________.

三．解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16.（本小题 13 分）

设平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,0)$，$|\boldsymbol{b}|=2$，且 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=3$.

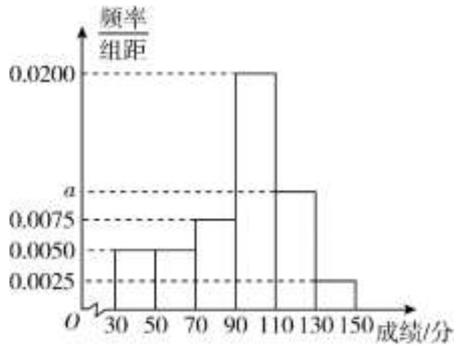
（Ⅰ）求 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 的值；

（Ⅱ）判断 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 是否平行，并说明理由；

（Ⅲ）若 $(\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=12$，求实数 λ 的值.

17.（本小题 14 分）

某校为普及航天知识，在高一年级开展了航天知识竞赛. 将成绩（单位：分）分成 6 组，绘制成频率分布直方图，如图所示：



（Ⅰ）估计该校高一年级航天知识竞赛成绩的第 80 百分位数；

（Ⅱ）为了进一步了解学生对航天知识的掌握情况，在成绩位于 $[50,70)$ 和 $[70,90)$ 的两组中，用比例分配的分层随机抽样方法抽取 5 名学生.

（i）求这 5 名学生中位于 $[70,90)$ 内的人数；

（ii）若从这 5 名学生中随机抽取 2 名学生进行访谈，求这 2 名学生中至少有 1 人成绩在 $[50,70)$ 内的概率.

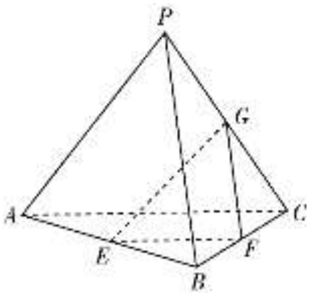
18.（本小题 13 分）

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，E，F 分别是线段 AB，BC 的中点.

（Ⅰ）求证：EF∥平面 PAC；

（Ⅱ）过直线 EF 作平面 α，若平面 α 与直线 PC 交于点 G，直线 PB∥平面 α.

求证：G 是线段 PC 的中点.



19.（本小题 15 分）

在△ABC 中，三个内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c．已知 $b^2+c^2+bc=a^2$．

（Ⅰ）求角 A；

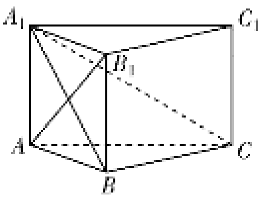
（Ⅱ）将射线 AB 绕点 A 旋转 90° 交线段 BC 于点 E，已知 $AE=1$.

（i）若 $b=\sqrt{3}$，求 c；

（ii）求△ABC 面积的最小值.

20.（本小题 15 分）

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle ABC=90^\circ$，$AA_1=AB=1$，平面 $ABB_1A_1\perp$平面 ABC.



（Ⅰ）求证：$AB_1\perp A_1C$；

（Ⅱ）从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，

当直线 A_1C 与平面 ABC 所成角为 30º 时，

（i）求证：平面 $ABC\perp$平面 ACC_1A_1；

（ii）求二面角 $B-A_1C-A$ 的正弦值.

条件①：$AC_1=A_1C$；

条件②：$A_1B=\sqrt{2}$.

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.

21.（本小题共 15 分）

设 n 为正整数，集合 $A=\left\{\alpha\middle|\alpha=(t_1,t_2,\cdots,t_n),t_k\in\{-1,0,1\},k=1,2,\cdots,n\right\}$．对于集合 A 中的任意元素 $\alpha=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 和 $\beta=(y_1,y_2,\cdots,y_n)$，记 $M(\alpha,\beta)=|x_1y_1|+|x_2y_2|+\cdots+|x_ny_n|$．

（Ⅰ）当 $n=3$ 时，若 $\alpha=(1,-1,0)$，$\beta=(0,1,1)$，求 $M(\alpha,\alpha)$ 和 $M(\alpha,\beta)$ 的值；

（Ⅱ）当 $n=4$ 时，设 B 是 A 的子集，且满足：对于 B 中的任意元素 α,β，当 α,β 相同时，$M(\alpha,\beta)$ 是奇数；当 α,β 不同时，$M(\alpha,\beta)$ 是偶数．求集合 B 中元素个数的最大值；

（Ⅲ）给定不小于 2 的 n，从集合 A 中任取 $n+2$ 个两两互不相同的元素 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_{n+1},\alpha_{n+2}$．

证明：存在 $i,j(1\le i<j\le n+2)$，使得 $M(\alpha_i,\alpha_j)\ge 1$．

参考答案

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	D	A	D	C	C	B	D	A	C

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11．0.5　　　12．$\pm \mathrm{i}$　　　13．$\dfrac{\pi}{3}$；3

14．$6\pi\ \mathrm{cm}^3$；$(3+6\sqrt{3})\pi\ \mathrm{cm}^2$　　　15．②③④

三、解答题共 6 小题，共 85 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

16.（本小题 13 分）

解：（Ⅰ）因为$\boldsymbol{a}=(1,0)$，所以$|\boldsymbol{a}|=1$，

因为$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=3$，$|\boldsymbol{b}|=2$，所以$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2=9$，

所以$\boldsymbol{a}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2=9$，所以$|\boldsymbol{a}|^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|^2=9$，

所以$1+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+4=9$，所以$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2$.　　　　…………………………4 分

（Ⅱ）平行，理由如下：

解法 1：设$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为θ，$\cos\theta=\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|}=\dfrac{2}{1\times 2}=1$，

因为$\theta\in[0,\pi]$，所以$\theta=0$，$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$平行.　　　　…………………………9 分

解法 2：因为$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|\le|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$，当且仅当$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$共线时等号成立，

又因为$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=3$，$|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|=3$，所以$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$共线，即$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$平行.

（Ⅲ）由（Ⅱ）及已知条件得：$\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{a}$，

因为$(\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=12$，

所以$(\lambda\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{a})\cdot(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{a})=3(\lambda+2)\boldsymbol{a}^2=3(\lambda+2)=12$，

所以$\lambda=2$.

解法 2：因为$(\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=12$，

所以$\lambda\boldsymbol{a}^2+\lambda\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}^2=12$，

因为$|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2$，

所以$\lambda+2\lambda+2+4=12$，所以$\lambda=2$.　　　　…………………………13 分

17.（本小题 14 分）

解：（Ⅰ）由$0.005\times20\times2+0.0075\times20+0.02\times20+a\times20+0.0025\times20=1$，

可得$a=0.01$.

由频率分布直方图可知，110 分以下的所占比例为$0.35+0.4=0.75$，

因此，80%分位数一定位于$[110,130)$内.

由$110+\dfrac{0.05}{0.2}\times 20=115$，

估计该校高一年级航天知识竞赛成绩的 80%分位数约为 115 分. ………………5 分

（Ⅱ）（i）由题意$[50,70)$与$[70,90)$的频率之比为 2:3，

用按比例分配的分层随机抽样的方法抽取 5 名学生，

则需在$[70,90)$分数段内抽取 3 人. …………………………8 分

（ii）在$[50,70)$分数段内抽取 2 人，分别记为A_1，A_2，

在$[70,90)$分数段内抽取 3 人，分别记为B_1，B_2，B_3.

从这 5 名学生中任取 2 人的样本空间$\Omega=\{A_1A_2,A_1B_1,A_1B_2,A_1B_3,A_2B_1,A_2B_2,A_2B_3,B_1B_2,B_1B_3,B_2B_3\}$，

设“从这 5 名学生中任取 2 人，至少有 1 人成绩在$[50,70)$内”为事件A，

而事件A包含 7 个可能结果，即$\{A_1A_2,A_1B_1,A_1B_2,A_1B_3,A_2B_1,A_2B_2,A_2B_3\}$，

所以$P(A)=\dfrac{7}{10}$，

故抽取的这 2 名学生至少有 1 人成绩在$[50,70)$内的概率为$\dfrac{7}{10}$.……………14 分

18.（本小题 13 分）

证明：（Ⅰ）因为E，F分别是AB，BC的中点，

所以$EF\,/\!/\,AC$.

因为$EF\not\subset$平面PAC，$AC\subset$平面PAC，

所以$EF\,/\!/$平面PAC. …………………………6 分

（Ⅱ）依题意知，平面$\alpha\cap$平面$PBC=FG$,

因为直线$PB\,/\!/$平面α，$PB\subset$平面PBC，

所以$PB\,/\!/\,FG$，因为F是线段BC中点，所以G是线段PC中点. …………13 分

19.（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）因为$b^2+c^2+bc=a^2$，

由余弦定理得：$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=-\dfrac{1}{2}$，

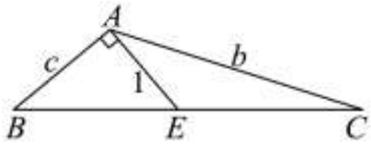
因为A为三角形内角，所以$A=\dfrac{2\pi}{3}$. …………………………5 分

（Ⅱ）（i）由$\angle BAC=\dfrac{2\pi}{3}$和$AB\perp AE$，可知$\angle CAE=\dfrac{2\pi}{3}-\dfrac{\pi}{2}=\dfrac{\pi}{6}$，

因为$b=\sqrt{3}$，在$\triangle AEC$中，由余弦定理得：

$CE^2=AE^2+b^2-2AE\cdot b\cdot\cos\angle CAE$

$=1+3-2\times1\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=1$，



所以 $CE=AE$，所以 $\angle CAE=\angle C=\frac{\pi}{6}$，

因为 $\angle A=\frac{2\pi}{3}$，　　所以 $\angle B=\frac{\pi}{6}$，　所以 $c=b=\sqrt{3}$.　······················10 分

（ii）解法 1：由 $\angle BAC=\frac{2\pi}{3}$ 和 $AB\perp AE$，可知 $\angle CAE=\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{6}$，

因为 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AEB}+S_{\triangle AEC}$，

所以 $\frac{1}{2}bc\sin\angle BAC=\frac{1}{2}c\cdot AE\cdot\sin\angle BAE+\frac{1}{2}b\cdot AE\cdot\sin\angle CAE$，

又因为 $AE=1$，所以 $bc\sin\frac{2\pi}{3}=c\sin\frac{\pi}{2}+b\sin\frac{\pi}{6}$，即 $\frac{\sqrt{3}}{2}bc=c+\frac{1}{2}b$，

又 $\frac{\sqrt{3}}{2}bc=c+\frac{1}{2}b\geq2\sqrt{c\cdot\frac{1}{2}b}=\sqrt{2bc}$，

当且仅当 $c=\frac{1}{2}b$，即 $b=\frac{4\sqrt{3}}{3},c=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 时，等号成立，

所以 $bc\geq\frac{8}{3}$，

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin\angle BAC\geq\frac{1}{2}\times\frac{8}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

所以 $\triangle ABC$ 的面积的最小值为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.　······························15 分

解法 2：由 $\angle BAC=\frac{2\pi}{3}$ 和 $AB\perp AE$，可知 $\angle CAE=\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{6}$，

因为 $AE=1$，$\angle AEC=\frac{\pi}{2}+\angle B$，所以 $\sin\angle AEC=\cos B$

因为 $\angle BAC=\frac{2\pi}{3}$，所以 $\sin C=\sin(\frac{\pi}{3}-B)=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B-\frac{1}{2}\sin B$，

在 $\triangle AEC$ 中，由正弦定理得：$\frac{b}{\sin\angle AEC}=\frac{AE}{\sin C}$，

所以 $b=\frac{AE\cdot\sin\angle AEC}{\sin C}=\frac{1\times\cos B}{\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B-\frac{1}{2}\sin B}=\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\tan B}$，

在 $\triangle AEB$ 中，$c=\frac{1}{\tan B}$，

所以 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{\tan B\cdot(\sqrt{3}-\tan B)}$$

因为 $B\in(0,\dfrac{\pi}{3})$，所以 $\tan B\in(0,\sqrt{3})$，

所以当 $\tan B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 时，$\triangle ABC$ 的面积的最小值为 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

20.（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）因为 $\angle ABC=90^{\circ}$，所以 $AB\perp BC$，

因为平面 $ABB_1A_1\perp$平面 ABC，平面 $ABB_1A_1\cap$平面 $ABC=AB$，$BC\subset$平面 ABC，

所以 $BC\perp$平面 ABB_1A_1，

因为 $AB_1\subset$平面 ABB_1A_1，

所以 $BC\perp AB_1$，

因为三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$，所以四边形 ABB_1A_1 是平行四边形，

因为 $AA_1=AB$，所以 ABB_1A_1 是菱形，

所以 $AB_1\perp A_1B$，

因为 $A_1B\cap BC=B$，A_1B，$BC\subset$平面 A_1BC，

所以 $AB_1\perp$平面 A_1BC，

因为 $A_1C\subset$平面 A_1BC 所以 $AB_1\perp A_1C$. ……………………………6 分

（Ⅱ）选条件①：

（i）因为 $AC_1=A_1C$，所以平行四边形 ACC_1A_1 为矩形，所以 $AA_1\perp AC$，

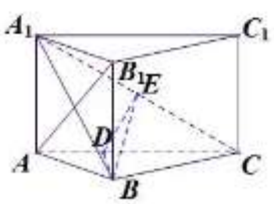
由（Ⅰ）知，$AA_1\perp BC$，

因为 $AC\cap BC=C$，BC，$AC\subset$平面 ABC，

所以 $AA_1\perp$平面 ABC，

因为 $AA_1\subset$平面 ACC_1A_1，所以平面 $ACC_1A_1\perp$平面 ABC. ………………………11 分

（ii）因为 $AA_1\perp$平面 ABC，$A_1C\cap$平面 $ABC=C$，



所以直线 A_1C 与平面 ABC 所成的角为 $\angle A_1CA$，所以 $\angle A_1CA=30^{\circ}$，

因为 $AA_1=AB=1$，所以 $A_1C=2$，$AC=\sqrt{3}$，$BC=\sqrt{2}$，$A_1B=\sqrt{2}$

作 $BD\perp AC$ 于 D，

因为平面 $ACC_1A_1\perp$平面 ABC，

平面 $ACC_1A_1\cap$ 平面 $ABC=AC$，$BD\subset$ 平面 ABC，

所以 $BD\perp$ 平面 ACC_1A_1，所以 $BD\perp A_1C$.

作 $DE\perp A_1C$ 于 E，连接 BE，

因为 $BD\cap DE=D$，BD，$DE\subset$ 平面 BDE，

所以 $A_1C\perp$ 平面 BDE，

因为 $BE\subset$ 平面 BDE，所以 $A_1C\perp BE$，

所以 $\angle BED$ 是二面角 $B\text{-}A_1C\text{-}A$ 的平面角.

因为 $AC\cdot BD=AB\cdot BC$，所以 $BD=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

因为 $A_1C\cdot BE=A_1B\cdot BC$，所以 $BE=1$，所以 $\sin\angle BED=\dfrac{BD}{BE}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

所以二面角 $B\text{-}A_1C\text{-}A$ 的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.　　　…………………………15 分

条件②：$A_1B=\sqrt{2}AB$，因为 $AA_1=AB$，所以 $AA_1^2+AB^2=A_1B^2$，所以 $AA_1\perp AB$，

由（Ⅰ）知，$AA_1\perp BC$，

因为 $AB\cap BC=B$，BC，$AB\subset$ 平面 ABC，

所以 $AA_1\perp$ 平面 ABC，

以下同条件①.

21.（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）因为 $\alpha=(1,-1,0)$，$\beta=(0,1,1)$

所以 $M(\alpha,\alpha)=|1\times1|+|(-1)\times(-1)|+|0\times0|=2$，

$M(\alpha,\beta)=|1\times0|+|(-1)\times1|+|0\times1|=1$.　　　…………………………4 分

（Ⅱ）设 $\alpha=\{x_1,x_2,x_3,x_4\}$，$\beta=\{y_1,y_2,y_3,y_4\}$，

令 $\alpha'=\{x_1',x_2',x_3',x_4'\}$，$\beta'=\{y_1',y_2',y_3',y_4'\}$ 其中 $x_i'=|x_i|,y_i'=|y_i|$（$i=1,2,3,4$）

则 $M(\alpha,\alpha)=M(\alpha',\alpha')=x_1'+x_2'+x_3'+x_4'$，$M(\alpha,\beta)=M(\alpha',\beta')=x_1'y_1'+x_2'y_2'+x_3'y_3'+x_4'y_4'$，

$x_1,x_2,x_3,x_4\in\{-1,0,1\}$，则 $x_1',x_2',x_3',x_4'\in\{0,1\}$，

当 $\alpha\neq\beta$，且 $|x_i|=|y_i|$（$i=1,2,3,4$）时，$M(\alpha,\beta)=M(\alpha,\alpha)=M(\alpha',\alpha')$

由题意知，$M(\alpha,\alpha)$ 是奇数，$M(\alpha,\beta)$（α,β 不同)是偶数，等价于 $M(\alpha',\alpha')$ 是奇数，$M(\alpha',\beta')$（α',β' 不同)是偶数.

若 $M(\alpha',\alpha')$ 是奇数时，则 x_1',x_2',x_3',x_4' 中等于 1 的个数为 1 或 3，

所以 $B'\subseteq\{(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1),(1,1,1,0),(1,1,0,1),(1,0,1,1),(0,1,1,1)\}$，

且 $B'\subseteq B$.

将上述集合中的元素分成如下四组：

$(1,0,0,0),(1,1,1,0);(0,1,0,0),(1,1,0,1);(0,0,1,0),(1,0,1,1);(0,0,0,1),(0,1,1,1)$

经检验，每组中两个元素 $\alpha^{'},\beta^{'}$，均有 $M(\alpha^{'},\beta^{'})=1$，

所以每组中两个元素不可能同时是集合 $B^{'}$ 中的元素.

所以集合 $B^{'}$ 中元素的个数不超过 4 个.

当 $\alpha\neq\alpha'$ 且 $\alpha^{'}\in B^{'}$ 时，$M(\alpha,\alpha')=M(\alpha^{'},\alpha^{'})=1$ 或 3，所以 $\alpha\notin B$

又集合 $(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)$ 满足条件.

所以集合 B 中元素个数最大值为 4 个. ······························10 分

（III）设 $S_1=\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)|(x_1,x_2,\cdots,x_n)\in A,|x_1|=1\}$，

$S_k=\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)|(x_1,x_2,\cdots,x_n)\in A,|x_k|=1,x_1=x_2=\cdots=x_{k-1}=0\}\ (k=2,\cdots,n)$，

$S_{n+1}=\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)|x_1=x_2=\cdots=x_n=0\}$，

则 $A=S_1\cup S_2\cup\cdots\cup S_{n+1}$ 且 $S_i\cap S_j=\phi\ (1\leq i<j\leq n+2)$，

从集合 A 中任取 $n+2$ 个两两互不相同的元素，

若存在两个不同元素 α,β 同时属于一个 $S_k(k=1,2,\cdots,n)$，则 $M(\alpha,\beta)\geqslant 1$，

记 $\alpha_i=\alpha,\alpha_j=\beta$，

所以，存在 $i,j(1\leq i<j\leq n+2)$，使得 $M(\alpha_i,\alpha_j)\geq 1$；

若任意两个不同元素 α,β 都不同时属于一个 $S_k(k=1,2,\cdots,n)$，

则至多取 $n+1$ 个两两互不相同的元素，与已知取 $n+2$ 个两两互不相同的元素矛盾.

综上，存在 $i,j(1\leq i<j\leq n+2)$，使得 $M(\alpha_i,\alpha_j)\geq 1$. ······························15 分